



Università
Ca' Foscari
Venezia

Corso di Laurea magistrale
in Amministrazione, Finanza e Controllo
(Ordinamento ex D.M. 270/2004)

Tesi di Laurea

Valutazione di un'acquisizione in condizioni di incertezza.

Il Valore Attuale Netto fuzzy.

Relatori

Ch.mo Prof. Marco Corazza

Ch.mo Prof. Silvio Giove

Laureanda

Francesca Bovo

Matricola 858344

Anno Accademico

2019 / 2020

Indice

Introduzione	1
Capitolo 1	3
Incertezza come unica certezza	3
1.1 Essere o non essere	3
1.1.1. La logica bivalente	4
1.1.2. Insiemi tradizionali e operazioni sugli insiemi	6
1.2 La logica fuzzy	9
1.2.1. Gli insiemi fuzzy	11
1.2.2. L'entropia fuzzy	16
1.2.3. I numeri fuzzy	19
1.2.4. Il rapporto tra logica fuzzy e probabilità	23
1.2.5. Impiego della logica fuzzy	27
1.3 La valutazione di progetti di investimento	29
1.3.1. Metodi tradizionali: VAN e TIR	31
1.3.2. Valore Attuale Netto Fuzzy	34
1.3.3. Metodi alternativi	43
Capitolo 2	47
Il valore fuzzy di un'acquisizione	47
2.1 La crescita esterna	47
2.2 Il modello della stratificazione del valore	49
2.2.1. Il valore stand alone	51
2.2.2. Il valore delle sinergie	57
2.2.3. Il valore creato da un'acquisizione	62
2.3 VAN fuzzy di un'acquisizione	65
Capitolo 3	79
Campari e l'acquisizione di Fratelli Averna	79
3.1 Introduzione	79
3.2 Il Gruppo Campari	79
3.3 Il Gruppo Averna	81
3.4 Il valore creato dall'acquisizione di Fratelli Averna secondo l'approccio tradizionale	82
3.4.1. La stima del valore stand alone di Campari S.p.A.	83
3.4.2. La stima del valore stand alone di Fratelli Averna S.p.A.	91
3.4.3. La stima delle potenziali sinergie	103
3.4.4. Il Valore Attuale Netto generato dall'acquisizione	107

3.5 VAN fuzzy dell'acquisizione di Fratelli Aversa	108
3.5.1. Il valore stand alone fuzzy	109
3.5.2. Il valore fuzzy delle sinergie	128
3.5.3. Il valore attuale netto fuzzy	143
Conclusioni	147
<i>Bibliografia</i>	151
<i>Sitografia</i>	154
<i>Banche dati</i>	155
<i>Ringraziamenti</i>	156

Introduzione

Le analisi economiche non possono prescindere dall'incertezza.

Quando un investitore deve valutare la convenienza economica di un progetto di investimento, deve analizzare i ritorni economici futuri che potrebbero derivare da esso. Nel fare questa valutazione, non è possibile prevedere con certezza l'andamento futuro delle performances del progetto e si possono solo operare delle stime. Purtroppo, i tradizionali metodi di valutazione utilizzati dagli analisti non tengono in considerazione l'incertezza dei rendimenti futuri stimati e, di conseguenza, potrebbero indurre l'investitore a intraprendere un progetto di investimento che potrebbe rivelarsi non redditizio.

Per ovviare al problema dell'incertezza delle stime, sono state sviluppate delle tecniche in grado di incorporare l'aleatorietà di queste valutazioni, come la teoria fuzzy che sarà oggetto di studio nel corso dell'elaborato. La teoria della logica fuzzy si basa sulla definizione di insiemi "sfumati", al fine di ottenere una rappresentazione più realistica di variabili "fuzzy", ossia vaghe e incerte. Tale approccio ha avuto considerevoli sviluppi applicativi in vari campi, in particolare in quello dell'intelligenza artificiale. In ambito economico, sta suscitando particolare interesse l'applicazione dei numeri fuzzy alle valutazioni di progetti di investimento, in seguito alla quale si è sviluppata un'ampia letteratura a riguardo. In merito, invece, alla valutazione delle acquisizioni d'azienda, la letteratura ancora scarseggia. Dunque, poiché le operazioni di acquisizione possono essere paragonate a degli investimenti per la società acquirente, si è pensato che l'applicazione della logica fuzzy sia estendibile anche ad esse.

L'elaborato si articola in tre capitoli.

Nel primo capitolo viene svolta un'introduzione in merito alla logica fuzzy e alla sua applicazione nella valutazione di progetti di investimento. Dopo aver analizzato la logica bivalente e i suoi punti di debolezza, viene considerata la teoria classica degli insiemi e le sue caratteristiche affinché si possano cogliere le differenze rispetto alla teoria degli insiemi fuzzy. Attraverso l'utilizzo dei numeri triangolari fuzzy, viene sviluppato un metodo di valutazione degli investimenti più realistico in quanto viene definito un intervallo di variabilità per le stime di ogni grandezza considerata e prende così forma il Valore Attuale Netto fuzzy. Viene inoltre

indagato il rapporto tra la logica fuzzy e l'approccio probabilistico.

Nel secondo capitolo l'oggetto di interesse diventa l'azienda intesa come potenziale investimento in un'operazione di acquisizione. Le acquisizioni costituiscono per le aziende un valido strumento per la realizzazione di obiettivi di crescita. Per questo motivo, la metodologia di valutazione di un progetto di investimento può essere adottata anche per la valutazione di un'acquisizione d'azienda. Utilizzando il metodo del Valore Attuale Netto è possibile calcolare il valore netto creato dall'acquisizione, dato dalla differenza tra il valore di acquisizione e il prezzo pagato dall'acquirente. La stima del valore di acquisizione viene suddivisa in fasi distinte, ognuna delle quali si riferisce ad uno specifico "strato" di valore, secondo il modello della stratificazione del valore proposto da Massari. Dopo aver descritto le grandezze che permettono di determinare il valore di acquisizione, al modello così sviluppato viene applicata la logica fuzzy secondo lo stesso principio per cui era stata applicata al VAN di un progetto di investimento nel primo capitolo.

Infine, il terzo capitolo si propone di sviluppare un'applicazione ad un caso reale di quanto studiato nei precedenti. Utilizzando il Valore Attuale Netto fuzzy di un'acquisizione presentato nel secondo capitolo, lo scopo è quello di valutare l'acquisizione di Fratelli Averna S.p.A. da parte del Gruppo Campari. Dal confronto tra il modello della stratificazione del valore secondo l'approccio classico e lo stesso modello con l'approccio fuzzy, è stato possibile mettere in luce le potenzialità che la logica fuzzy può offrire per gestire le difficoltà che si incontrano in sede di valutazione a causa dell'incertezza.

Capitolo 1

Incertezza come unica certezza

1.1 Essere o non essere

“Essere o non essere: questo è il problema”.

William Shakespeare, Amleto

L'incertezza è una condizione necessaria della nostra esistenza e da secoli è un argomento centrale del pensiero filosofico, della riflessione sul mondo e sull'essere umano. Il motivo di questa sua centralità sta nel fatto che l'uomo ha sempre avuto paura dell'ignoto, dell'incerto, dell'indefinito in quanto è un contesto a cui il nostro cervello risponde automaticamente con la paura e con il rifiuto.

In virtù dell'incertezza, l'uomo prosegue nella sua continua ricerca di provare a ridurre questa componente in ogni aspetto della vita, cercando di muoversi all'interno di scenari chiari e sicuri, e il sapere e la conoscenza sono da sempre due elementi che permettono all'uomo di costruire la propria comfort zone. Più si conosce, più ci si sente sicuri e meno esposti agli imprevisti.

In questa ricerca della certezza non sono ammesse le mezze misure. O nero o bianco, o bello o brutto, o alto o basso, o giovane o vecchio, e così via. L'uomo ha da sempre cercato di rendere chiari i confini, di delimitare le aree, di circoscrivere gli spazi.

Fin dall'antichità, grandi filosofi e pensatori come Aristotele hanno cercato di delineare il confine tra l'essere e il non-essere, creando le basi per lo sviluppo della logica classica binaria, la quale considera due soli valori di verità: vero o falso.

Gli scienziati sono dominati dalla logica bivalente e credono di poter spiegare la natura delle cose mediante due semplici valori: 0 e 1. Non sono possibili vie di mezzo ed ogni cosa è riconducibile ad essi.

Si basa tutto su un principio centrale del pensiero aristotelico: il principio di non contraddizione. Esso afferma che una data proposizione e la sua negazione non possono

essere contemporaneamente vere nello stesso modo e allo stesso tempo. Più semplicemente, possiamo dire che una cosa o è A, o è non-A. Non può essere A e non-A. L'erba o è verde o non è verde, non può essere verde e non verde nello stesso momento. Una volta constatato che a un certo soggetto compete un certo attributo, il principio di non contraddizione consente di escludere conseguentemente gli attributi che non gli competono.

O nero o bianco, o vero o falso, o tutto o niente.

1.1.1. La logica bivalente

Chiamata anche logica classica o tradizionale, la logica bivalente affonda le sue radici nella tradizione filosofica dell'antica Grecia, e verrà successivamente formalizzata nel medioevo da Gottlob Frege.

Colui che ne ha gettato le basi, influenzando il metodo scientifico occidentale, è stato Aristotele. In "Metafisica", egli sostiene l'illogicità di poter contemporaneamente affermare e negare qualcosa, ovvero che un certo essere sia e nello stesso tempo non sia, lasciandoci così in eredità la logica bivalente per cui un enunciato può avere solo due valori di verità: vero o falso.

Dalla tradizione aristotelica, ci sono pervenuti altri due principi che sono il fondamento della logica classica. In primis, il *principio di non contraddizione*, di cui abbiamo già parlato precedentemente, secondo cui non si può affermare e negare la stessa cosa nello stesso momento. In secondo luogo, il *principio del terzo escluso*, il quale sostiene che un enunciato o è vero o è falso, non è riconosciuta una terza alternativa.

Indicato A un insieme e non-A la sua negazione (o il suo complemento), questi due principi possono essere formulati nei seguenti modi:

- Principio di non contraddizione: $A \cap \text{non-A} = \emptyset$. Ogni elemento x appartenente all'insieme A non può contemporaneamente appartenere anche a non-A.

- Principio del terzo escluso: $A \cup \text{non-}A = 1$. L'unione dell'insieme A e del suo complemento non-A costituisce l'universo del discorso. Di conseguenza, ogni elemento che non appartiene ad A, deve appartenere al suo complemento non-A.

Per quanto ci appaia logico ed inconfutabile quanto sostenuto da Aristotele, nella realtà dei fatti questo modo di ragionare si applica correttamente solo a situazioni dicotomiche, dove l'orientamento degli assunti è chiaro: vero o falso, uno o zero.

La realtà non risponde sempre a logiche così rigide e non è così semplice suddividerla in categorie nette. Vi sono alcuni famosi paradossi che ne sono dimostrazione ed a cui la logica aristotelica non riesce a dare risposta.

Il primo esempio è il seguente: "Questo enunciato è falso". L'enunciato in questione afferma semplicemente che quanto egli afferma è falso; ma se così fosse, ossia se quanto affermato fosse realmente falso, ciò implicherebbe di conseguenza che l'enunciato sia vero, e quindi nuovamente andrebbe ritenuto falso. E così via. Ogni tentativo di attribuire un valore di verità o di falsità all'affermazione si tradurrebbe in un'oscillazione senza fine tra due estremi opposti: il vero implica il falso e il falso implica il vero.

Analogamente, un altro famoso paradosso è quello del mentitore cretese. Un cittadino cretese afferma: "Tutti i cretesi sono bugiardi". Essendo egli stesso un cretese, anch'egli sarebbe conseguentemente un bugiardo e perciò l'affermazione risulterebbe falsa, poiché proveniente da un bugiardo. Ma se così non fosse, se cioè fosse un cretese che, almeno in questa occasione, non dice il falso, l'affermazione risulta ugualmente falsa poiché non tutti i cretesi sono bugiardi.

Ancora, l'antinomia di Russell: "L'insieme di tutti gli insiemi che non appartengono a sé stessi appartiene a sé stesso se e solo se non appartiene a sé stesso". Questa antinomia può essere espressa in modo più intuitivo attraverso la sua riformulazione nel paradosso del barbiere: "In un villaggio vi è solo un barbiere, un uomo ben sbarbato, che rade tutti e solo gli uomini del villaggio che non si radono da soli. Chi rade il barbiere?". Possiamo cogliere la somiglianza tra questi due paradossi nel momento in cui andiamo a suddividere il villaggio del barbiere in due categorie: la categoria degli uomini che si radono da soli (equiparabile agli insiemi che appartengono a sé stessi) e la categoria degli uomini che non si radono da soli e di conseguenza

vengono rasati dal barbiere (equiparabile agli insiemi che non appartengono a sé stessi). Nel momento in cui si vuole includere il barbiere in una delle due categorie ci si trova di fronte ad una contraddizione: se il barbiere si radesse da solo, verrebbe contraddetto quanto affermato, ossia che il barbiere rade solo gli uomini che non si radono da soli; ma se invece il barbiere non si radesse da solo, allora dovrebbe essere rasato dal barbiere, che però è lui stesso.

Questi paradossi derivano dal fatto che non è possibile dimostrare se una certa affermazione sia vera o falsa, il che è vietato dalla logica della bivalenza e dal principio di non contraddizione. L'unico modo per risolvere queste questioni sarebbe quindi quello di accettare il principio del terzo escluso, ma affermare l'esistenza di un insieme che contiene e non contiene i suoi elementi significherebbe andare contro, oltre che la logica aristotelica, anche la teoria classica degli insiemi.

1.1.2. Insiemi tradizionali e operazioni sugli insiemi

In questa sezione vengono riviste brevemente le terminologie, le definizioni e le proprietà di base degli insiemi classici, nonché le operazioni logiche sugli insiemi.

Un insieme viene definito come un raggruppamento di elementi che può essere individuato mediante una caratteristica comune agli elementi che gli appartengono. Questa caratteristica consente di stabilire univocamente se un elemento appartiene o meno all'insieme.

Nella teoria classica degli insiemi, fissato l'universo del discorso U , un elemento x di U può appartenere o meno ad un certo sottoinsieme A di U . Il sottoinsieme A può essere individuato da una funzione che ha come input x e come output 1 , se x è un elemento di A , oppure 0 , se x non appartiene ad A .

Si tratta della funzione caratteristica $\mu_A(x)$, detta anche grado di verità, che stabilisce il legame tra gli elementi x e l'insieme A , e che può assumere due soli valori, zero o uno. Ciò viene indicato con l'espressione $\mu_A(x): U \rightarrow \{0, 1\}$, tale per cui:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

Gli insiemi classici sono quindi insiemi booleani, in quanto le variabili possono assumere solo questi due valori.

Le principali operazioni logiche sugli insiemi sono la negazione (NOT), l'unione (OR) e l'intersezione (AND). Vediamole nel dettaglio.

Dato un insieme A, per complemento di A si intende l'insieme complementare $\bar{A} = 1 - A$:

$$\bar{A} = \{x \in U \mid x \notin A\}$$

e corrisponde a tutti gli elementi dell'insieme universo che non appartengono ad A.

Invece, dati due insiemi A e B, le operazioni logiche che creano un terzo insieme C sono l'unione e l'intersezione.

L'unione di A e B, indicata da $A \cup B$, è definita come:

$$C = A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$$

e corrisponde all'insieme C di tutti gli elementi che appartengono ad A e di tutti gli elementi che appartengono a B.

L'intersezione di A e B, indicata da $A \cap B$, è definita come:

$$C = A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$$

e corrisponde all'insieme C degli elementi comuni ad A e a B.

Facciamo un esempio per esemplificare come funziona la teoria degli insiemi tradizionali. Se volessimo descrivere l'insieme delle persone alte sull'universo $U = [160, 200]$, potremmo fissare ad esempio a 180 cm (vedi figura 1.1) la soglia oltre la quale un uomo è considerato alto, tale per cui:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 180 \\ 1 & \text{per } x \geq 180 \end{cases}$$

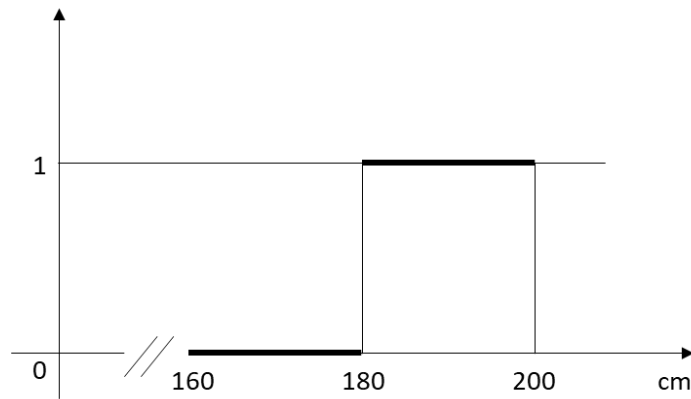


Figura 1.1 – Classi di appartenenza tradizionali

Secondo questo approccio, dev'essere definito un limite preciso che segni una linea di demarcazione netta tra l'appartenenza all'insieme delle persone alte e la non appartenenza a tale insieme, come indica la funzione a scalino della figura 1.1. In questo esempio, la soglia è stata fissata a 180 cm per cui solo le persone che misurano almeno 180 cm sono considerate alte. Da ciò discende che, mentre una persona di 180 cm viene ritenuta alta, una di 179 cm viene considerata bassa, introducendo una drastica differenza tra queste due altezze. Il rigore di questo metodo risulta essere poco rappresentativo del modo di pensare umano, in quanto non consente alcun tipo sfumatura. Risulta essere molto più naturale considerare l'insieme delle persone alte come un insieme che transita gradualmente dalla categoria delle persone basse alla categoria delle persone alte. Di conseguenza, chiunque stia tra i due estremi viene considerato alto ma in diversa misura: qualcuno lo è di più, qualcuno lo è di meno.

Risulta evidente che la teoria classica presenta un problema. La semplicità che la caratterizza consiste nel classificare ogni cosa in insiemi nettamente distinti tra loro e ciò è il suo grande vantaggio, ma è anche il suo grande svantaggio poiché non accetta alcun tipo di sfumatura nella rappresentazione della realtà. Una cosa o appartiene all'insieme o non appartiene all'insieme. Non ci sono mezzi termini.

Viene spontaneo domandarsi se la realtà sia davvero bivalente e quindi mettere in dubbio che la logica binaria sia uno strumento adeguato a descrivere in modo completo un mondo caratterizzato da sfumature e da chiaro-scuro.

1.2 La logica fuzzy

Nella realtà delle cose, la maggior parte dei concetti con cui gli individui hanno a che fare quotidianamente sono concetti soggettivi, difficili da quantificare o da classificare, dimostrandoci come la realtà sia ben poco bivalente.

Già nell'antichità, il filosofo greco Zenone aveva messo in dubbio la natura bivalente delle cose. Un giorno raccolse un mucchio di sabbia e si chiese quando tale mucchio avrebbe smesso di essere considerato tale. Se si rimuove un singolo granello, rimane pur sempre un mucchio. Se si rimuove un altro granello, rimane ancora un mucchio. E potremmo andare avanti così fino a quando non resterebbe solo un granello. Ma allora qual è tra tutti questi il granello che trasforma il mucchio di sabbia in un non-mucchio?

Ciò che Zenone non riusciva a cogliere era quando si verificava il passaggio da A a non-A.

Il problema di questo paradosso, chiamato paradosso del sorite dal greco "sōros" che significa "mucchio", consiste nel fatto che il termine "mucchio" è un concetto vago. O meglio, è un concetto *fuzzy*.

La cultura scolastica ci ha sempre insegnato a vedere il mondo in modo bivalente, a distinguere il vero dal falso, il giusto dallo sbagliato, il buono dal cattivo. Sicuramente, questo approccio consente di semplificare la realtà, ma il mondo reale è fatto di chiaro-scuro.

Come dice Kosko ne "Il fuzzy-pensiero. Teoria e applicazioni della logica fuzzy", tutto è una questione di misura: i fatti sono sempre in una certa misura vaghi, sfumati, fuzzy.

Lo stesso Einstein dubitò del principio dicotomico esprimendosi così: "Nella misura in cui le leggi della matematica si riferiscono alla realtà non sono certe. E nella misura in cui sono certe, non si riferiscono alla realtà". Sembra che la matematica non permetta una descrizione rigorosa del mondo e che la realtà debba essere descritta in termini vaghi e meno rigorosi.

Ed è qui che entra in campo l'idea di fuzziness. Un concetto si definisce fuzzy (dall'inglese sfocato o confuso) quando si riferisce a una classe di oggetti che non hanno confini ben delineati. Molti dei concetti che pervadono la nostra vita come amore, giustizia, bene, male, carino, giovane, e simili ben si adattano all'idea di fuzzy.

Anche se era già stata intuita da precedenti filosofi e matematici come ad esempio Cartesio, Russell e Einstein, il vero padre della logica fuzzy è il matematico iraniano Lofti Zadeh, in quanto ad egli è attribuita la prima vera teorizzazione degli insiemi fuzzy nel suo articolo "Fuzzy sets" del 1965.

L'assunto alla base del pensiero di Zadeh è che il mondo è vago ed impreciso, e di conseguenza dobbiamo adattarci ad esso. Lo strumento che rende ciò possibile è la logica fuzzy che permette di formalizzare l'approssimazione e l'imprecisione della realtà. Ad esempio, quando abbiamo a che fare con variabili linguistiche, incontriamo spesso delle difficoltà nel delineare dei contorni definiti agli insiemi.

Illustriamo il concetto considerando ad esempio la variabile linguistica "età". I valori di questa variabile potrebbero essere: giovane, mezza età, vecchio. Nella logica classica bivalente, detta anche crisp (dall'inglese nitido o preciso) in contrapposizione al termine fuzzy, la funzione di appartenenza degli insiemi può assumere solo due valori: 1, se l'oggetto appartiene all'insieme, oppure 0, se l'oggetto non vi appartiene. Nella logica fuzzy, invece, la funzione di appartenenza può assumere qualsiasi valore compreso tra 0 e 1, quindi una persona abbastanza giovane potrebbe appartenere alla classe dei giovani per lo 0,8 e alla classe dei non giovani per lo 0,2.

Non viene più tracciato un confine netto tra A e non-A. Ora coesistono.

Viene quindi meno il principio di non contraddizione e, di conseguenza, con esso svanisce anche il principio del terzo escluso, in quanto nella logica fuzzy esistono delle circostanze per cui un certo enunciato è contemporaneamente vero e falso.

A tal proposito, Kosko ha introdotto l'equazione yin-yang per definire la situazione in cui un enunciato è tanto vero quanto falso: $A = non - A$. Nella figura 1.2 viene rappresentato il tai-jitu, famoso simbolo bicolore della cultura cinese che indica la relazione dinamica fra i due principi opposti e complementari, lo yin e lo yang.

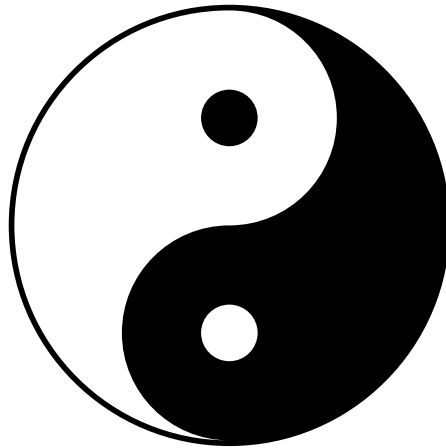


Figura 1.2 – Yin e Yang

A implica non-A, non-A implica A. Il bicchiere è sia mezzo pieno che mezzo vuoto.

E quali concetti spiegano questa dualità in modo migliore rispetto allo yin e allo yang? I concetti di yin e yang derivano dalla filosofia cinese e vengono tradotti rispettivamente come “oscuro” e “brillante”. Secondo il pensiero cinese, la dualità delle cose pervade il mondo: non esiste il giorno senza la notte, non esiste l’amore senza l’odio, non esiste la vita senza la morte, non esiste il vero senza il falso. Si parla di condizioni opposte tra loro e non in contraddizione, ma complementari e interdipendenti. Non c’è l’imposizione di una sull’altra, c’è la coesistenza di esse come dimostrano i due pallini del colore opposto: nello yin vi è sempre una traccia dello yang e nello yang vi è sempre una traccia dello yin.

1.2.1. Gli insiemi fuzzy¹

Come la logica tradizionale, la logica fuzzy si basa sul concetto di insieme.

Un insieme fuzzy A può essere definito come un insieme di coppie ordinate del tipo:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in A, \mu_A(x) \in [0,1]\},$$

¹ Per il paragrafo che segue cfr. Bojadziev G., Bojadziev M., Fuzzy logic for business, finance and management, World Scientific Pub Co Inc, Singapore, 1997.

dove $\mu_A(x)$ è la funzione di appartenenza che specifica il grado con cui ogni elemento x di A appartiene all'insieme fuzzy. Ad ogni elemento x di A viene associato un numero reale $\mu_A(x)$ nell'intervallo $[0,1]$. Maggiore è il valore di $\mu_A(x)$ e maggiore è il grado di appartenenza. Il valore 0 è utilizzato per rappresentare la completa non appartenenza all'insieme, mentre il valore 1 per rappresentare la completa appartenenza, come per gli insiemi classici. La vera differenza tra le due logiche sta nel fatto che, negli insiemi fuzzy, $\mu_A(x)$ può assumere valori intermedi che vengono utilizzati per rappresentare i gradi intermedi di appartenenza.

Ciò implica che, mentre nella logica classica un elemento può appartenere o non appartenere ad un insieme, nella logica fuzzy può invece appartenervi anche solo parzialmente, permettendo così una graduale transizione dall'appartenenza alla non appartenenza, e viceversa.

Vengono riportate di seguito alcune importanti definizioni degli insiemi fuzzy.

Un insieme fuzzy viene detto normalizzato se almeno un elemento $x \in A$ raggiunge il grado di appartenenza 1, altrimenti l'insieme viene detto non normalizzato.

Si definisce supporto di A , indicato come $\text{supp}(A)$, l'insieme crisp costituito da tutti gli elementi di X aventi grado di appartenenza in A non nullo: $\mu_A(x) > 0$. Si parla di fuzzy singleton qualora l'insieme fuzzy sia costituito da un solo elemento x di A con $\mu_A(x) > 0$.

Un concetto più generale e più utile è quello di α -cut. L'insieme crisp di elementi che appartengono all'insieme fuzzy con grado di appartenenza almeno pari ad α è chiamato α -cut:

$$A_\alpha = \{x \mid x \in R, \mu_A(x) \geq \alpha\}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1.$$

L'insieme α -cut definisce una soglia che può essere considerata come un livello di confidenza α in una decisione o concetto rappresentati mediante un insieme fuzzy. Tale soglia è utilizzata per escludere gli elementi x di A che hanno grado di appartenenza $\mu_A(x) < \alpha$.

Riprendiamo ora l'esempio del paragrafo 1.1.2. relativo all'insieme delle persone alte sull'universo $U = [160, 200]$. Avevamo fissato a 180 cm la soglia a partire dalla quale una persona era ritenuta appartenente all'insieme delle persone alte e ci eravamo resi conto dell'assurdità nel fatto che, superata tale soglia, le persone passassero bruscamente dalla categoria "basso" alla categoria "alto".

Nella logica fuzzy, invece, le persone appartengono sempre all'insieme delle persone alte anche se solo in una certa misura.

Definiamo l'insieme fuzzy $A = \{(x, \mu_A(x))\}$, dove x appartiene all'intervallo $[160, 200]$ e $\mu_A(x)$ è la funzione di appartenenza definita da:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 160 \\ \frac{x - 160}{200 - 160} & \text{per } 160 \leq x < 200 \\ 1 & \text{per } x \geq 200. \end{cases}$$

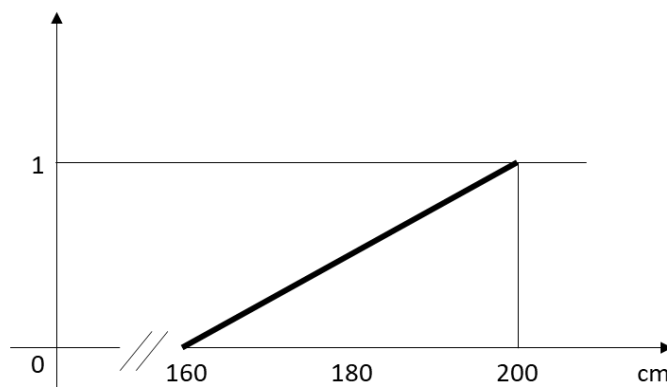


Figura 1.3 – Funzione di appartenenza

Come possiamo vedere nella figura 1.3, la funzione di appartenenza è una funzione continua e crescente. Nella logica fuzzy il passaggio dalla categoria delle persone basse alla categoria delle persone alte è graduale, a differenza della logica classica che presenta una netta demarcazione. Secondo questo approccio, al di sotto di 160 cm le persone sono considerate basse in quanto, presentando un grado di appartenenza pari a 0, non appartengono all'insieme delle persone alte, mentre nell'intervallo $[160, 200]$ le persone sono considerate alte in una certa misura che aumenta gradualmente man mano che ci si allontana dai 160 cm e ci si avvicina ai 200 cm, soglia che definisce la completa appartenenza all'insieme in quanto il grado di appartenenza è pari a 1.

Risulta perciò evidente che l'appartenenza di una persona all'insieme delle persone alte viene descritta in modo più accurato con la logica fuzzy che, definendo per ogni persona un certo grado di appartenenza, esprime "quanto" la persona appartiene all'insieme. Con l'approccio

fuzzy, una persona alta 179 cm appartiene all'insieme delle persone alte con un grado di appartenenza pari a 0.475, mentre una persona alta 180 cm con un grado di appartenenza pari allo 0.5.

Mentre la logica bivalente utilizza una soglia di appartenenza che stabilisce chi appartiene all'insieme e chi non vi appartiene, la logica fuzzy utilizza una funzione continua che attribuisce un grado, o livello, di appartenenza ad ogni elemento.

Dato che i valori di verità degli enunciati non sono più binari, quindi non sono più o completamente veri o completamente falsi, è necessario ridefinire le operazioni sugli insiemi fuzzy, definite attraverso la loro funzione di appartenenza. Anche per gli insiemi fuzzy, le principali operazioni sono la negazione (o complemento), l'unione e l'intersezione.

Siano A e B due fuzzy sets di uno stesso universo U, aventi funzioni di appartenenza $\mu_A(x)$ e $\mu_B(x)$ rispettivamente. Per la loro semplicità, in questo elaborato si preferiscono utilizzare delle funzioni di appartenenza di forma triangolare.

Complemento (NOT). L'insieme complemento dell'insieme fuzzy A definito in U è ancora un insieme di U, avente funzione di appartenenza:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad x \in U.$$

La figura 1.4 illustra il complemento dell'insieme fuzzy A.

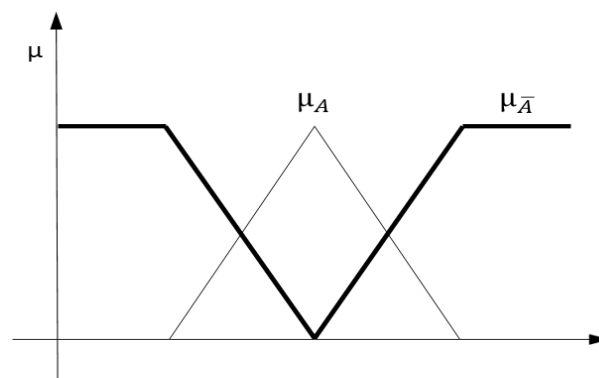


Figura 1.4 – Operazione di NOT (complemento) tra insiemi fuzzy

Unione (OR). L'insieme unione di A e B, indicato come $A \cup B$, definiti in U è ancora un insieme di U, avente funzione di appartenenza:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad x \in U.$$

L'unione dei due insiemi fuzzy A e B viene rappresentata graficamente nella figura 1.5.

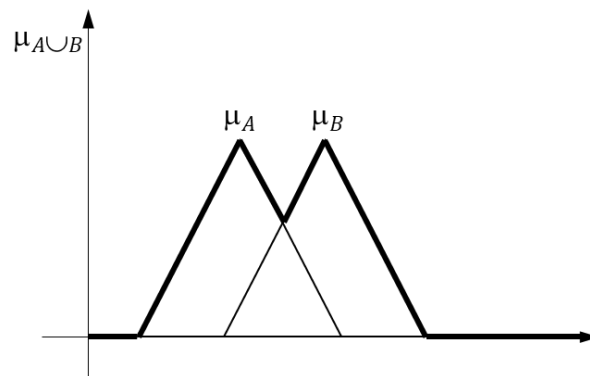


Figura 1.5 – Operazione di OR (unione) tra insiemi fuzzy

Intersezione (AND). L'insieme intersezione di A e B, indicato come $A \cap B$, definiti in U è ancora un insieme di U, avente funzione di appartenenza:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad x \in U$$

Nella figura 1.6 viene rappresentata l'intersezione dei due insiemi fuzzy A e B.

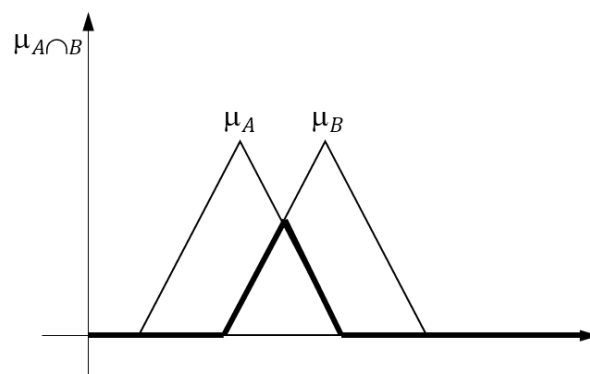


Figura 1.6 – Operazione di AND (intersezione) tra insiemi fuzzy

È evidente come nell'ambito fuzzy si abbia la non validità dei tradizionali principi di non contraddizione e del terzo escluso: l'intersezione di un insieme con il suo complemento non dà

più necessariamente l'insieme vuoto (0), così come la loro unione non dà più necessariamente l'insieme universo (1).

È proprio l'assenza del principio del terzo escluso a rendere la teoria degli insiemi fuzzy più flessibile e appropriata nel descrivere l'incertezza e nel trattare informazioni incomplete e imprecise rispetto alla teoria degli insiemi classica. Con la logica fuzzy, viene meno la polarità di questo principio per cui se un elemento non appartiene all'insieme A, deve appartenere al suo complemento non-A, rendendo possibile l'appartenenza parziale ad A e, contemporaneamente, al suo complemento non-A.

1.2.2. L'entropia fuzzy²

Bart Kosko ha dato rappresentazione al rapporto tra bivalenza e polivalenza attraverso il cubo fuzzy. Si tratta di un ipercubo n-dimensionale $I^n = [0,1]$ che rappresenta l'insieme di tutti i sottoinsiemi fuzzy: ogni insieme fuzzy corrisponde ad un punto all'interno del cubo i cui elementi sono compresi tra 0 e 1, ad esclusione dei vertici che sono tutti insiemi bivalenti i cui elementi assumono solamente i valori 0 oppure 1.

Consideriamo ora l'insieme di due elementi $X = \{x_1, x_2\}$. Esso corrisponde ad un cubo bidimensionale, rappresentato nella figura 1.7, contenente quattro sottoinsiemi $2^X = \{\emptyset, X, \{x_1\}, \{x_2\}\}$ che corrispondono rispettivamente ai quattro vettori bit $\{(0\ 0), (1\ 1), (1\ 0), (0\ 1)\}$, dove 1 e 0 indicano la presenza o l'assenza dell'i-esimo elemento x_i all'interno del sottoinsieme.

² Per il paragrafo che segue cfr. Kosko B., Fuzziness vs Probability, International Journal of General System, Vol. 17, 1990, pp. 211 – 240.

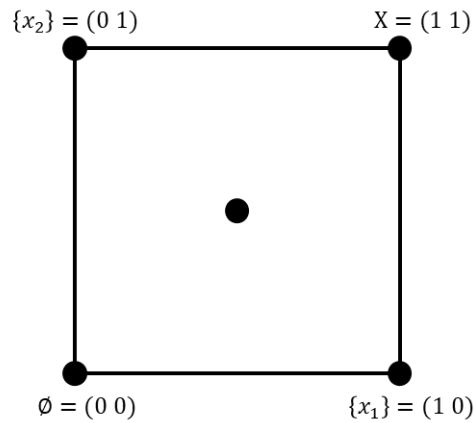


Figura 1.7 – Cubo fuzzy

L'aspetto più interessante del cubo fuzzy è rappresentato dal punto medio. Il punto medio corrisponde all'unico insieme che è uguale al suo opposto ($A = non - A$) ed, inoltre, all'unico punto in I^n ad essere equidistante da ciascun vertice del cubo.

Nel punto medio non è possibile distinguere una cosa dalla sua opposta: è il paradosso, il bicchiere mezzo pieno e mezzo vuoto, dove l'equazione yin-yang è soddisfatta al 100%. Nei vertici del cubo si può distinguere una cosa da ciò che è una non-cosa, mentre nel mezzo si collocano le sfumature di grigio.

Il centro del cubo corrisponde al buco nero della teoria degli insiemi: non è possibile arrotondare il punto medio al vertice più vicino, essendo ogni vertice lontano e vicino in egual misura.

Abbiamo visto che un sottoinsieme A è propriamente fuzzy se e solo se rispetta due condizioni: $A \cap non - A \neq \emptyset$ e $A \cup non - A \neq X$.

Rappresentando gli insiemi A , $non - A$, $A \cap non - A$, $A \cup non - A$, come quattro punti all'interno del cubo fuzzy, possiamo osservare che essi definiscono un quadrato interno, come illustrato nella seguente figura.

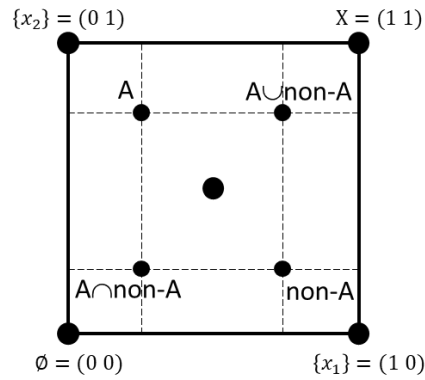


Figura 1.8 – Delineazione del quadrato fuzzy

Attraverso questa rappresentazione, risulta evidente come questi quattro punti si muovano insieme: nella misura in cui gli insiemi diventano meno fuzzy, il quadrato interno si allarga verso i vertici non fuzzy; viceversa, nella misura in cui diventano più fuzzy, il quadrato si contrae verso il punto medio, dove A è uguale al suo opposto $\text{non} - A$: $A = A \cap \text{non} - A = A \cup \text{non} - A = \text{non} - A$.

Kosko ha fornito inoltre una rappresentazione di “quanto è fuzzy” l’insieme attraverso il concetto di entropia fuzzy. L’entropia fuzzy è data dal rapporto tra le distanze dell’insieme rispettivamente dal vertice più vicino (segmento rosso) e dal vertice più lontano (segmento blu) del cubo, raffigurata nella figura 1.9.

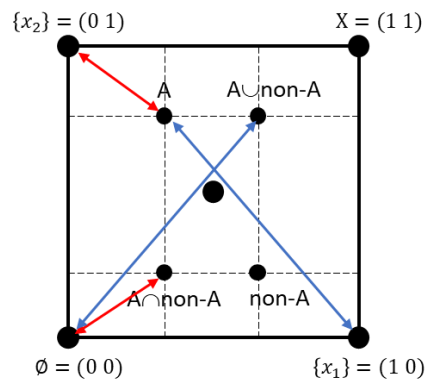


Figura 1.9 – Entropia fuzzy

Risulta immediato verificare che le distanze dell’insieme A dal vertice più vicino $(0\ 1)$ e dal vertice più lontano $(1\ 0)$ coincidono con le distanze dell’insieme $A \cap \text{non} - A$ e dell’insieme $A \cup \text{non} - A$ dall’origine degli assi, ossia il vertice con coordinate $(0\ 0)$.

Possiamo quindi ricavare l'entropia fuzzy di un insieme A come il rapporto tra l'intersezione dell'insieme con il suo complemento e la loro unione, ovvero:

$$E(A) = \frac{A \cap \text{non} - A}{A \cup \text{non} - A}.$$

L'entropia fuzzy $E(A)$ varia tra 0 e 1, crescendo a mano a mano che ci si sposta da un vertice al punto medio del cubo. Difatti, nei vertici vengono rispettati i principi di non contraddizione e del terzo escluso, per cui $A \cap \text{non} - A = 0$ e $A \cup \text{non} - A = 1$, e di conseguenza $E(A) = 0$, mentre il punto medio presenta il valore massimo di entropia $E(A) = 1$, in quanto abbiamo visto che l'insieme eguaglia il suo opposto, per cui $A = A \cap \text{non} - A = A \cup \text{non} - A = \text{non} - A$.

1.2.3. I numeri fuzzy³

Molte sono le situazioni in cui non si è in grado di definire con precisione le informazioni e ci si trova ad avere a che fare con concetti vaghi, quali ad esempio "approssimativamente 4000,00 €", "tra il 4% e il 5%", oppure "più di 5000,00 €", e così via. Questi sono tutti esempi di numeri fuzzy, ossia numeri che ci consentono di rappresentare informazioni imprecise relative a fluttuazioni, valutazioni o previsioni, e di cogliere l'imprecisione e la variabilità sottostanti a tali dati.

Un numero fuzzy è definito sull'insieme \mathbb{R} dei numeri reali come un insieme fuzzy convesso e normalizzato. Abbiamo già visto che un insieme fuzzy viene definito normalizzato se esiste almeno un elemento x tale per cui $\mu_A(x) = 1$. Per quanto riguarda la definizione di insieme convesso, un insieme fuzzy A di U viene definito tale se l' α -cut $[A_\alpha]$ è un sottoinsieme convesso di U per tutti gli $\alpha \in [0,1]$.

³ Per il paragrafo che segue cfr. Bojadziev G., Bojadziev M., Fuzzy logic for business, finance and management, World Scientific Pub Co Inc, Singapore, 1997.

Nella figura 1.10 vengono rappresentati due insiemi fuzzy convessi, in quanto tutti gli α -cut consistono in un segmento interamente contenuto nell'insieme. Uno dei due insiemi è normalizzato poiché presenta almeno un elemento x con grado di appartenenza pari a 1, mentre l'altro insieme è non-normalizzato in quanto non presenta tale requisito.

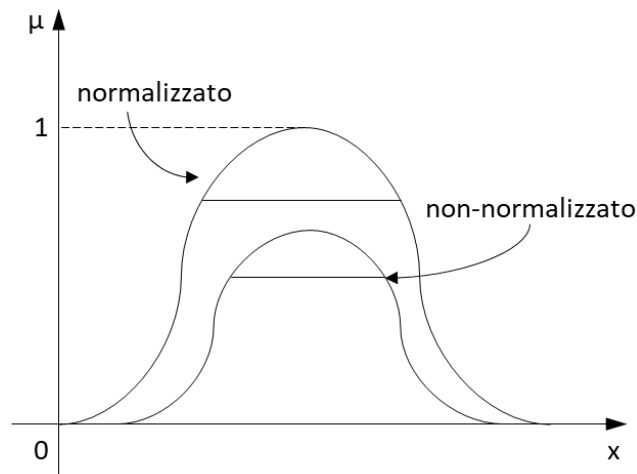


Figura 1.10 – Insiemi fuzzy convessi

Un numero fuzzy triangolare \tilde{A} , indicato come $\tilde{A} = (a_1, a_M, a_2)$ dove $a_1 < a_M < a_2$, con funzione di appartenenza $\mu_{\tilde{A}}(x)$, è definito in \mathbb{R} come:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_M - a_1} & \text{per } a_1 \leq x < a_M \\ \frac{a_2 - x}{a_2 - a_M} & \text{per } a_M \leq x < a_2 \\ 0 & \text{per } x \geq a_2. \end{cases}$$

Il valore a_1 rappresenta il valore più piccolo possibile che il numero può assumere, mentre a_2 il valore più grande possibile: esprimono quindi il limite inferiore e il limite superiore del numero fuzzy. Il valore a_M è il valore più verosimile, ossia l'elemento con maggior grado di appartenenza (1).

Nella seguente figura 1.11 viene rappresentato graficamente il numero fuzzy triangolare $\tilde{A} = (a_1, a_M, a_2)$.

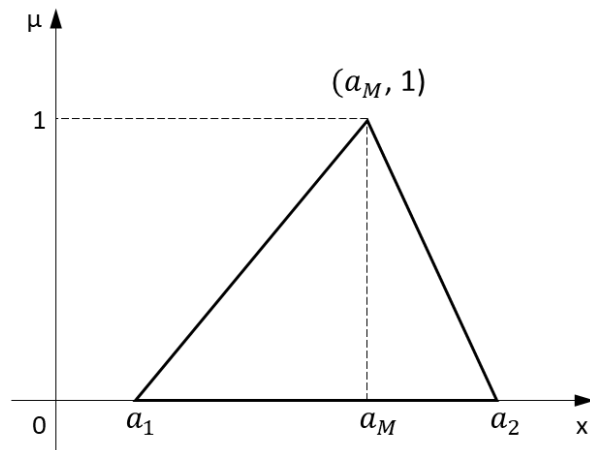


Figura 1.11 – Numero fuzzy triangolare

Spesso, il punto a_M si trova al centro dell'intervallo, per cui $a_M = \frac{a_1 + a_2}{2}$, e si parla di un numero triangolare fuzzy centrale, rappresentato nella figura 1.12.

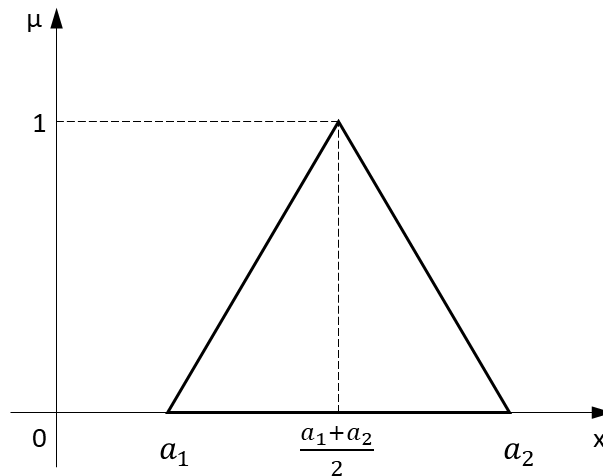


Figura 1.12 – Numero fuzzy triangolare centrale

Il principio di estensione ci permette di estendere anche ai numeri fuzzy le operazioni aritmetiche standard sui numeri reali.

Le operazioni sui numeri fuzzy sono strettamente collegate alle operazioni aritmetiche sugli intervalli. Se $A = [a_1, a_2]$ e $B = [b_1, b_2]$ sono intervalli crisp e $@ \in \{+, -, *, /\}$, possiamo definire le operazioni aritmetiche tra intervalli come:

$$Z = A @ B = [\min(a_1 @ b_1, a_1 @ b_2, a_2 @ b_1, a_2 @ b_2), \max(a_1 @ b_1, a_1 @ b_2, a_2 @ b_1, a_2 @ b_2)].$$

Per cui, dati due intervalli $A = [a_1, a_2]$ e $B = [b_1, b_2]$, le principali operazioni sono date rispettivamente dalla somma, differenza, moltiplicazione, moltiplicazione per uno scalare e divisione:

$$\begin{aligned}
A + B &= [a_1 + b_1, a_2 + b_2], \\
A - B &= [a_1 - b_2, a_2 - b_1], \\
A * B &= [\min(a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2), \max(a_1 b_1, a_1 b_2, a_2 b_1, a_2 b_2)], \\
\lambda A &= \begin{cases} [\lambda a_1, \lambda a_2] & \text{se } \lambda \geq 0 \\ [\lambda a_2, \lambda a_1] & \text{se } \lambda < 0 \end{cases} \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}, \\
\frac{A}{B} &= A * \frac{1}{B}, \text{ dove } \frac{1}{B} = \begin{cases} \left[\frac{1}{b_2}, \frac{1}{b_1} \right] & \text{se } 0 \notin B \\ \left[\frac{1}{b_2}, \infty \right[& \text{se } b_1 = 0 \text{ e } b_2 > 0 \\ \left] -\infty, \frac{1}{b_1} \right] & \text{se } b_1 < 0 \text{ e } b_2 = 0 \\ \left] -\infty, \infty \right[& \text{se } b_1 < 0 \text{ e } b_2 > 0. \end{cases}
\end{aligned}$$

I numeri fuzzy triangolari possono essere rappresentati utilizzando il loro α -cut, che esprime il livello di confidenza relativo alle stime effettuate. Per cui, dato $\tilde{A} = (a_1, a_M, a_2)$, per ogni $\alpha \in [0, 1]$, abbiamo:

$$\begin{aligned}
\tilde{A}_\alpha &= [\underline{A}^\alpha, \overline{A}^\alpha] \\
&= [a_1 + (a_M - a_1)\alpha, a_2 - (a_2 - a_M)\alpha],
\end{aligned}$$

dove \underline{A}^α e \overline{A}^α sono, rispettivamente, il limite inferiore e il limite superiore dell'intervallo associato ad un dato α .

Dati due numeri triangolari fuzzy $\tilde{A}_\alpha = [\underline{A}^\alpha, \overline{A}^\alpha]$ e $\tilde{B}_\alpha = [\underline{B}^\alpha, \overline{B}^\alpha]$, le operazioni aritmetiche relative agli intervalli crisp precedentemente riportate possono essere a loro volta applicate ai numeri fuzzy ed espresse come segue:

$$\begin{aligned}
\tilde{A}^\alpha + \tilde{B}^\alpha &= [\underline{A}^\alpha + \underline{B}^\alpha, \overline{A}^\alpha + \overline{B}^\alpha], \\
\tilde{A}^\alpha - \tilde{B}^\alpha &= [\underline{A}^\alpha - \overline{B}^\alpha, \overline{A}^\alpha - \underline{B}^\alpha], \\
\tilde{A}^\alpha * \tilde{B}^\alpha &= [\min(\underline{A}^\alpha * \underline{B}^\alpha, \underline{A}^\alpha * \overline{B}^\alpha, \overline{A}^\alpha * \underline{B}^\alpha, \overline{A}^\alpha * \overline{B}^\alpha), \max(\underline{A}^\alpha * \underline{B}^\alpha, \underline{A}^\alpha * \overline{B}^\alpha, \overline{A}^\alpha * \underline{B}^\alpha, \overline{A}^\alpha * \overline{B}^\alpha)], \\
\lambda \tilde{A}^\alpha &= \begin{cases} [\lambda \underline{A}^\alpha, \lambda \overline{A}^\alpha] & \text{se } \lambda \geq 0 \\ [\lambda \overline{A}^\alpha, \lambda \underline{A}^\alpha] & \text{se } \lambda < 0 \end{cases} \quad \forall \lambda \in \mathbb{R},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\tilde{A}^\alpha}{\tilde{B}^\alpha} &= \tilde{A}^\alpha * \frac{1}{\tilde{B}^\alpha} \text{ per cui: } \frac{1}{\tilde{B}^\alpha} = \left[\frac{1}{\underline{B}^\alpha}, \frac{1}{\overline{B}^\alpha} \right] \text{ se } 0 \notin \text{supp } \tilde{B}^\alpha \\
&= \left[\frac{1}{\overline{B}^\alpha}, \infty \right[\text{ se } \underline{B}^\alpha = 0 \text{ e } \overline{B}^\alpha > 0 \\
&= \left] -\infty, \frac{1}{\underline{B}^\alpha} \right] \text{ se } \underline{B}^\alpha < 0 \text{ e } \overline{B}^\alpha = 0 \\
&= \left] -\infty, \infty \right[\text{ se } \underline{B}^\alpha < 0 \text{ e } \overline{B}^\alpha > 0.
\end{aligned}$$

I numeri fuzzy si rivelano essere degli utili strumenti quando ci si trova a lavorare con quantità numeriche imprecise. È per questo che la logica fuzzy trova applicazione in molti campi.

1.2.4. Il rapporto tra logica fuzzy e probabilità

Quando la teoria fuzzy è stata presentata per la prima volta al mondo scientifico, è stata fortemente criticata in quanto ritenuta equivalente alla teoria della probabilità, venendo accusata di essere una probabilità “mascherata” o “sotto mentite spoglie”.

Il dibattito tra approccio fuzzy e approccio probabilistico non ha ancora trovato un esito unanime e la principale questione riguarda l’effettiva capacità della probabilità di affrontare da sola ogni tipo di incertezza, o se sia necessario venga affiancata da altri approcci come la logica fuzzy.

Nel saggio “Fuzzy vs Probability”, Bart Kosko, uno dei massimi esponenti della logica fuzzy e allievo di Zadeh, iniziò con una serie di domande:

“Is uncertainty the same as randomness? If we are not sure about something, is it only up to chance? Do the notions of likelihood and probability exhaust our notions of uncertainty?”

La scienza moderna ha trovato riparo per molto tempo nella teoria della probabilità, ritenuta l’unica in grado di descrivere l’incertezza. Per questo motivo, la teoria fuzzy ha riscontrato una notevole ostilità quando è stata introdotta.

A trarre in inganno, è stato il fatto che sia la probabilità che la logica fuzzy descrivono l’incertezza e, nel fare ciò, utilizzano l’intervallo [0,1]. Ma per quanto queste due teorie a

primo impatto possano sembrare simili, in realtà si occupano di due diversi tipi di incertezza. Mentre la probabilità descrive l'incertezza relativa al verificarsi o meno di un evento, la fuzziness descrive il grado con cui un evento si verifica e non se si verifica o meno.

Un evento ha una certa probabilità di verificarsi, ma una volta che si è verificato sempre vero o falso rimane: la probabilità è una logica di natura bivalente. Secondo la logica fuzzy, di natura polivalente, le vicende della natura avvengono allo stesso tempo in modo vero e falso ma con diversi gradi di misura.

Maggiori sono le informazioni e maggiore è la natura fuzzy delle cose, in quanto si è in grado di definire la sfumatura mediante la quale gli insiemi si sovrappongono. Il confine tra le cose e le non-cose è vago e sfumato: tanto più un fatto somiglia al suo opposto, tanto più esso è fuzzy. Per contro, la probabilità si dissolve quando i dati noti diventano numerosi.

Da ciò ne deriva la differenza più significativa tra le due teorie. Nella teoria fuzzy, A si sovrappone al suo complemento non- A e di conseguenza vengono infranti i principi aristotelici di non contraddizione e del terzo escluso, come abbiamo visto precedentemente, cosa che non avviene nella teoria della probabilità per la quale valgono: $P(A \cap \text{non} - A) = \emptyset$ e $P(A \cup \text{non} - A) = 1$.

Nonostante molti articoli, a partire da quello di Zadeh del 1965, siano stati dedicati a sostenere che la probabilità sia uno strumento inadeguato per catturare ciò che la teoria fuzzy ci consente di cogliere, si sono fatte strada alcune correnti di pensiero per cui queste due teorie non solo coesistono ma possono essere addirittura complementari.

In particolare, un approccio interessante prevede di interpretare la teoria degli insiemi fuzzy in termini di eventi condizionati e di probabilità condizionata coerente⁴.

A tale riguardo, la probabilità viene interpretata come una misura del grado di fiducia nell'evento E da parte di un soggetto. Viene quindi fatto riferimento alla definizione soggettiva di probabilità proposta da Bruno De Finetti in "Teoria delle probabilità", il quale definisce appunto la probabilità come il grado di fiducia che un individuo associa al verificarsi

⁴ Si veda Coletti G., Scozzafava R., Conditional probability, fuzzy sets, and possibility: a unifying view, *Fuzzy Sets and Systems*, 144 (2004), pp. 227-249.

dell'evento in questione E .

Essendo però una scelta del tutto soggettiva, ogni individuo può assegnare alla probabilità il valore che ritiene più opportuno e per questo motivo tale probabilità è soggetta ad un vincolo di coerenza. Un soggetto viene definito coerente quando attribuisce dei valori ai propri gradi di fiducia che rispettino, oltre al proprio istinto, anche gli assiomi⁵ del calcolo delle probabilità.

Introduciamo quindi il concetto di evento condizionato.

Si parla di eventi condizionati (o dipendenti) quando il verificarsi di un evento E è subordinato al verificarsi di un altro evento H . Un evento condizionato, indicato da $E|H$, corrisponde ad un'entità logica a tre valori che può essere definita attraverso il suo valore di verità $T(E|H)$: quando H è vero, assumiamo $T(E|H)$ uguale a 1 o a 0 a seconda che E sia vero o falso, mentre quando H è falso, assegniamo il valore "indeterminato".

Per consentire l'incorporazione della teoria degli insiemi fuzzy nello scenario della probabilità condizionata coerente, questo terzo valore differisce dall'approccio classico: quando assumiamo che H sia falso, assumiamo $T(E|H)$ uguale a $t(E|H)$, dove t è una funzione della coppia (E, H) che assume valori compresi nell'intervallo $[0,1]$ che corrispondono al grado di fiducia nell'evento condizionato $E|H$.

Data una famiglia C di eventi condizionati $E|H$ tale che l'insieme dei loro supporti booleani (E, H) è pari a $C_B = E \times H^0$, dove E è un'algebra booleana, $H \subset E$ ed $H^0 = H \setminus \{\emptyset\}$, il terzo valore $t(\cdot | \cdot)$ soddisfa le seguenti regole:

- (i) $t(E|H) = t((E \wedge H)|H)$, per ogni $E \in E$ ed $H \in H^0$;
- (ii) $t(\cdot | H)$ è una probabilità su E per ogni $H \in H^0$;
- (iii) $t((E \wedge A)|H) = t(E|H)t(A|(E \wedge H))$, per ogni $A \in E$ ed $E \wedge H \in H$.

Poiché per ogni $H \in H^0$ la prima condizione può essere sostituita da (i') $t(H|H) = 1$, ponendo

⁵ Nel 1933, A. N. Kolmogorov diede un'impostazione assiomatica alla teoria della probabilità. Dato uno spazio campionario Ω e una famiglia di eventi \mathcal{F} , ad ogni evento $E \in \mathcal{F}$ viene assegnato un numero $P(E)$ che deve sottostare ai seguenti tre assiomi:

- 1) per ogni evento $E \in \mathcal{F}$ $0 \leq P(E) \leq 1$;
- 2) per l'intero spazio campionario Ω , $P(\Omega) = 1$;
- 3) presa una qualsiasi successione di eventi $E_1, E_2, \dots \in \mathcal{F}$ tali che $E_i \cap E_j = \emptyset$ ogni volta che $i \neq j$, si ha che $P[\cup E_i] = \sum P(E_i)$.

$t(\cdot | \cdot) = P(\cdot | \cdot)$, le predette condizioni corrispondono agli assiomi che definiscono la probabilità condizionata.

Da questi assiomi deriva la “formula della disintegrazione” per la probabilità di un evento $E|H$ rispetto ad una partizione di eventi H :

$$P(E|H) = \sum_{k=1}^N P(H_k|H)P(E|H_k).$$

Vediamo quindi l’interpretazione di insiemi fuzzy in termini di probabilità condizionata coerente.

Sia φ una qualsiasi proprietà relativa ad una variabile X con intervallo C_X , non necessariamente numerica, e per ogni $x \in C_X$ indichiamo con x l’evento $\{X = x\}$.

Viene presa come riferimento una persona reale (o fittizia) che possiede delle informazioni in merito ai possibili valori di X , che le consentono di assegnare una funzione di appartenenza al sottoinsieme fuzzy di C_X che presenta la proprietà φ . Tale persona può assegnare ad ognuno di questi eventi condizionati un grado di fiducia $P(E_\varphi|x)$ che risulta essere quindi una interpretazione della funzione di appartenenza $\mu_\varphi(x)$.

Per cui, data una variabile X con intervallo C_X e una relativa proprietà φ , un sottoinsieme fuzzy E_φ^* di C_X corrisponde alla coppia:

$$E_\varphi^* = \{E_\varphi, \mu_\varphi\},$$

dove $\mu_\varphi(x) = P(E_\varphi|x)$ per ogni $x \in C_X$.

Visto che il concetto di evento fuzzy corrisponde ad una proposizione del tipo “Il soggetto afferma la proprietà φ ”, secondo questo approccio è possibile calcolare la probabilità condizionata dell’evento come:

$$P(E_\varphi) = \sum_{x \in C_X} P(x) P(E_\varphi|x) = \sum_{x \in C_X} P(x) \mu_\varphi(x).$$

Quindi la probabilità condizionata coerente $P(E_\varphi|x)$ misura quanto tale persona sia disposta affermare la proprietà φ dato un evento $\{X = x\}$, e svolge quindi il ruolo della funzione di appartenenza $\mu_\varphi(x)$ relativa al sottoinsieme fuzzy E_φ^* .

Come detto all'inizio del paragrafo, il dibattito in merito a questi due approcci è ancora aperto. C'è chi sostiene che la probabilità sia uno strumento inadeguato nel trattare l'incertezza; c'è chi sostiene che ad esserlo sia la logica fuzzy; c'è infine chi sostiene che queste teorie debbano essere utilizzate sotto un'ottica di complementarità.

Sicuramente, non riconoscere le effettive potenzialità della logica fuzzy potrebbe portare a non coglierne le notevoli opportunità.

Nel prossimo paragrafo viene infatti illustrato come la logica fuzzy abbia considerevoli sviluppi applicativi in vari campi, in particolare nel campo dell'intelligenza artificiale per quanto riguarda i sistemi di controllo, nonché nel campo dei sistemi decisionali.

1.2.5. Impiego della logica fuzzy

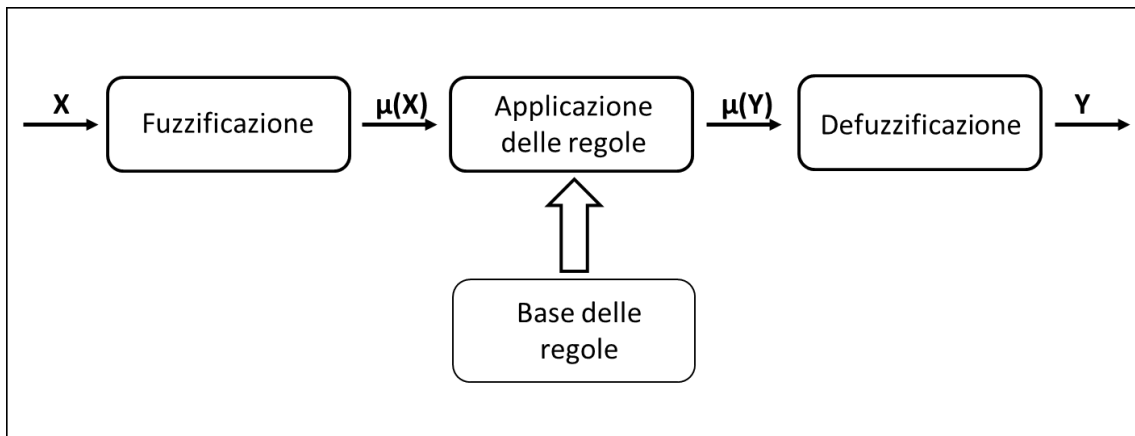
I concetti di insieme fuzzy e di logica fuzzy hanno inizialmente riscontrato una forte avversità da parte della comunità accademica. Molti ricercatori sostenevano che la scienza e la tecnologia dovevano rendere la realtà più chiara e precisa o, per lo meno, cercare di escludere qualsiasi tipo di ambiguità.

Nonostante inizialmente la teoria fuzzy sia stata per lo più ignorata, pian piano, studiosi e scienziati di tutto il mondo, dei campi più diversi, dalla psicologia alla sociologia, dalla filosofia all'economia, dalle scienze naturali all'ingegneria, divennero seguaci di Zadeh.

I primi precursori sono stati i giapponesi e i coreani, probabilmente per la corrispondenza tra l'approccio fuzzy alla realtà e gli insegnamenti del buddismo, ed in parte anche per la loro naturale inclinazione verso le tecnologie avanzate e l'intelligenza artificiale. In occidente, invece, la logica fuzzy si è diffusa più lentamente incontrando una maggiore diffidenza, complice la razionalità che caratterizza la mentalità occidentale.

La logica fuzzy viene largamente utilizzata nei sistemi di controllo dei processi industriali e nell'ambito degli algoritmi dell'intelligenza artificiale per la simulazione dei processi decisionali umani.

Nella figura 1.13 viene raffigurato lo schema tipico di un sistema fuzzy.



1.13 – Schema di un sistema fuzzy

Il sistema fuzzy opera su insiemi fuzzy e, poiché nella maggior parte dei casi le variabili in ingresso (X) sono deterministiche, si rende perciò necessario operare una conversione per tradurre le grandezze numeriche in grandezze fuzzy. Tale procedimento prende il nome di “fuzzificazione” e permette di calcolare il grado di appartenenza di ogni valore numerico assunto da una variabile d’ingresso ad ogni insieme fuzzy definito per essa.

Dopo aver fuzzificato queste grandezze, si passa all’applicazione delle regole. Ogni sistema fuzzy utilizza la “base delle regole”, ossia un insieme di regole del tipo *IF [situazione] THEN [azione]* che rappresenta la codifica di tutte le conoscenze che abbiamo sul comportamento del sistema. Ciò significa che, utilizzando le informazioni contenute nella base delle regole, possiamo codificare il valore dell’uscita dell’algoritmo corrispondente ad una determinata combinazione dei suoi ingressi.

Infine, se lo scopo della nostra operazione è quello di ottenere un valore numerico, occorre procedere con la “defuzzificazione”, ossia il procedimento attraverso il quale i valori fuzzy dell’uscita vengono ritradotti in valori crisp.

Già nei primi anni '90, la logica fuzzy aveva trovato un'ampia applicazione in particolare in ambito ingegneristico: condizionatori, copiatrici, forni a microonde, macchine fotografiche e videocamere, lavatrici, aspirapolvere, frigoriferi, televisori, freni antibloccaggio, cambi per automobili.

Ma la prima notevole applicazione del controllo fuzzy è stata la realizzazione del sistema ATO (Automatic Train Operator) sviluppato da Hitachi per la guida automatica della metropolitana di Sendai in Giappone. Attraverso 54 regole fuzzy, il sistema svolge le funzioni di regolazione della velocità, arresto programmato del treno, controllo delle porte, regolazione del livello di prestazione del treno e altre operazioni altrimenti assegnate al macchinista. Inoltre, queste regole hanno consentito alla multinazionale giapponese di garantire un maggior comfort nel viaggio per i passeggeri ed un notevole risparmio energetico attraverso la regolazione della scorrevolezza nelle partenze e nelle fermate del treno.

La logica fuzzy ha trovato applicazione anche in campo finanziario. Lo Yamaichi Fuzzy Fund è stato il primo sistema per le compravendite azionarie ad usare la logica fuzzy e consiste approssimativamente in 800 regole, determinate con cadenza mensile da un gruppo di esperti. Il sistema è stato testato per un periodo di due anni, durante il quale consigliò "sell", ossia "vendere", ben 18 giorni prima del crollo delle borse mondali, ossia il cosiddetto Lunedì Nero (19 ottobre 1987).

1.3 La valutazione di progetti di investimento

Quando un investitore si trova a scegliere tra più progetti di investimento, deve analizzare i ritorni economici futuri che potrebbero derivare da ciascuno di essi in modo tale da individuare l'alternativa che consenta di ottenere il maggiore profitto. Nel fare questa valutazione, bisogna tenere in considerazione il fatto che non è possibile prevedere con certezza l'andamento futuro delle performances del progetto, ma che si possono solo operare delle stime.

Tuttavia, proprio i metodi classici sviluppati e largamente utilizzati per valutare le proposte di investimento non tengono in considerazione l'incertezza dei rendimenti futuri stimati. I più

comuni sono il Valore Attuale Netto (VAN) e il Tasso Interno di Rendimento (TIR). Il VAN consiste nella somma dei flussi di cassa in entrata e in uscita futuri previsti dal progetto, attualizzati ad un opportuno tasso di sconto. Il TIR, invece, pur derivando dal metodo precedente, ragiona in un qualche senso al contrario: calcola il tasso di sconto che rende il flusso di cassa attualizzato nullo ($VAN = 0$).

Risulta evidente che questi metodi sono ovviamente caratterizzati da elementi di incertezza nelle loro stime, derivanti dal coinvolgimento della soggettività nel loro calcolo e dalla mancanza di certezza sui dati futuri che comunque, come scritto poco sopra, non sono tenuti in esplicita considerazione. Stimare i flussi di cassa per ogni fase futura prevista dal progetto, oltre che essere un'operazione molto laboriosa, risulta anche essere ricca di problemi legati all'incertezza: i profitti e le perdite del progetto saranno effettivamente disponibili ex-post, ossia solo quando l'operazione sarà conclusa.

Le incertezze sono onnipresenti e inevitabili nelle analisi economiche. Sfortunatamente, gli investitori raramente hanno abbastanza informazioni e, spesso, le decisioni vengono assunte in condizioni di scarsa conoscenza. È bene sottolineare che valutazioni economiche errate potrebbero portare l'investitore a non scegliere il progetto giusto a favore di un progetto sbagliato, causando anche ingenti perdite economiche. Per questo motivo, sono necessarie delle tecniche in grado di inglobare nella valutazione anche l'aleatorietà di queste valutazioni e di minimizzare le loro conseguenze.

Lo strumento più diffuso per descrivere e maneggiare l'incertezza abbiamo visto essere il calcolo delle probabilità. Nella valutazione di un progetto di investimento, l'approccio probabilistico prevede di utilizzare il metodo Monte Carlo, ossia una simulazione stocastica che, attraverso il campionamento di numeri casuali mediante un calcolatore, attribuisce alle variabili aleatorie una distribuzione di probabilità. Significa che i valori di ogni variabile vengono generati casualmente in base alla rispettiva distribuzione di probabilità e, attraverso la combinazione tra variabili, si ottiene una stima del VAN, o del TIR, del progetto. Tale procedimento viene ripetuto un numero n di volte stabilito dall'analista e al termine produce una media, che corrisponde al VAN o TIR atteso, unitamente alla relativa distribuzione di probabilità.

Ci sono però altri modi di trattare l'incertezza e l'imprecisione delle stime future, ed uno di questi è la logica fuzzy. Utilizzando i numeri fuzzy all'interno dei metodi classici per la valutazione di un progetto di investimento, è possibile determinare un intervallo di possibili valori per ogni variabile, invece che un singolo valore come negli approcci tradizionali, consentendo così di avere una maggiore flessibilità nelle stime.

Nel complesso, la metodologia fuzzy presenta dei notevoli vantaggi rispetto all'approccio probabilistico. In primo luogo, in termini di efficienza computazionale in quanto i risultati del VAN o del TIR sono ottenuti attraverso un singolo calcolo analitico, contrariamente al metodo Monte Carlo che richiede migliaia di iterazioni. Inoltre, nell'analisi di Monte Carlo, i risultati di ogni simulazione sono in una qualche misura diversi tra loro a causa della casualità dei numeri generati dal calcolatore, mentre per un dato insieme di variabili, i risultati di un'analisi fuzzy sono sempre ripetibili.

1.3.1. Metodi tradizionali: VAN e TIR

Nonostante ci siano molti metodi per analizzare e confrontare i progetti di investimento, il metodo del Valore Attuale Netto è uno dei più utilizzati grazie alla sua facile applicabilità.

Il *Valore Attuale Netto* di un progetto di investimento è dato dalla somma dei valori attuali di tutti i flussi di cassa netti stimati, in entrata e in uscita, del progetto al netto dell'investimento iniziale necessario per finanziare lo stesso:

$$VAN = -C_0 + \sum_{t=1}^n \frac{FCN_t}{(1+i)^t},$$

dove C_0 rappresenta l'investimento iniziale, FCN_t rappresenta il flusso di cassa netto (dato dalle entrate al netto delle uscite) ai tempi $t=1, \dots, n$ e i rappresenta il tasso di sconto (o tasso di attualizzazione) dei flussi di cassa.

Il VAN ci fornisce una rappresentazione del valore creabile da un investimento e consente all'investitore di prendere una decisione consapevole sull'opportunità di intraprendere o meno il progetto.

La regola prevede che un progetto con $VAN \geq 0$ venga accettato, in quanto indica che si prevede di essere almeno in grado di coprire i costi sostenuti con i ricavi conseguiti, e quindi l'investimento risulterebbe essere redditizio perché consente la creazione di valore. Al contrario, un progetto con $VAN < 0$ indicherebbe che si sta distruggendo valore, in quanto il progetto non risulta essere redditizio poiché non si prevede di essere in grado di recuperare i costi dell'investimento con i ricavi prodotti.

Possiamo dedurre che, qualora ci si trovi a scegliere tra più alternative di investimento confrontabili tra loro che presentano un VAN positivo, venga scelto il progetto con VAN maggiore in quanto è il progetto che tra tutti consente di ottenere il maggior profitto, a parità di condizioni o, comunque, in condizioni assimilabili.

Il metodo del *Tasso Interno di Rendimento* discende direttamente dal metodo del Valore Attuale Netto in quanto corrisponde al tasso di attualizzazione per il quale il VAN di un progetto è pari a zero:

$$-C_0 + \sum_{t=1}^n \frac{FCN_t}{(1 + TIR)^t} = 0.$$

Il TIR corrisponde al costo massimo che un progetto può sopportare affinché permanga la sua convenienza economica. Rappresenta il tasso per cui i flussi di cassa in entrata sono pari ai flussi di cassa in uscita.

Quando l'investitore si trova a decidere se accettare o rifiutare il progetto deve confrontare il TIR con il costo del capitale, ossia il WACC⁶. Se il $TIR > WACC$, il progetto dovrebbe essere accettato poiché il rendimento risulta essere superiore al relativo costo dei finanziamenti e, quindi, implicherebbe un VAN positivo. Se $TIR < WACC$, allora la realizzazione del progetto implicherebbe l'assunzione di costi di finanziamento che non potrebbero essere compensati dai flussi successivamente generati implicando un VAN negativo e, di conseguenza, l'investimento dovrebbe essere rifiutato.

⁶ Il costo medio ponderato del capitale (WACC) è il tasso assunto per l'attualizzazione dei flussi di cassa attesi. Esso riflette il rischio specifico dell'azienda, sia operativo sia finanziario, e si calcola mediante la seguente formula: $WACC = r_d(1 - T) \frac{D}{D+E} + r_e \frac{E}{D+E}$, dove: $r_d(1 - T)$ è il costo del debito al netto dell'effetto fiscale, r_e è il costo del capitale proprio, D è la posizione finanziaria netta ed E è il valore di mercato del patrimonio netto.

Come abbiamo dedotto per il VAN, anche nel caso del TIR quando si confrontano più progetti di investimento, dovrebbe essere intrapresa l'alternativa che presenta il tasso maggiore.

Anche se vengono largamente utilizzati e il loro utilizzo è ben consolidato nella pratica, questi metodi presentano alcuni limiti.

Per quanto riguarda il Valore Attuale Netto, un suo grande svantaggio consiste nel fatto che possono sorgere delle difficoltà nella scelta di un tasso di attualizzazione adeguato. Difatti, il VAN è estremamente sensibile al tasso di sconto e, a parità di flussi di cassa, la scelta di un tasso rispetto ad un altro comporta un Valore Attuale Netto completamente diverso. Da ciò ne consegue che la scelta di un tasso di attualizzazione inadeguato potrebbe comportare l'assunzione di investimenti non ottimali, qualora il tasso assunto fosse troppo basso, oppure la rinuncia a valide opportunità di investimento, qualora il tasso assunto fosse troppo elevato.

Il Tasso Interno di Rendimento, invece, non richiede la preventiva determinazione del tasso di attualizzazione come per il VAN, ma la formula può dare origine a più risultati. Per di più, risulta essere un metodo la cui risoluzione può essere laboriosa.

Ma soprattutto, ciò che rende questi metodi poco affidabili, è la soggettività che li caratterizza. I flussi di cassa vengono solo stimati, non sono conosciuti con precisione, e, per quanto riguarda il metodo del VAN, il tasso di attualizzazione è il frutto di una scelta soggettiva che potrebbe rivelarsi non corretta. Di conseguenza, i metodi classici potrebbero risultare inadeguati per la valutazione di progetti di investimento caratterizzati da condizioni di particolare incertezza.

Per questo motivo, sono stati introdotti nuovi approcci che consentano di limitare gli effetti dell'incertezza nelle previsioni, come ad esempio la probabilità e la teoria fuzzy. In particolare, i numeri fuzzy appaiono essere degli ottimi strumenti per rappresentare flussi di cassa determinati in modo impreciso.

Poiché spesso il TIR di un'operazione non esiste o assume molteplici valori, viene considerato un metodo inaffidabile in quanto ambiguo. Per tale motivo, si è deciso di proseguire applicando i numeri fuzzy al metodo del Valore Attuale Netto.

1.3.2. Valore Attuale Netto Fuzzy

Per comprendere al meglio il funzionamento della logica fuzzy applicata al metodo del VAN, in questo paragrafo analizzeremo tre modelli recentemente proposti in letteratura per il calcolo del Valore Attuale Netto con numeri fuzzy.

Dapprima, presenteremo un primo modello in cui il Valore Attuale Netto presenta flussi di cassa netti rappresentati da numeri fuzzy [1]. Successivamente, presenteremo un secondo modello in cui saranno i tassi di sconto ad essere rappresentati da numeri fuzzy [2]. Questi primi due modelli ci consentiranno di isolare così gli effetti delle variabili, dei flussi di cassa netti e dei tassi di sconto, sul calcolo del Valore Attuale Netto. Infine, presenteremo un terzo modello, che ci consentirà di esaminare l'effetto congiunto delle variabili sul Valore Attuale Netto [3].

[1] Valore Attuale Netto con flussi di cassa netti fuzzy. Supponiamo che i flussi di cassa siano numeri fuzzy triangolari.

Il numero fuzzy \widetilde{FCN}_t può essere espresso come:

$$\widetilde{FCN}_t^\alpha = [\underline{fcn}_t^\alpha, \overline{fcn}_t^\alpha],$$

dove α rappresenta il livello di confidenza relativo al valore dei flussi di cassa. Un piccolo valore di α indica un maggior livello di incertezza.

Abbiamo visto che il numero triangolare fuzzy può essere espresso anche come una funzione di α , per cui:

$$\widetilde{FCN}_t^\alpha = [\underline{fcn}_t^\alpha, \overline{fcn}_t^\alpha] = [\underline{fcn}_t + (fcn_t - \underline{fcn}_t)\alpha, \overline{fcn}_t - (\overline{fcn}_t - fcn_t)\alpha].$$

Il Valore Attuale Netto corrisponderà quindi alla capitalizzazione dei flussi di cassa netti fuzzy:

$$\widetilde{VAN}^\alpha = -C_0 + \frac{\widetilde{FCN}_1^\alpha}{(1+i)} + \frac{\widetilde{FCN}_2^\alpha}{(1+i)^2} + \dots + \frac{\widetilde{FCN}_n^\alpha}{(1+i)^n}.$$

dove C_0 è un numero "crisp", in quanto il costo iniziale dell'investimento è un valore deterministico.

Essendo il Valore Attuale Netto una somma di numeri fuzzy, di conseguenza risulta essere anch'esso un numero fuzzy, per cui:

$$\widetilde{VAN}^\alpha = [\underline{VAN}^\alpha, \overline{VAN}^\alpha].$$

Consideriamo un progetto di investimento che preveda un esborso iniziale pari a 3000,00 € ed un tasso di sconto $i=10\%$. I flussi di cassa netti stimati si prevede siano elevati durante il primo anno, abbastanza elevati durante il secondo e bassi durante il terzo, e possono essere descritti dai seguenti numeri triangolari:

$$\widetilde{FCN}_1 = \text{elevato} = (\underline{fcn}_1, fcn_1, \overline{fcn}_1) = (4000, 5000, 6000);$$

$$\widetilde{FCN}_2 = \text{abbastanza elevato} = (\underline{fcn}_2, fcn_2, \overline{fcn}_2) = (2000, 3000, 4000);$$

$$\widetilde{FCN}_3 = \text{basso} = (\underline{fcn}_3, fcn_3, \overline{fcn}_3) = (500, 1500, 2500).$$

Espressi come una funzione di α , i flussi di cassa netti risultano essere rispettivamente:

$$\widetilde{FCN}_1^\alpha = [4000 + (5000 - 4000)\alpha, 6000 - (6000 - 5000)\alpha];$$

$$\widetilde{FCN}_2^\alpha = [2000 + (3000 - 2000)\alpha, 4000 - (4000 - 3000)\alpha];$$

$$\widetilde{FCN}_3^\alpha = [500 + (1500 - 500)\alpha, 2500 - (2500 - 1500)\alpha];$$

che semplificati:

$$\widetilde{FCN}_1^\alpha = [4000 + 1000\alpha, 6000 - 1000\alpha];$$

$$\widetilde{FCN}_2^\alpha = [2000 + 1000\alpha, 4000 - 1000\alpha];$$

$$\widetilde{FCN}_3^\alpha = [500 + 1000\alpha, 2500 - 1000\alpha].$$

I valori di \widetilde{FCN}_1^α , \widetilde{FCN}_2^α , \widetilde{FCN}_3^α per valori di $\alpha \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$ sono riportati nelle tre tabelle sottostanti.

Tabella 1. \overline{FCN}_1^α

α	\overline{FCN}_1^α	
	\underline{fcn}_1^α	\overline{fcn}_1^α
0	4000	6000
0,1	4100	5900
0,2	4200	5800
0,3	4300	5700
0,4	4400	5600
0,5	4500	5500
0,6	4600	5400
0,7	4700	5300
0,8	4800	5200
0,9	4900	5100
1	5000	5000

Tabella 2. \overline{FCN}_2^α

α	\overline{FCN}_2^α	
	\underline{fcn}_2^α	\overline{fcn}_2^α
0	2000	4000
0,1	2100	3900
0,2	2200	3800
0,3	2300	3700
0,4	2400	3600
0,5	2500	3500
0,6	2600	3400
0,7	2700	3300
0,8	2800	3200
0,9	2900	3100
1	3000	3000

Tabella 3. \overline{FCN}_3^α

α	\overline{FCN}_3^α	
	\underline{fcn}_3^α	\overline{fcn}_3^α
0	500	2500
0,1	600	2400
0,2	700	2300
0,3	800	2200
0,4	900	2100
0,5	1000	2000
0,6	1100	1900
0,7	1200	1800
0,8	1300	1700
0,9	1400	1600
1	1500	1500

L'intervallo che rappresenta il valore attuale netto fuzzy è definito da:

$$\underline{VAN}^\alpha = -3000 + \frac{\underline{fcn}_1^\alpha}{(1+0.10)} + \frac{\underline{fcn}_2^\alpha}{(1+0.10)^2} + \frac{\underline{fcn}_3^\alpha}{(1+0.10)^3};$$

$$\overline{VAN}^\alpha = -3000 + \frac{\overline{fcn}_1^\alpha}{(1+0.10)} + \frac{\overline{fcn}_2^\alpha}{(1+0.10)^2} + \frac{\overline{fcn}_3^\alpha}{(1+0.10)^3}.$$

La tabella 4 mostra i valori del Valore Attuale Netto per gli stessi valori di α considerati nelle tabelle precedenti e il grafico 1.14 rende graficamente evidente come il Valore Attuale Netto sia a sua volta un numero fuzzy.

Tabella 4. \widehat{VAN}^α

α	\widehat{VAN}^α	
	\underline{VAN}^α	\overline{VAN}^α
0	2665	7639
0,1	2914	7390
0,2	3162	7141
0,3	3411	6893
0,4	3660	6644
0,5	3908	6395
0,6	4157	6147
0,7	4406	5898
0,8	4654	5649
0,9	4903	5400
1	5152	5152

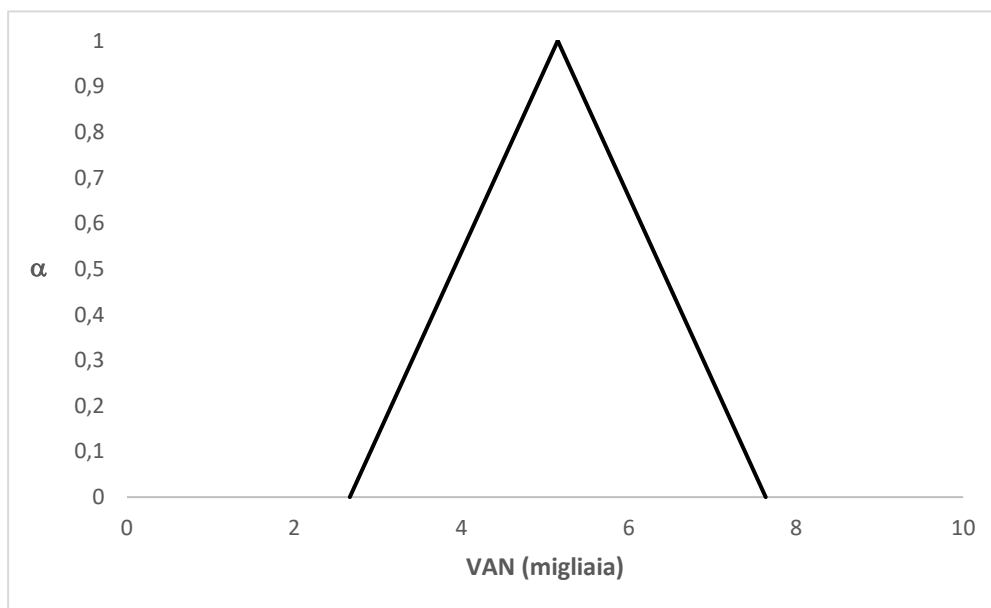


Figura 1.14 – Valore Attuale Netto con flussi di cassa netti fuzzy

[2] Valore attuale netto con tassi di sconto fuzzy. Supponiamo ora che siano i tassi di sconto ad essere fuzzy.

Come abbiamo visto nel caso dei flussi di cassa netti fuzzy, possiamo rappresentare il numero fuzzy \widetilde{I}_t^α come:

$$\widetilde{I}_t^\alpha = [i_t^\alpha, \overline{i}_t^\alpha] = [i_t^\alpha + (i_t^\alpha - \underline{i}_t^\alpha) \alpha, \overline{i}_t^\alpha - (\overline{i}_t^\alpha - i_t^\alpha) \alpha].$$

Possiamo quindi esprimere il Valore Attuale Netto come segue:

$$\begin{aligned} \widetilde{VAN}^\alpha = & -C_0 + \frac{FCN_1}{1 + [i_1^\alpha, \overline{i}_1^\alpha]} + \frac{FCN_2}{(1 + [i_1^\alpha, \overline{i}_1^\alpha]) (1 + [i_2^\alpha, \overline{i}_2^\alpha])} + \\ & \dots + \frac{FCN_n}{(1 + [i_1^\alpha, \overline{i}_1^\alpha]) (1 + [i_2^\alpha, \overline{i}_2^\alpha]) \dots (1 + [i_n^\alpha, \overline{i}_n^\alpha])}. \end{aligned}$$

Per le proprietà dei numeri fuzzy, sappiamo che:

$$\frac{1}{1 + [i_t^\alpha, \overline{i}_t^\alpha]} = \frac{1}{[1 + \underline{i}_t^\alpha, 1 + \overline{i}_t^\alpha]} = \left[\frac{1}{1 + \overline{i}_t^\alpha}, \frac{1}{1 + \underline{i}_t^\alpha} \right];$$

che, sostituito nella formula del VAN, restituisce:

$$\begin{aligned} \widetilde{VAN}^\alpha = & -C_0 + FCN_1 \left[\frac{1}{1 + \overline{i}_1^\alpha}, \frac{1}{1 + \underline{i}_1^\alpha} \right] + FCN_2 \left[\frac{1}{(1 + \overline{i}_1^\alpha) (1 + \overline{i}_2^\alpha)}, \frac{1}{(1 + \underline{i}_1^\alpha) (1 + \underline{i}_2^\alpha)} \right] + \\ & \dots + FCN_n \left[\frac{1}{(1 + \overline{i}_1^\alpha) (1 + \overline{i}_2^\alpha) \dots (1 + \overline{i}_n^\alpha)}, \frac{1}{(1 + \underline{i}_1^\alpha) (1 + \underline{i}_2^\alpha) \dots (1 + \underline{i}_n^\alpha)} \right]. \end{aligned}$$

Anche in questo caso, questa formula ci restituisce l'intervallo del Valore Attuale Netto:

$$\widetilde{VAN}^\alpha = [VAN^\alpha, \overline{VAN}^\alpha].$$

Riprendiamo l'esempio precedente. Supponiamo ora che i tassi di sconto sono fuzzy, mentre i flussi di cassa netti siano conosciuti con certezza: $FCN_1 = 5000$, $FCN_2 = 3000$, $FCN_3 = 1500$.

Per il periodo di investimento, i tassi di sconto sono espressi secondo i numeri fuzzy triangolari:

$$\tilde{I}_1 = (\underline{i}_1, i_1, \overline{i}_1) = (0.07, 0.10, 0.13);$$

$$\tilde{I}_2 = (\underline{i}_2, i_2, \overline{i}_2) = (0.09, 0.12, 0.15);$$

$$\tilde{I}_3 = (\underline{i}_3, i_3, \overline{i}_3) = (0.08, 0.10, 0.12).$$

Il Valore Attuale Netto verrà poi espresso come una funzione di α , per cui i tassi di sconto risultano essere:

$$\tilde{I}_1^\alpha = [\underline{i}_1^\alpha, \overline{i}_1^\alpha] = [0.07 + 0.03\alpha; 0.13 - 0.03\alpha];$$

$$\tilde{I}_2^\alpha = [\underline{i}_2^\alpha, \overline{i}_2^\alpha] = [0.09 + 0.03\alpha; 0.15 - 0.03\alpha];$$

$$\tilde{I}_3^\alpha = [\underline{i}_3^\alpha, \overline{i}_3^\alpha] = [0.08 + 0.02\alpha; 0.12 - 0.02\alpha].$$

Il Valore Attuale Netto può essere definito come:

$$\underline{VAN}^\alpha = -3000 + \frac{5000}{1 + 0.13 - 0.03\alpha} + \frac{3000}{(1 + 0.13 - 0.03\alpha)(1 + 0.15 - 0.03\alpha)} + \frac{1500}{(1 + 0.13 - 0.03\alpha)(1 + 0.15 - 0.03\alpha)(1 + 0.12 - 0.02\alpha)};$$

$$\overline{VAN}^\alpha = -3000 + \frac{5000}{1 + 0.07 + 0.03\alpha} + \frac{3000}{(1 + 0.07 + 0.03\alpha)(1 + 0.09 + 0.03\alpha)} + \frac{1500}{(1 + 0.07 + 0.03\alpha)(1 + 0.09 + 0.03\alpha)(1 + 0.08 + 0.02\alpha)}.$$

I valori del Valore Attuale Netto con tassi di sconto fuzzy, calcolati in corrispondenza dei soliti valori di α , sono mostrati nella tabella 5 e rappresentati graficamente nella Figura 1.15.

Tabella 5. \widehat{VAN}^α

α	\widehat{VAN}^α	
	\underline{VAN}^α	\overline{VAN}^α
0	4764	5436
0,1	4795	5400
0,2	4827	5364
0,3	4858	5329
0,4	4890	5293
0,5	4923	5258
0,6	4955	5224
0,7	4988	5189
0,8	5021	5155
0,9	5054	5121
1	5087	5087

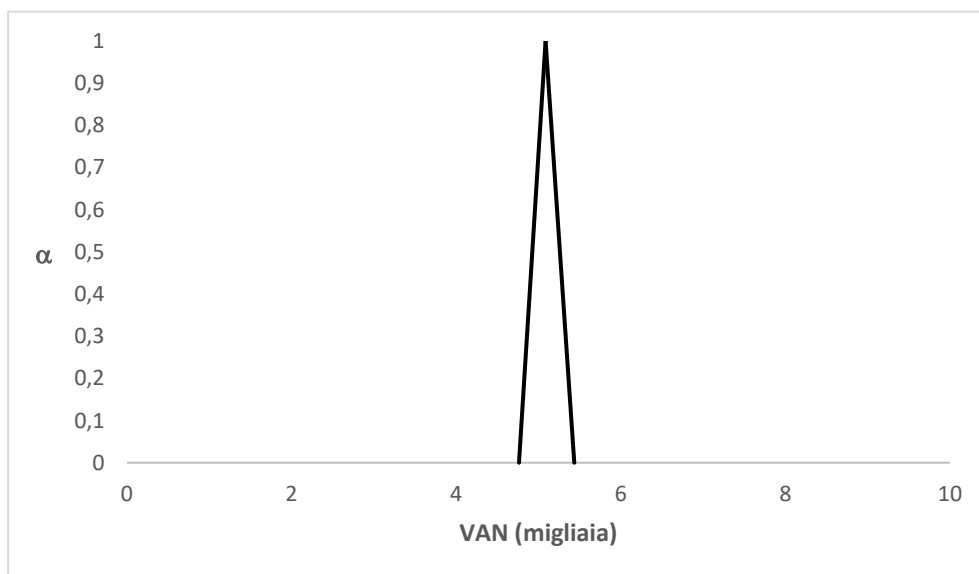


Figura 1.15 – Valore Attuale Netto di un progetto di investimento con tassi di sconto fuzzy

[3] Valore Attuale Netto con flussi di cassa fuzzy e tassi di sconto fuzzy. Infine, uniamo quanto descritto nei due casi precedenti.

In questo caso, il Valore Attuale Netto sarà dato dal seguente numero fuzzy:

$$\begin{aligned} \widetilde{VAN}^\alpha = & -C_0 + \left[\frac{fcn_1^\alpha}{1+i_1^\alpha}, \frac{\overline{fcn_1^\alpha}}{1+i_1^\alpha} \right] + \left[\frac{fcn_2^\alpha}{(1+i_1^\alpha)(1+i_2^\alpha)}, \frac{\overline{fcn_2^\alpha}}{(1+i_1^\alpha)(1+i_2^\alpha)} \right] + \\ & \dots + \left[\frac{fcn_n^\alpha}{(1+i_1^\alpha)(1+i_2^\alpha)\dots(1+i_n^\alpha)}, \frac{\overline{fcn_n^\alpha}}{(1+i_1^\alpha)(1+i_2^\alpha)\dots(1+i_n^\alpha)} \right]. \end{aligned}$$

Per cui, il limite inferiore e superiore del numero triangolare fuzzy VAN sono rispettivamente:

$$\begin{aligned} \underline{VAN}^\alpha = & -C_0 + \frac{fcn_1^\alpha}{1+i_1^\alpha} + \frac{fcn_2^\alpha}{(1+i_1^\alpha)(1+i_2^\alpha)} + \frac{fcn_3^\alpha}{(1+i_1^\alpha)(1+i_2^\alpha)(1+i_3^\alpha)}; \\ \overline{VAN}^\alpha = & -C_0 + \frac{\overline{fcn_1^\alpha}}{1+i_1^\alpha} + \frac{\overline{fcn_2^\alpha}}{(1+i_1^\alpha)(1+i_2^\alpha)} + \frac{\overline{fcn_3^\alpha}}{(1+i_1^\alpha)(1+i_2^\alpha)(1+i_3^\alpha)}. \end{aligned}$$

Riprendendo il progetto di investimento descritto precedentemente, ad esempio se $\alpha = 0.5$, il Valore Attuale Netto sarà:

$$\begin{aligned} \underline{VAN}^{0.5} = & -3000 + \frac{4500}{1.13 - (0.03 * 0.5)} + \frac{2500}{(1.13 - (0.03 * 0.5))(1.15 - (0.03 * 0.5))} \\ & + \frac{1000}{(1.13 - (0.03 * 0.5))(1.15 - (0.03 * 0.5))(1.12 - (0.02 * 0.5))} = 3723; \\ \overline{VAN}^{0.5} = & -3000 + \frac{5500}{1.07 + (0.03 * 0.5)} + \frac{3500}{(1.07 + (0.03 * 0.5))(1.09 + (0.03 * 0.5))} \\ & + \frac{2000}{(1.07 + (0.03 * 0.5))(1.09 + (0.03 * 0.5))(1.08 + (0.02 * 0.5))} = 6519. \end{aligned}$$

Per ogni diverso valore di $\alpha=0, 0.1, \dots, 0.9, 1$, i risultati sono rappresentati nella tabella 6 e nella figura 1.16.

Tabella 6. \widetilde{VAN}^α

α	VAN^α	
	\underline{VAN}^α	\overline{VAN}^α
0	2422	8022
0.1	2678	7715
0.2	2935	7412
0.3	3196	7111
0.4	3458	6814
0.5	3723	6519
0.6	3991	6227
0.7	4261	5938
0.8	4534	5652
0.9	4809	5368
1	5087	5087

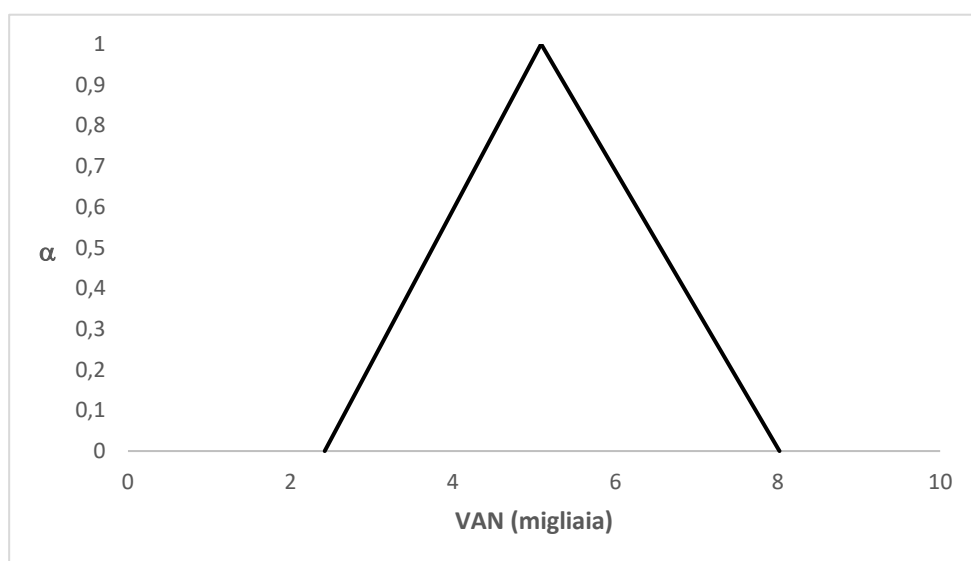


Figura 1.16 – Valore Attuale Netto di un progetto di investimento con flussi di cassa netti fuzzy e tassi di sconto fuzzy

Possiamo notare che, in quest'ultimo caso, l'ampiezza dell'intervallo per ogni livello di α è maggiore rispetto ai casi precedenti, poiché si considera congiuntamente sia l'incertezza associata ai flussi di cassa netti sia l'incertezza associata al tasso di interesse.

Maggiore è la confidenza, e quindi maggiore è α , minore è l'ampiezza dell'intervallo. Minore è l'ampiezza dell'intervallo, maggiore è la possibilità di selezionare l'alternativa migliore tra tutte.

1.3.3. Metodi alternativi

Abbiamo detto che i metodi del Valore Attuale Netto e del Tasso Interno di Rendimento sono quelli che vengono principalmente utilizzati nella valutazione di progetti di investimento. Ma non sono gli unici.

Vi sono altri metodi che vengono comunemente utilizzati nell'analisi dei flussi di cassa oltre al VAN e al TIR, come l'Equivalent Uniform Annual Worth (EUAW) e il rapporto Benefici – Costi (B/C ratio).

Per quanto riguarda l'Equivalent Uniform Annual Worth, si tratta di un metodo che è una variante del criterio del VAN e che consente di confrontare alternative di investimento che presentano una diversa vita utile.

Questo metodo consiste nel trasferire tutti i costi e i benefici previsti all'anno presente, e ciò è possibile attraverso la moltiplicazione del Valore Attuale Netto di un progetto di investimento per il Capital Recovery Factor (CRF).

Il Capital Recovery Factor converte il Valore Attuale Netto di un progetto in un valore annuo che viene pagato alla fine di ogni periodo (anno) per la durata dell'investimento n , con gli interessi calcolati ad un appropriato tasso di sconto i .

La formula dell'Equivalent Uniform Annual Worth è la seguente:

$$\begin{aligned} EUAW &= VAN * CRF \\ &= \left(-C_0 + \sum_{t=1}^n \frac{FCN_t}{(1+i)^t} \right) * \left(\frac{i * (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right). \end{aligned}$$

Volendo determinare la formulazione fuzzy dell'EUAW, dati due numeri triangolari fuzzy, $\widetilde{VAN} = (VAN_1, VAN_M, VAN_2)$ e $\tilde{i} = (i_1, i_M, i_2)$, abbiamo visto che il prodotto di essi è esso stesso un numero fuzzy.

Sulla base delle operazioni aritmetiche applicate sui numeri fuzzy:

$$\begin{aligned}(1 + \tilde{i}) &= (1 + i_1, 1 + i_M, 1 + i_2) \\ (1 + \tilde{i})^n &= ((1 + i_1)^n, (1 + i_2)^n, (1 + i_3)^n) \\ \left(\frac{\tilde{i} * (1 + \tilde{i})^n}{(1 + \tilde{i})^n - 1} \right) &= \left(\frac{i_1 * (1 + i_1)^n}{(1 + i_1)^n - 1}, \frac{i_M * (1 + i_M)^n}{(1 + i_M)^n - 1}, \frac{i_2 * (1 + i_2)^n}{(1 + i_2)^n - 1} \right).\end{aligned}$$

Possiamo quindi ricavare il numero fuzzy \widetilde{EUAW} :

$$\begin{aligned}\widetilde{EUAW} &= (VAN_1, VAN_M, VAN_2) * \left(\frac{i_1 * (1 + i_1)^n}{(1 + i_1)^n - 1}, \frac{i_M * (1 + i_M)^n}{(1 + i_M)^n - 1}, \frac{i_2 * (1 + i_2)^n}{(1 + i_2)^n - 1} \right) \\ &= \left(VAN_1 * \frac{i_2 * (1 + i_2)^n}{(1 + i_2)^n - 1}, VAN_M * \frac{i_M * (1 + i_M)^n}{(1 + i_M)^n - 1}, VAN_2 * \frac{i_1 * (1 + i_1)^n}{(1 + i_1)^n - 1} \right).\end{aligned}$$

Invece, il rapporto Benefici – Costi è un metodo utilizzato per verificare se i ritorni economici previsti dal progetto di investimento sono almeno sufficienti a coprire i costi da sostenere per lo stesso. Il valore può essere calcolato come il rapporto tra il valore attuale dei benefici (VAB) e il valore attuale dei costi (VAC), quindi:

$$\frac{B}{C} = \frac{VAB}{VAC} = \frac{\sum_{t=0}^n B_t v_t}{\sum_{t=0}^n C_t v_t},$$

dove:

B_t rappresenta i benefici totali all'anno t ,

C_t esprime i costi totali all'anno t ,

$v_t = \frac{1}{1+i_t}$ corrisponde al fattore di sconto (o di attualizzazione).

Un progetto sarà quindi ammissibile se tale rapporto è almeno pari a 1 e, tra più alternative di investimento, verrà adottata quella che presenta il rapporto Benefici – Costi più alto.

Volendo formulare anche il rapporto B/C in termini fuzzy, è necessario determinare i due numeri fuzzy \widetilde{VAB} e \widetilde{VAC} :

$$\widetilde{VAB} = \sum_{t=0}^n \tilde{B}_t \tilde{v}_t = \left(\sum_{t=0}^n B_{t,1} v_{t,2}, \sum_{t=0}^n B_{t,M} v_{t,M}, \sum_{t=0}^n B_{t,2} v_{t,1} \right) = (VAB_1, VAB_M, VAB_2);$$

$$\widetilde{VAC} = \sum_{t=0}^n \tilde{C}_t \tilde{v}_t = \left(\sum_{t=0}^n C_{t,1} v_{t,2}, \sum_{t=0}^n C_{t,M} v_{t,M}, \sum_{t=0}^n C_{t,2} v_{t,1} \right) = (VAC_1, VAC_M, VAC_2).$$

Il rapporto fuzzy \tilde{B}/\tilde{C} si può quindi scrivere come segue:

$$\frac{\tilde{B}}{\tilde{C}} = \frac{\widetilde{VAB}}{\widetilde{VAC}} = \frac{(VAB_1, VAB_M, VAB_2)}{(VAC_1, VAC_M, VAC_2)} = \left(\frac{VAB_1}{VAC_2}, \frac{VAB_M}{VAC_M}, \frac{VAB_2}{VAC_1} \right).$$

Indipendentemente dal criterio utilizzato, la scelta tra progetti di investimento alternativi è sempre la stessa. Di conseguenza, il Valore Attuale Netto sarà il criterio utilizzato in questo elaborato, in primo luogo per la semplicità del processo di calcolo e in secondo luogo per la diffusa applicazione e quindi conoscenza nella pianificazione degli investimenti. Inoltre, gli altri metodi analizzati, l'Equivalent Uniform Annual Worth e il B/C ratio, prevedono il calcolo del VAN e perciò ci limiteremo ad analizzare quest'ultimo.

Capitolo 2

Il valore fuzzy di un'acquisizione

2.1 La crescita esterna

Le imprese sono organizzazioni guidate da obiettivi di sviluppo e di crescita, intesi sia in termini qualitativi che dimensionali. Le dinamiche del mercato, sempre più veloci e complesse, rendono la crescita una condizione necessaria per acquisire e mantenere un vantaggio competitivo ed, inoltre, per garantire alle imprese una sopravvivenza nel lungo termine. Infatti, sia esso stimolato dal management oppure legato ad opportunità derivanti dall'esterno, il fenomeno della crescita è un elemento fisiologico in tutte le aziende, le quali possono decidere di perseguire tale obiettivo per linee interne e/o per linee esterne.

Un'impresa che intende adottare una modalità di crescita interna può scegliere di costituire una nuova unità aziendale oppure può decidere di ampliare le strutture operative esistenti. La crescita interna consiste nello sviluppo di nuove attività attraverso le capacità, le competenze e le risorse umane, finanziarie, organizzative e tecnologiche già in possesso, permettendo così all'azienda di affermare la propria posizione di forza rispetto ai competitors.

La crescita per linee esterne consiste invece nell'aumentare le proprie dimensioni di mercato attraverso l'acquisto di una struttura produttiva già esistente ed operante. Ciò avviene attraverso operazioni di natura straordinaria, che rappresentano i meccanismi più rapidi di crescita aziendale, in particolar modo mediante operazioni di acquisizione, unitamente a quelle di fusione e incorporazione⁷, nelle quali il controllo passa ad un nuovo soggetto economico interessato a sfruttare le sinergie che si verranno a creare dall'integrazione delle realtà aziendali.

Le modalità con cui possono essere conseguite le operazioni di integrazione si distinguono

⁷ Le operazioni di fusione e di incorporazione prevedono l'integrazione tra due o più aziende mediante, rispettivamente, la costituzione di una nuova società oppure l'incorporazione in una delle società che partecipano all'operazione. L'operazione di acquisizione, invece, è uno strumento attraverso cui una società assume il controllo di un'altra mediante l'acquisto della proprietà dell'impresa o del pacchetto azionario di controllo. La differenza consiste nel fatto che nelle operazioni di acquisizione le società coinvolte mantengono le proprie strutture giuridiche, mentre nelle operazioni di fusione e di incorporazione si crea una struttura unitaria.

sulla base dei settori di appartenenza delle società coinvolte, e sono essenzialmente tre:

- integrazione verticale: le imprese operano nello stesso settore ma le loro attività si collocano in diversi livelli nella filiera produttiva;
- integrazione orizzontale: le imprese operano nello stesso settore e la loro attività si colloca allo stesso livello nella filiera produttiva;
- integrazione conglomerale: le imprese operano in settori diversi e non correlati.

Lo scopo di un'operazione di acquisizione è quello di conseguire un aumento dimensionale dell'attività e di ottenere nuove risorse in modo da raggiungere un vantaggio competitivo. Assumendo la prospettiva di un potenziale acquirente, le motivazioni alla base di tale operazione possono essere riorganizzative o di sviluppo, mentre il soggetto venditore può perseguire obiettivi di ristrutturazione, ottimizzazione o ridimensionamento dell'attività.

Le operazioni di acquisizione presentano notevoli vantaggi a favore dell'acquirente. Combinando i punti di forza di cui dispongono l'acquirente e l'acquisita in differenti aree funzionali, è possibile ottimizzare le risorse complessive. Consentono l'ingresso in settori o in mercati che presentano barriere all'entrata insuperabili singolarmente, a causa di determinati requisiti di legge o di determinate condizioni che richiedono investimenti eccessivamente onerosi. Attraverso queste operazioni, è possibile accrescere la propria quota di mercato, entrare in possesso di tecnologie nuove ed avanzate, aumentare la propria massa critica, penetrare in nicchie di mercato, conseguire economie di scala⁸, di scopo⁹ o di integrazione verticale¹⁰, ottenere competenze distintive, eliminare dal mercato un potenziale concorrente acquisendolo.

Anche la globalizzazione dei mercati impone alle aziende di aumentare la dimensione per difendere la posizione raggiunta sul mercato. Diventa fondamentale farsi strada in nuovi

⁸ Con l'espressione *economie di scala* si fa riferimento alla riduzione del costo medio unitario di produzione all'aumentare della scala produttiva di un'impresa.

⁹ Per *economie di scopo*, o di *raggio d'azione*, si intende la riduzione del costo medio unitario generata dalla produzione congiunta di prodotti diversi con i medesimi fattori produttivi (stesse risorse, stessi impianti, stesso know-how). Si realizzano quando il costo della produzione congiunta è inferiore alla somma dei costi delle produzioni disgiunte.

¹⁰ La locuzione *economie di integrazione verticale* indica la scelta di un'impresa di ottenere il massimo controllo sul processo produttivo mediante l'integrazione a monte verso le materie prime e a valle verso i consumatori finali.

mercati, che offrono maggiori opportunità di crescita, soprattutto se a ciò consegue un ampliamento dei prodotti e/o dei servizi offerti, nonché l'acquisizione di nuove tecnologie e processi produttivi. Le acquisizioni societarie possono rappresentare una importante opportunità.

Il perseguimento di obiettivi di crescita ha come fine la creazione di valore e ciò è strettamente collegato alle sinergie realizzabili dall'integrazione delle realtà aziendali.

2.2 Il modello della stratificazione del valore¹¹

In un'operazione di acquisizione, la società target può essere vista dalla società acquirente come un potenziale investimento. Difatti, l'acquisizione di un'azienda è una strategia di crescita che consente ad una società di assumere il controllo di un'altra società attraverso l'acquisto della proprietà dell'impresa o del pacchetto azionario di controllo.

In particolare modo, l'acquisto di partecipazioni azionarie è qualificabile come un'operazione di investimento e, per tale motivo, si rende necessario indagare il valore generato dall'operazione per valutarne le effettive opportunità di crescita, oltre che la sostenibilità economica.

Affinché un'operazione di acquisizione sia economicamente conveniente è necessario che da essa derivi un beneficio economico. Significa che il valore delle due imprese unite in seguito all'operazione deve essere maggiore della somma dei valori delle due imprese considerate singolarmente. Questo maggior valore che si viene a creare viene definito *sinergia*. Per cui, sia *A* la società acquirente e sia *B* la società acquisita, deve essere allora:

$$W_{A+B} > W_A + W_B ,$$

dove:

W_{A+B} = valore del capitale economico della nuova realtà aziendale conseguente all'operazione;

¹¹ Per il paragrafo che segue cfr. M. Massari, L. Zanetti, Valutazione – Fondamenti teorici e best practice nel settore industriale e finanziario, McGraw-Hill, Milano, 2008, capitolo 12.

W_A = valore del capitale economico della società acquirente A ;

W_B = valore del capitale economico della società acquisita B .

Il valore di acquisizione può essere definito come la grandezza riconosciuta ex ante alla società target da parte di uno specifico acquirente. A tale riguardo, introduciamo il *modello della stratificazione del valore*, sviluppato da Massari in "Finanza aziendale: valutazione" (1998), che definisce il valore di acquisizione dell'impresa target come il valore economico della nuova realtà aziendale al netto del valore del capitale economico della società acquirente:

$$W_{acquisizione} = W_{A+B} - W_A.$$

Secondo tale approccio, il processo attraverso cui viene stimato il valore di acquisizione può essere suddiviso in fasi distinte, ognuna delle quali si riferisce ad uno specifico "strato" di valore. Ad ogni impresa target è attribuibile un valore oggettivo, il cosiddetto *valore stand alone*, ossia il valore dell'azienda nelle attuali condizioni di gestione, al quale viene sommato un'altra componente di valore che dipende dalle sinergie realizzabili attraverso l'acquisizione. Proprio questa componente aggiuntiva corrisponde allo strato di valore effettivamente apportabile dall'operazione.

Nella figura 2.1 vengono illustrati i valori, o strati, che intervengono nella formulazione del valore di acquisizione.

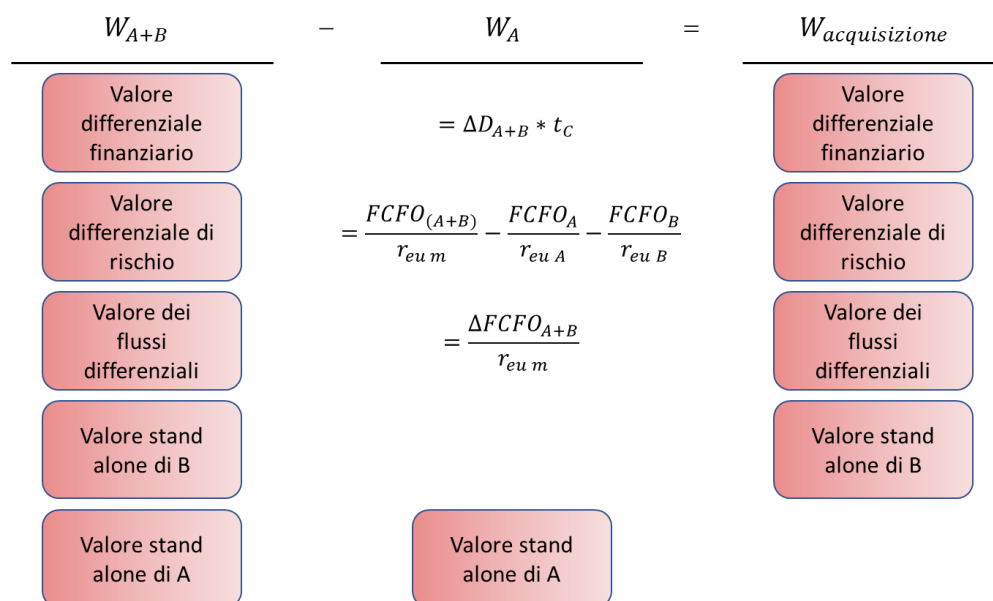


Figura 2.1 – Modello della stratificazione del valore.

Attraverso questo approccio, il valore di acquisizione dell'impresa target può essere calcolato nel seguente modo:

$$W_{acquisizione} = W_B + W_{\Delta F} + W_{\Delta R} + W_{\Delta D},$$

dove:

$W_{acquisizione}$ = valore di acquisizione dell'impresa target;

W_B = valore del capitale economico della società acquisita B ;

$W_{\Delta F}$ = valore dei flussi differenziali;

$W_{\Delta R}$ = valore del differenziale di rischio;

$W_{\Delta D}$ = valore del differenziale finanziario.

Difatti, in seguito ad un'operazione di acquisizione, possono verificarsi tre effetti differenziali:

1. un effetto differenziale sui flussi: i flussi dell'impresa acquirente aumentano in ragione sia dei flussi generati dalla target sia dei flussi riferibili ai processi di integrazione che l'acquirente intende realizzare;
2. un effetto differenziale sul profilo di rischio: grazie all'aumento delle dimensioni generato dalla integrazione delle realtà aziendali, alcuni fattori di rischio possono risultare attenuati o eliminati in quanto si genera una percezione di rischio inferiore da parte del mercato e una minore rischiosità interna;
3. un effetto differenziale sulla struttura finanziaria: se l'impresa acquirente aumenta l'indebitamento in misura pari alla nuova capacità di contrarre debito, i benefici fiscali relativi alla deducibilità degli interessi passivi aumentano proporzionalmente e danno luogo a incrementi di valore dovuti ai maggiori risparmi di imposte.

Partendo quindi dal valore stand alone della società target, è possibile ottenere il valore di acquisizione della stessa aggiungendo i valori differenziali sui flussi generati dalle sinergie conseguibili dall'operazione.

2.2.1. Il valore stand alone

Abbiamo visto che la crescita e lo sviluppo delle imprese possono richiedere l'acquisizione di

altre aziende. Il punto di partenza per la realizzazione di investimenti opportuni consiste nella determinazione del valore dell'impresa target. Tale valore viene denominato *valore stand alone*, e corrisponde al *valore del capitale economico* dell'azienda target presa singolarmente, ossia considerando l'azienda autonomamente nella sua attuale condizione di funzionamento senza considerare le potenziali sinergie derivanti da un'eventuale integrazione delle realtà aziendali.

Il concetto di capitale economico interviene quando l'azienda viene osservata nell'ottica di un investitore, attuale o potenziale, come un sistema organizzato al fine della realizzazione di risultati futuri e assume il significato del valore attribuibile all'azienda nel suo complesso in relazione alla sua capacità di remunerare l'investitore.

Per stimare il valore del capitale economico di un'impresa sono stati identificati diversi approcci, ognuno basato su logiche e grandezze differenti¹². Tali metodi sono suddivisibili in quattro categorie:

1. *Metodo patrimoniale.*

Questo metodo attribuisce un valore economico all'azienda sulla base di una valutazione degli elementi attivi e passivi che compongono il patrimonio aziendale. A seconda del trattamento riservato agli *intangibles*, ossia al patrimonio immateriale dell'impresa riferibile a tutte quelle risorse rappresentative del capitale umano, intellettuale, relazionale, sociale, organizzativo e simbolico, il metodo patrimoniale può essere suddiviso in:

- semplice, qualora preveda all'attivo solo gli elementi materiali;
- complesso, nel caso in cui vengano inclusi anche gli elementi immateriali.

2. *Metodo reddituale.*

Secondo questo approccio, il valore del capitale economico dell'impresa dipende dalle sue capacità reddituali prospettive. Il metodo reddituale si può distinguere in:

¹² Si veda Mancin M. (a cura di), *Operazioni straordinarie e aggregazioni aziendali. Risvolti contabili, civilistici e fiscali*, Giappichelli, Torino, 2016, capitolo 2.

- *sintetico*, ossia fondato sulla stima di un valore dell'azienda ottenuta applicando la formula del "valore attuale di una rendita perpetua";
- *analitico*, qualora si ricorra alla stima di una serie di redditi attesi anno per anno, fino al termine del periodo di previsione.

3. Metodo finanziario (conosciuto come Metodo Discounted Cash Flow – DCF).

L'assunto alla base di questo metodo è che il valore del capitale economico è definito dal valore attuale dei flussi di cassa prospettici, ovvero dalla capacità di rispondere alle aspettative di remunerazione di un investitore. Anche il metodo finanziario si suddivide in *sintetico*, qualora sia fondato sulla costanza di alcuni parametri, oppure *analitico*, qualora i flussi di cassa vengano previsti anno per anno fino al termine della durata presumibile dell'azienda. Inoltre, in base alla tipologia di flussi di cassa utilizzati, può essere:

- *asset side*, qualora vengano attualizzati i flussi di cassa disponibili dalla gestione operativa, ossia i cosiddetti *Free Cash Flow from Operations, FCFO*.
- *equity side*, nel caso in cui vengano attualizzati i flussi di cassa disponibili per gli azionisti, ossia i cosiddetti *Free Cash Flow to Equity, FCFE*.

4. Altri metodi.

Oltre ai metodi patrimoniali, reddituali e finanziari, tra i metodi di valutazione del capitale economico rientrano anche:

- *i metodi misti*, mediante i quali il valore del capitale economico è ottenuto utilizzando congiuntamente le valutazioni di natura patrimoniale con le stime dei flussi di natura reddituale attesi;
- *i metodi dei multipli di mercato*, i quali deducono il valore da osservazioni di mercato. Dopo aver selezionato un campione di imprese comparabili per settore di attività, dimensione, rischiosità, ecc., vengono determinati dei rapporti tra i prezzi di mercato di queste imprese e alcune loro grandezze di bilancio, come ad esempio fatturato, EBIT,

EBITDA, patrimonio netto, posizione finanziaria netta, e così via, individuando in questo modo dei multipli medi. Applicando a ciascuna grandezza di bilancio dell'azienda in oggetto il corrispondente moltiplicatore medio, è possibile determinare il valore del suo capitale economico.

Sebbene non esista un metodo universalmente accettato per la stima del valore del capitale economico, nella prassi il metodo più utilizzato dagli analisti è il metodo finanziario. La sua ampia diffusione è giustificata dal fatto che l'azienda viene equiparata ad un vero e proprio investimento finanziario, il cui valore dipende dalla sua capacità di generare flussi di cassa in futuro.

Il modello della stratificazione del valore è un approccio di tipo asset side, ossia che considera i flussi di cassa prodotti dalla gestione operativa (FCFO), e per questo motivo la valutazione del capitale economico dell'impresa target prevede l'utilizzo del metodo finanziario asset side.

Per la stima degli strati che andranno a comporre il valore di acquisizione, questo modello presenta una serie di assunzioni di base. Innanzitutto, per semplicità di calcolo i flussi di cassa utilizzati sono considerati come rendite perpetue e il debito viene considerato costante nel tempo. Inoltre, viene utilizzato il procedimento basato sull'Adjusted Present Value (o Valore Attuale Modificato – VAM), un metodo che determina il valore dell'impresa levered, cioè in presenza di debito, calcolando prima il suo valore unlevered (in assenza di indebitamento) e aggiungendo poi il valore degli scudi fiscali¹³.

Essendo in una prospettiva asset side, tale approccio considera i flussi di cassa operativi al netto delle imposte (FCFO) che, attualizzati utilizzando un opportuno tasso di sconto, forniscono il valore dell'impresa *unlevered*, ossia in assenza di indebitamento. Infatti, i flussi di cassa disponibili dalla gestione operativa sono dei flussi unlevered, in quanto discendono dalla gestione del capitale investito netto operativo e non comprendono i flussi collegati alla gestione finanziaria.

Nella tabella 1 viene riportata la struttura dei flussi di cassa operativi FCFO.

¹³ Con l'espressione scudo fiscale si intende il vantaggio fiscale ottenuto grazie alla deducibilità degli oneri finanziari dal reddito di periodo.

+ Margine operativo lordo
± Variazione del capitale circolante netto operativo
= Flusso della gestione corrente
± Variazione del capitale immobilizzato
– Imposte sul risultato operativo
= FCFO (Flusso di cassa generato dalla gestione operativa)

Tabella 1 – Determinazione del flusso di cassa operativo disponibile (FCFO)

L'FCFO individua il flusso di cassa operativo destinato sia per il rimborso dei finanziamenti da parte di terzi, sia per la distribuzione agli azionisti dei dividendi. Da ciò ne consegue che tali flussi debbano essere scontati ad un tasso di attualizzazione opportuno, in grado di esprimere il rendimento atteso da entrambe le tipologie di finanziatori.

Per questo motivo, nel caso di un approccio asset side, il tasso di attualizzazione che viene utilizzato è il costo medio ponderato del capitale (Weighted Average Cost of Capital – WACC). Il WACC considera infatti il rendimento atteso dalle due tipologie di finanziatori ponderato per la relativa incidenza nel finanziamento del capitale investito netto dell'impresa. In particolare, il costo medio ponderato del capitale viene calcolato come una media ponderata dei due costi, quello del capitale di proprietà e quello del debito, in cui i fattori di ponderazione sono determinati sulla base del leverage, ossia del rapporto fra capitale di proprietà e capitale di terzi. La formula del costo medio ponderato del capitale è la seguente:

$$WACC = r_d(1 - t_c) \frac{D}{D + E} + r_e \frac{E}{D + E},$$

dove:

r_d = tasso di rendimento del capitale di debito (o costo del capitale di debito);

t_c = aliquota dell'imposta societaria;

r_e = tasso di rendimento del capitale proprio (o costo del capitale proprio);

D = indebitamento finanziario netto (o posizione finanziaria netta);

E = patrimonio netto.

Il valore unlevered dell'impresa è quindi dato da:

$$W_U = \frac{FCFO_B}{r_{eu B}},$$

dove $r_{eu B}$ corrisponde al tasso di attualizzazione unlevered, ossia al costo medio ponderato del capitale (WACC), ed $FCFO_B$ è il flusso di cassa operativo al netto delle imposte prodotto dall'impresa B .

Per ottenere invece il valore *levered* dell'impresa target, ossia il valore in presenza di indebitamento, al valore unlevered verrà aggiunto il valore attuale dei benefici fiscali, per cui:

$$W_L = \frac{FCFO_B}{r_{eu B}} + D_B * t_C,$$

dove D_B corrisponde all'indebitamento finanziario netto di B e t_C rappresenta l'aliquota dell'imposta societaria (IRES).

Tale approccio, che determina il valore levered dell'impresa target considerando separatamente il valore dell'impresa in assenza di indebitamento, ossia il valore unlevered, e il valore dei benefici fiscali relativi alla deducibilità degli interessi passivi¹⁴ $\left(\frac{r_d * D * t_C}{r_d}\right)$, corrisponde all'Adjusted Present Value (o Valore Attuale Modificato – VAM). Attraverso questo metodo è possibile apprezzare il contributo apportato dalle modalità di finanziamento alla creazione del valore. Questa formulazione altro non è che la proposizione I con imposte di Modigliani e Miller¹⁵:

$$W_L = W_U + D * t_C,$$

dove W_L e W_U sono rispettivamente il valore dell'impresa levered ed il valore dell'impresa unlevered.

Per giungere al valore dell'impresa per l'investitore finanziario, ossia al valore stand alone,

¹⁴ Con l'espressione "deducibilità degli interessi passivi" si fa riferimento alla possibilità di dedurre dal reddito imponibile gli interessi passivi sostenuti a fronte dell'ottenimento di una somma di capitale, ovvero dell'indebitamento.

¹⁵ Conosciuta anche come "legge della conservazione del valore", la proposizione I di Modigliani e Miller con imposte dimostrò che in presenza di indebitamento il valore dell'impresa incrementa per un ammontare pari al valore attuale dei benefici fiscali riferibili alla deducibilità degli oneri finanziari (scudo fiscale).

sarà sufficiente sottrarre al valore levered l'ammontare dell'indebitamento finanziario netto dell'impresa, per cui:

$$W_{stand\ alone\ B} = \frac{FCFO_B}{r_{eu\ B}} + D_B * t_C - D_B.$$

Il valore stand alone è il "valore-base" che rappresenta il primo "strato" di una serie di componenti di valore che porteranno alla definizione del valore di acquisizione.

2.2.2. Il valore delle sinergie

Il valore di un'azienda generalmente differisce dal valore che le viene attribuito da un'altra azienda.

L'obiettivo principale delle operazioni di acquisizioni è quello di conseguire sinergie che consentano di creare nuovo valore. Le sinergie rappresentano il valore incrementale che si produce in seguito alla combinazione delle due imprese, la cui integrazione crea opportunità che non sarebbero raggiungibili se operassero singolarmente.

Le sinergie che si possono creare mediante un'operazione di acquisizione possono essere di diversa natura: operativa, finanziaria e fiscale.

Le sinergie operative sono quelle che generano un incremento dei flussi di cassa operativi attesi dall'operazione, in seguito all'efficientamento dei processi e al rafforzamento del potere di mercato. Si manifestano frequentemente quando le due imprese operano nello stesso settore o in settori tra loro correlati.

Le sinergie finanziarie, invece, sono collegate ad un'attenuazione del profilo di rischio della società acquirente in seguito al consolidamento della struttura organizzativa aziendale che può tradursi nella possibilità di ottenere più facilmente finanziamenti.

Infine, le sinergie fiscali emergono dalla possibilità di ottenere scudi fiscali aggiuntivi grazie alla deducibilità degli oneri finanziari.

Per valutare la convenienza di un'operazione di acquisizione è necessario stimare, oltre al

valore stand alone della impresa target, i flussi di risultato¹⁶ differenziali attesi per effetto delle sinergie, ovvero è necessario considerare gli effetti che produrrà nel “sistema-impresa” l’integrazione delle due attività. I principali effetti prodotti dall’operazione possono essere così raggruppati:

1. Effetti differenziali sul profilo di rischio (o effetto qualità).

Una delle principali conseguenze che si auspica di ottenere in seguito ad un’operazione di acquisizione è una maggiore solidità aziendale, vale a dire la capacità dell’azienda di far fronte agli impegni a medio – lungo termine, grazie all’incremento delle dimensioni con la conseguente percezione di rischio inferiore da parte del mercato. Inoltre, dalla integrazione è possibile ottenere una minore rischiosità interna, sia in termini di rischio specifico, cioè il rischio legato alle caratteristiche peculiari dell’impresa, sia in termini di rischio sistematico, ovvero quella porzione di rischio che non può essere eliminata in quanto collegata alle variazioni generali di mercato.

La formula per la determinazione del valore del differenziale di rischio è la seguente:

$$W_{\Delta R} = \frac{FCFO_{(A+B)}}{r_{eu\ m}} - \frac{FCFO_A}{r_{eu\ A}} - \frac{FCFO_B}{r_{eu\ B}}$$

dove:

$FCFO_{(A+B)}$ = flusso di cassa operativo al netto delle imposte prodotto da A e B , che corrisponde a $FCFO_A + FCFO_B$;

$r_{eu\ m}$ = tasso di attualizzazione modificato per tenere conto dell’attenuazione di alcuni fattori di rischio.

Per determinare il tasso $r_{eu\ m}$ è possibile partire dalla media ponderata dei tassi $r_{eu\ A}$ e $r_{eu\ B}$ secondo i valori attuali generati dai flussi delle due società, andando successivamente a rettificare il tasso così stimato sulla base dell’attenuazione o meno di alcuni fattori di rischio.

¹⁶ Con l’espressione “flussi di risultato” si intendono i flussi di cassa o di reddito che l’azienda sarà in grado di generare.

2. Effetti differenziali sui flussi (o effetto quantità).

Tale effetto si riferisce ai flussi di risultato incrementali generati in capo all'acquirente a seguito dell'operazione di acquisizione in ragione sia dei flussi generati dalla società acquisita, sia dei flussi riferibili ai processi di integrazione che l'acquirente ha intenzione di realizzare dopo l'acquisizione. Infatti, si è visto che non avviene una semplice addizione tra i flussi dell'impresa acquirente e i flussi dell'impresa target, ma si genera un valore aggiunto riferibile alle sinergie.

I flussi riferiti a tali sinergie possono essere ripartiti in:

- flussi incrementali riferibili al consolidamento della quota di mercato, che hanno significative conseguenze in termini di ricavi, concorrenza, prezzi;
- flussi incrementali riferibili alla maggiore efficienza di alcune funzioni aziendali;
- flussi incrementali riferibili allo sfruttamento degli intangibles, ovvero il capitale immateriale dell'impresa target: know how, tecnologie, reputazione, marchio, rapporto con i clienti, e così via.

La formula per la determinazione del valore dei flussi differenziali a seguito delle sinergie è la seguente:

$$W_{\Delta F} = \frac{\Delta FCFO_{A+B}}{r_{eu m}}$$

dove:

$\Delta FCFO_{A+B}$ = flussi incrementali risultanti dall'integrazione delle attività di A e di B.

3. Effetti differenziali sulla capacità di ottenere credito (o effetto finanziario).

Questo effetto è strettamente collegato con l'effetto qualità. Il miglioramento del profilo di rischio si traduce nell'ottenimento più agevole di finanziamenti, in quanto gli intermediari bancari sono maggiormente inclini a concedere finanza poiché considerano la nuova realtà aziendale più solida. Inoltre, potendo raccogliere nuovo debito, aumenta il debt/equity ratio e, di conseguenza, il beneficio fiscale derivante dalla deducibilità degli interessi passivi.

La formula per la determinazione del valore differenziale di struttura finanziaria è la seguente:

$$W_{\Delta D} = \Delta D_{A+B} * t_C$$

dove:

ΔD_{A+B} = indebitamento netto incrementale sopportabile dalla nuova realtà aziendale risultante dalla integrazione delle attività svolte da A e da B.

Il modello della stratificazione del valore si rivela essere un valido strumento per la quantificazione del valore di acquisizione dell'impresa target. Attraverso l'aggregazione dei valori risultanti da ogni fase, questo modello consente di apprezzare il valore apportato dalle singole aree alla creazione del valore finale.

Il procedimento di stima del valore di acquisizione appena descritto può essere illustrato attraverso un esempio. Si ipotizzi di considerare due imprese A e B operanti nello stesso settore aventi le seguenti caratteristiche:

	Impresa acquirente (A)	Impresa target (B)
<i>Flusso di cassa operativo al netto delle imposte (FCFO)</i>	5000 €	3000 €
<i>Costo del capitale unlevered (r_{eu})</i>	20%	15%
<i>Indebitamento finanziario netto (D)</i>	12500 €	8000 €
<i>Aliquota dell'imposta societaria (t_C)</i>	24%	24%

In seguito all'integrazione delle attività svolte da A e da B si attendono i seguenti effetti differenziali:

- un risparmio annuo sui costi che darà luogo a maggiori flussi di cassa operativi al netto delle imposte nella misura di 1200 € all'anno ($\Delta FCFO = 1200$ €);
- un costo del capitale unlevered per il nuovo complesso uguale a $r_{eu} = 16,5\%$, che risulta essere inferiore alla media dei tassi della società acquirente e della società target in quanto l'acquisizione di una società può consentire di ottenere un tasso di sconto più basso in ragione dell'attenuazione di alcuni fattori di rischio;

- un incremento della capacità di indebitamento nella misura di 6000 (per cui $\Delta D = 6000$ €).

In base ai dati appena descritti, è possibile determinare i diversi “strati” di valore.

1. *Determinazione del valore stand alone di B*

$$W_{stand\ alone\ B} = \frac{FCFO_B}{r_{eu\ B}} + D_B * t_C - D_B,$$

$$W_{stand\ alone\ B} = \frac{3000}{0,15} + 8000 * 0,24 - 8000 = 13920 \text{ €};$$

2. *Determinazione del valore dei flussi incrementali*

$$W_{\Delta F} = \frac{\Delta FCFO_{A+B}}{r_{eu\ m}},$$

$$W_{\Delta F} = \frac{1200}{0,165} = 7273 \text{ €};$$

3. *Determinazione del valore del differenziale di rischio*

$$W_{\Delta R} = \frac{FCFO_{(A+B)}}{r_{eu\ m}} - \frac{FCFO_A}{r_{eu\ A}} - \frac{FCFO_B}{r_{eu\ B}},$$

$$W_{\Delta R} = \frac{5000 + 3000}{0,165} - \frac{5000}{0,2} - \frac{3000}{0,15} = 3485 \text{ €};$$

4. *Determinazione del valore del differenziale di struttura finanziaria*

$$W_{\Delta D} = \Delta D_{A+B} * t_C,$$

$$W_{\Delta D} = 6000 * 0,24 = 1440 \text{ €}.$$

Sulla base dei calcoli precedenti, è possibile rappresentare il valore di acquisizione attraverso l’aggregazione dei vari “strati”, come illustrato nella figura 2.2.

$$W_{acquisizione\ B} = W_B + W_{\Delta F} + W_{\Delta R} + W_{\Delta D}$$

$$W_{acquisizione\ B} = 13920 + 7273 + 3485 + 1440 = 26118 \text{ €}.$$

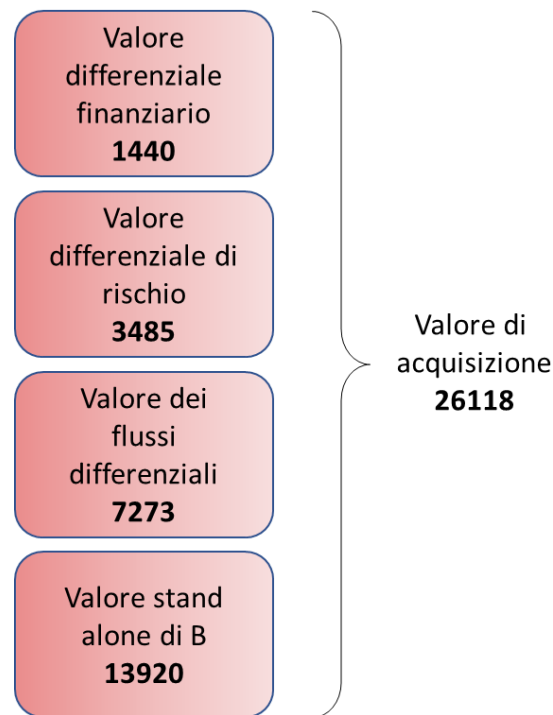


Figura 2.2 – Valore di acquisizione

2.2.3. Il valore creato da un'acquisizione

Come precedentemente detto, in un'ottica finanziaria le acquisizioni possono costituire un'ottima forma di investimento per un'azienda nel perseguimento dei suoi obiettivi di crescita. Per questo motivo, la metodologia di valutazione di un progetto di investimento può essere adottata anche per la valutazione di un'acquisizione d'azienda. Utilizzando il metodo del Valore Attuale Netto è possibile calcolare il valore netto creato dall'acquisizione, in questo caso dato dalla differenza tra il valore di acquisizione e il prezzo pagato dall'acquirente:

$$VAN_{acquisizione} = W_{acquisizione} - P_0,$$

dove:

$VAN_{acquisizione}$ = valore attuale netto di acquisizione;

$W_{acquisizione}$ = valore di acquisizione;

P_0 = prezzo pagato dall'acquirente.

Tale valutazione è legata all'esigenza dell'acquirente di avere informazioni in merito sia alle opportunità di crescita ottenibili attraverso il processo di integrazione, sia alla convenienza

economica di tale operazione.

Per quanto riguarda il valore di acquisizione, esso può essere stimato attraverso l'aggregazione dei vari "strati" riferiti al valore stand alone dell'impresa target e al valore dei flussi differenziali prodotti dalle sinergie.

Così come il valore di acquisizione può notevolmente discostarsi dal valore stand alone in seguito agli effetti sinergici generati dall'operazione, allo stesso modo il valore di acquisizione può discostarsi sensibilmente dal prezzo di mercato.

Mentre i valori fino a qui analizzati corrispondono a grandezze stimate ex ante, i prezzi sono misurati ex post sulla base delle negoziazioni tra le controparti. Nella maggior parte dei casi, il prezzo di vendita P_0 si colloca tra il valore dell'azienda come realtà a sé stante ed il valore di acquisizione. Il valore stand alone, difatti, rappresenta il prezzo minimo accettabile dalla impresa target, mentre il prezzo massimo che l'acquirente è disposto a pagare è pari al valore della target congiuntamente a quello delle sinergie attese, da cui:

$$W_{stand\ alone\ B} \leq P_0 \leq W_{acquisizione\ B}$$

A quale livello si collocherà il prezzo all'interno di questo intervallo dipende dalla rivalità tra i potenziali acquirenti presenti nel mercato delle acquisizioni. Difatti, tale competizione determina la crescita del prezzo fino al punto in cui il risultato economico attualizzato per tutti i potenziali acquirenti diventa negativo tranne per colui che si aggiudicherà l'acquisizione.

Alla luce di queste considerazioni, possiamo suddividere il meccanismo di formazione del prezzo in due fasi:

1. nella prima fase, più imprese competono tra loro per l'acquisizione determinando la crescita del prezzo fino a livelli che escludono man mano i potenziali acquirenti per i quali l'acquisizione sviluppa meno valore in termini di sinergie attese rispetto a chi si aggiudicherà l'acquisizione;
2. nella seconda fase, si crea una situazione di monopolio bilaterale tra acquirente e venditore che porta alla determinazione del prezzo finale. Maggiore è la forza contrattuale di una delle due controparti, più il prezzo di vendita sarà a suo favore.

Oltre che dalla forza contrattuale delle imprese coinvolte, la formazione dei prezzi dipende anche dalle dimensioni di tali imprese in quanto maggiori dimensioni rispetto alla media del settore possono ridurre il numero delle potenziali controparti.

Come è illustrato nella figura 2.3, il prezzo pagato dall'acquirente incorpora un premio, detto "premio di acquisizione", che corrisponde al surplus di valore ottenuto dal venditore rispetto al valore stand alone della società target, quindi rappresenta il valore effettivamente creato per il venditore. L'entità del premio corrisponde al valore delle sinergie richieste dall'acquirente per salvaguardare lo shareholder value¹⁷ ante acquisizione dei suoi azionisti¹⁸.

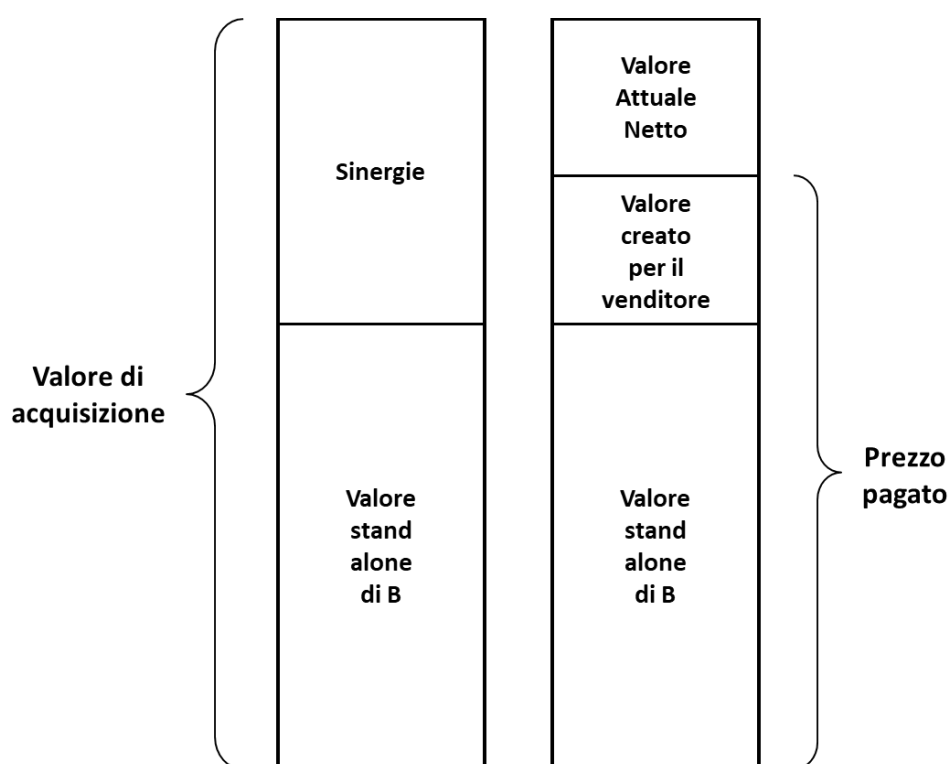


Figura 2.3 – La creazione del valore nelle operazioni di acquisizioni.

Affinché risulti un VAN positivo, e quindi vi sia creazione di valore per l'acquirente, è necessario che il prezzo pagato sia inferiore al valore di acquisizione calcolato. Tale ammontare individua quindi il prezzo limite per poter conseguire un'operazione profittevole, oltre il quale l'acquirente non dovrebbe spingersi, a meno che l'acquisizione non sia

¹⁷ Lo shareholder value corrisponde al valore dei titoli azionari.

¹⁸ Si veda E. Rossi, La finanza della crescita esterna: creazione e distruzione di valore nelle acquisizioni aziendali., Egea, Milano, 1999, p. 11.

un'operazione necessaria in una strategia più ampia volta ad accrescere, o a mantenere, il vantaggio competitivo.

2.3 VAN fuzzy di un'acquisizione

Nella valutazione delle acquisizioni ciò che conta non è tanto il valore stand alone della target, bensì i flussi di risultato riferibili alle sinergie attese dall'acquirente. Affinché un'acquisizione d'azienda possa creare valore per gli azionisti della società acquirente, è necessario che il prezzo pagato sia inferiore al valore di acquisizione: ciò è possibile solo se il prezzo è in grado di riflettere correttamente le sinergie che si stima possano essere realizzate in seguito all'integrazione delle due realtà. Una corretta valutazione delle sinergie è essenziale al fine di realizzare un'operazione con Valore Attuale Netto positivo.

La stima delle potenziali sinergie ottenibili dall'acquisizione viene effettuata ex ante e, di conseguenza, è caratterizzata da incertezza. Difatti, in quanto manifestazione futura, le sinergie sono per definizione incerte. Perciò, ex post può succedere che l'operazione di acquisizione non realizzi le sinergie previste in quanto potrebbero essere state sottostimate le difficoltà che si sono incontrate nella trasformazione delle sinergie da potenziali ad effettive. Inoltre, una sovrastima delle sinergie può portare a corrispondere al venditore importi eccessivamente elevati con un conseguente danno per gli azionisti della società acquirente.

Come abbiamo visto nel precedente capitolo per la valutazione di un progetto di investimento, i numeri fuzzy si sono rivelati essere un valido strumento per trattare con l'incertezza e con l'imprecisione delle stime: il numero fuzzy è in grado di rappresentare un numero approssimato, senza doverlo arrotondare. Difatti, attraverso l'individuazione dei limiti inferiore e superiore dell'intervallo di confidenza associato a ciascun α -cut, è possibile fare in modo che tali stime presentino dei *confini fuzzy*, incorporando così la loro natura incerta.

Considerata l'incertezza insita nella realizzazione delle sinergie, è possibile utilizzare i numeri fuzzy triangolari, particolarmente adatti a rappresentare valori che si riferiscono ad approssimazioni, secondo la stessa logica utilizzata per gli investimenti anche per la valutazione di operazioni di acquisizione.

Una volta determinati i valori differenziali delle sinergie attese dall'acquirente, espressi mediante numeri fuzzy, si potrà procedere al calcolo del valore di acquisizione e, conseguentemente, al calcolo del Valore Attuale Netto dell'operazione di acquisizione. Si noti che sia $W_{acquisizione}$ che $VAN_{acquisizione}$ saranno rappresentati da numeri fuzzy in quanto sono il risultato di operazioni aritmetiche su numeri fuzzy.

Riprendiamo l'esempio sviluppato nel paragrafo precedente per comprendere al meglio l'applicazione della logica fuzzy al modello della stratificazione del valore.

Le due imprese A e B oggetto dell'operazione presentavano i seguenti dati di partenza:

	Impresa acquirente (A)	Impresa target (B)
Flusso di cassa operativo al netto delle imposte (FCFO)	5000 €	3000 €
Costo del capitale unlevered (r_{eu})	20%	15%
Indebitamento finanziario netto (D)	12500 €	8000 €
Aliquota dell'imposta societaria (t_c)	24%	24%

L'impresa acquirente procede all'acquisizione della società B per un prezzo pari complessivamente a $P_0 = 18000$ €.

Supponendo che gli effetti differenziali siano rappresentati da numeri fuzzy triangolari, dall'integrazione delle due realtà aziendali A e B , l'acquirente si attende:

- $\Delta \widetilde{FCFO} = (\underline{\Delta fcfo}, \Delta fcfo, \overline{\Delta fcfo}) = (1000, 1200, 1400)$;
- $\widetilde{R_{eu m}} = (\underline{r_{eu}}, r_{eu}, \overline{r_{eu}}) = (0.16, 0.165, 0.17)$;
- $\widetilde{\Delta D} = (\underline{\Delta D}, \Delta D, \overline{\Delta D}) = (4500, 6000, 7500)$.

Tali numeri sono stati specificati ricorrendo alle valutazioni di un esperto e per comodità sono stati considerati numeri fuzzy equilateri.

Nel primo capitolo, abbiamo visto che i numeri fuzzy triangolari possono essere espressi in funzione di α , per cui:

- $\Delta\widehat{FCFO}^\alpha = [\underline{\Delta f c f o}^\alpha, \overline{\Delta f c f o}^\alpha]$
 $= [\underline{\Delta f c f o} + (\Delta f c f o - \underline{\Delta f c f o})\alpha; \overline{\Delta f c f o} - (\overline{\Delta f c f o} - \Delta f c f o)\alpha];$
- $\widehat{R_{eu}m}^\alpha = [r_{eu}^\alpha, \overline{r_{eu}^\alpha}] = [r_{eu} + (r_{eu} - \underline{r_{eu}})\alpha; \overline{r_{eu}} - (\overline{r_{eu}} - r_{eu})\alpha];$
- $\widehat{\Delta D}^\alpha = [\underline{\Delta D}^\alpha, \overline{\Delta D}^\alpha] = [\underline{\Delta D} + (\Delta D - \underline{\Delta D})\alpha; \overline{\Delta D} - (\overline{\Delta D} - \Delta D)\alpha].$

Sostituendo all'interno delle formule appena descritte i corrispondenti valori numerici, otteniamo:

- $\Delta\widehat{FCFO}^\alpha = [1000 + (1200 - 1000)\alpha, 1400 - (1400 - 1200)\alpha]$
 $= [1000 + 200\alpha, 1400 - 200\alpha];$
- $\widehat{R_{eu}m}^\alpha = [0.16 + (0.165 - 0.16)\alpha; 0.17 - (0.17 - 0.165)\alpha]$
 $= [0.16 + 0.005\alpha, 0.17 - 0.005\alpha];$
- $\widehat{\Delta D}^\alpha = [4500 + (6000 - 4500)\alpha; 7500 - (7500 - 6000)\alpha]$
 $= [4500 + 1500\alpha, 7500 - 1500\alpha].$

I valori di $\Delta\widehat{FCFO}^\alpha$, $\widehat{R_{eu}m}^\alpha$, $\widehat{\Delta D}^\alpha$ per i valori di $\alpha \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$ sono riportati nelle tre tabelle sottostanti. Essendo i lati di questi numeri triangolari fuzzy dei segmenti di retta, è semplice individuare i rispettivi valori per ogni valore di α , per cui le tabelle hanno solamente una funzione di esempio.

Tabella 2. $\Delta\widetilde{FCFO}^\alpha$

α	$\Delta\widetilde{FCFO}^\alpha$	
	$\underline{\Delta fcf o}^\alpha$	$\overline{\Delta fcf o}^\alpha$
0	1000	1400
0,1	1020	1380
0,2	1040	1360
0,3	1060	1340
0,4	1080	1320
0,5	1100	1300
0,6	1120	1280
0,7	1140	1260
0,8	1160	1240
0,9	1180	1220
1	1200	1200

Tabella 3. $\widetilde{R_{eu m}}^\alpha$

α	$\widetilde{R_{eu m}}^\alpha$	
	$\underline{r_{eu}}^\alpha$	$\overline{r_{eu}}^\alpha$
0	0,16	0,17
0,1	0,1605	0,1695
0,2	0,161	0,169
0,3	0,1615	0,1685
0,4	0,162	0,168
0,5	0,1625	0,1675
0,6	0,163	0,167
0,7	0,1635	0,1665
0,8	0,164	0,166
0,9	0,1645	0,1655
1	0,165	0,165

Tabella 4. $\widetilde{\Delta D}^\alpha$

α	$\widetilde{\Delta D}^\alpha$	
	$\underline{\Delta D}^\alpha$	$\overline{\Delta D}^\alpha$
0	4500	7500
0,1	4650	7350
0,2	4800	7200
0,3	4950	7050
0,4	5100	6900
0,5	5250	6750
0,6	5400	6600
0,7	5550	6450
0,8	5700	6300
0,9	5850	6150
1	6000	6000

Procediamo quindi alla determinazione degli strati che compongono il valore di acquisizione.

Per quanto riguarda il valore stand alone dell'impresa target, essendo calcolato utilizzando dati puntuali e non delle stime, resterà invariato rispetto all'esempio del paragrafo precedente e, difatti, corrisponde ad un numero crisp. Per cui:

$$W_{stand\ alone\ B} = \frac{FCFO_B}{r_{eu\ B}} + D_B * t_C - D_B$$

$$W_{stand\ alone\ B} = \frac{3000}{0,15} + 8000 * 0,24 - 8000 = 13920$$

Invece, sulla base dei valori di $\Delta\widetilde{FCFO}^\alpha$, $\widetilde{R_{eu m}}^\alpha$, $\widetilde{\Delta D}^\alpha$, riportati nelle tabelle 1, 2 e 3 rispettivamente, possiamo determinare i valori riferibili al differenziale di flussi, di rischio e di struttura finanziaria che, essendo il risultato di operazioni aritmetiche su numeri fuzzy, saranno anch'essi numeri fuzzy.

1. Differenziale di flussi fuzzy

Per quanto riguarda l'effetto differenziale sui flussi, abbiamo visto che tali sinergie possono essere quantificate attraverso il rapporto tra i flussi incrementali e il tasso di sconto modulato sul nuovo complesso aziendale. Queste due grandezze sono rappresentate dai due numeri fuzzy $\Delta\widetilde{FCFO}^\alpha$ e $\widetilde{R_{eu m}}^\alpha$, per cui il differenziale di flussi sarà un numero fuzzy pari a:

$$\widetilde{W}_{\Delta F} = \left[\frac{\Delta\widetilde{FCFO}^\alpha}{\widetilde{R_{eu m}}^\alpha} \right] = \left[\frac{\underline{\Delta f c f o}^\alpha}{\underline{r_{eu}}^\alpha}, \frac{\overline{\Delta f c f o}^\alpha}{\overline{r_{eu}}^\alpha} \right] = \left[\underline{W_{\Delta F}^\alpha}, \overline{W_{\Delta F}^\alpha} \right].$$

Analiticamente, i limite inferiore e superiore del numero fuzzy $\widetilde{W}_{\Delta F}$ sono rispettivamente:

$$\underline{W_{\Delta F}^\alpha} = \frac{\underline{\Delta f c f o}^\alpha}{\underline{r_{eu}}^\alpha} = \frac{1000 + 200\alpha}{0.17 - 0.005\alpha};$$

$$\overline{W_{\Delta F}^\alpha} = \frac{\overline{\Delta f c f o}^\alpha}{\overline{r_{eu}}^\alpha} = \frac{1400 - 200\alpha}{0.16 + 0.005\alpha}.$$

La tabella 5 mostra i valori del differenziale di flussi fuzzy per gli stessi valori di α considerati nelle precedenti tabelle e ne viene data rappresentazione nel grafico 2.4.

Tabella 4. $\widetilde{W}_{\Delta F}$

α	$\widetilde{W}_{\Delta F}$	
	$\underline{W_{\Delta F}^\alpha}$	$\overline{W_{\Delta F}^\alpha}$
0	5882	8750
0,1	6018	8598
0,2	6154	8447
0,3	6291	8297
0,4	6429	8148
0,5	6567	8000
0,6	6707	7853
0,7	6847	7706
0,8	6988	7561
0,9	7130	7416
1	7273	7273

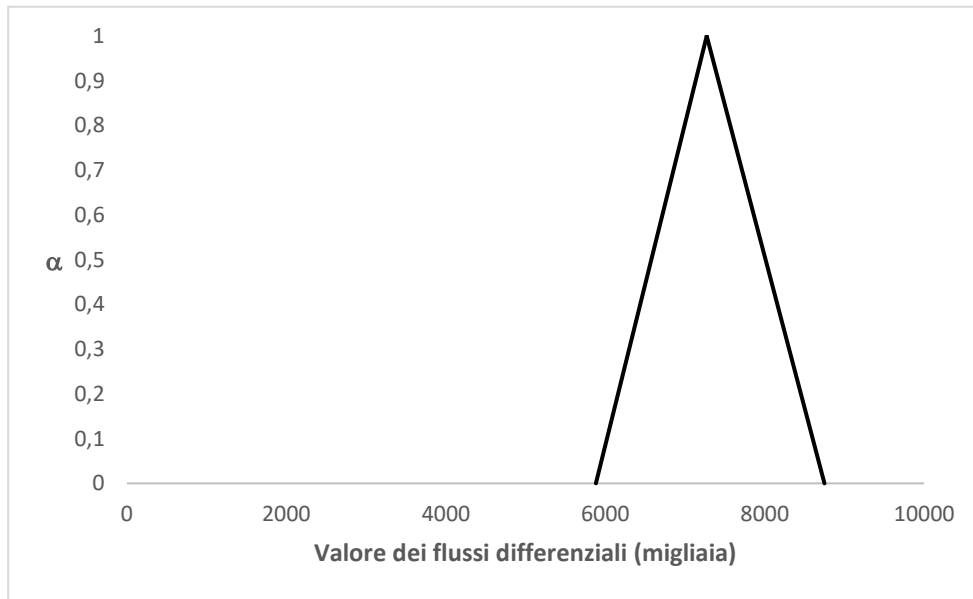


Figura 2.4 - Valore dei flussi differenziali fuzzy.

2. Differenziale di rischio fuzzy

Relativamente all'effetto differenziale sul profilo di rischio, esso deriva dalla variazione in termini di rischio assunta dal nuovo complesso aziendale in seguito all'operazione di acquisizione rispetto a quello sopportato ex-ante in assenza della stessa. Essendo le quantità $FCFO_{(A+B)}$, $FCFO_A$ e $FCFO_B$ note, verranno considerate crisp. Per cui, il valore del differenziale di rischio fuzzy si ottiene dalla seguente formula:

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{\Delta R} &= \left[\frac{FCFO_{(A+B)}}{\widetilde{R_{eu}^\alpha}} - \frac{FCFO_A}{r_{eu A}} - \frac{FCFO_B}{r_{eu B}} \right] \\ &= \left[\frac{FCFO_A + FCFO_B}{\underline{r_{eu}^\alpha}} - \left(\frac{FCFO_A}{r_{eu A}} + \frac{FCFO_B}{r_{eu B}} \right), \frac{FCFO_A + FCFO_B}{\overline{r_{eu}^\alpha}} - \left(\frac{FCFO_A}{r_{eu A}} + \frac{FCFO_B}{r_{eu B}} \right) \right] \\ &= \left[\underline{W_{\Delta R}^\alpha}, \overline{W_{\Delta R}^\alpha} \right]. \end{aligned}$$

dove il limite inferiore e il limite superiore sono rispettivamente dati da:

$$\underline{W_{\Delta R}^\alpha} = \frac{FCFO_A + FCFO_B}{\underline{r_{eu}^\alpha}} - \frac{FCFO_A}{r_{eu A}} - \frac{FCFO_B}{r_{eu B}} = \frac{5000 + 3000}{0,17 - 0,005\alpha} - \frac{5000}{0,2} - \frac{3000}{0,15};$$

$$\overline{W_{\Delta R}^{\alpha}} = \frac{FCFO_A + FCFO_B}{r_{eu}^{\alpha}} - \frac{FCFO_A}{r_{euA}} - \frac{FCFO_B}{r_{euB}} = \frac{5000 + 3000}{0.16 + 0.005\alpha} - \frac{5000}{0,2} - \frac{3000}{0,15}$$

Per ogni diverso valore di $\alpha=0, 0.1, \dots, 0.9, 1$, i risultati relativi al differenziale di rischio fuzzy sono rappresentati nella tabella 6 e ne viene data rappresentazione nella figura 2.5.

Tabella 5. $\widetilde{W}_{\Delta R}$

α	$\widetilde{W}_{\Delta R}$	
	$\underline{W_{\Delta R}^{\alpha}}$	$\overline{W_{\Delta R}^{\alpha}}$
0	2059	5000
0,1	2198	4844
0,2	2337	4689
0,3	2478	4536
0,4	2619	4383
0,5	2761	4231
0,6	2904	4080
0,7	3048	3930
0,8	3193	3780
0,9	3338	3632
1	3485	3485

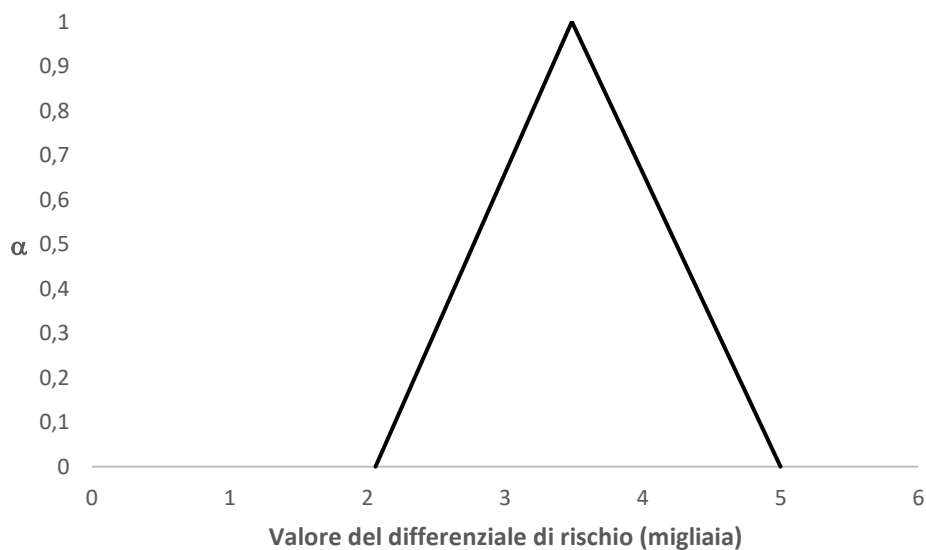


Figura 2.5 – Valore del differenziale di rischio fuzzy.

3. Differenziale di struttura finanziaria fuzzy

L'effetto differenziale sulla struttura finanziaria derivante dall'incremento della capacità di indebitamento in seguito all'aumento della solidità del complesso è un altro elemento caratteristico delle sinergie. Il valore relativo al differenziale di struttura finanziaria fuzzy può essere così rappresentato:

$$\widetilde{W}_{\Delta D} = [\widetilde{\Delta D}^{\alpha} * t_C] = [\underline{\Delta D}^{\alpha} * t_C, \overline{\Delta D}^{\alpha} * t_C] = [\underline{W}_{\Delta D}^{\alpha}, \overline{W}_{\Delta D}^{\alpha}],$$

dove la quantità t_C rappresenta l'aliquota dell'imposta societaria (IRES = 24%) e per cui, essendo nota, viene considerata un numero crisp.

L'intervallo che rappresenta il valore del differenziale di struttura finanziaria è definito da:

$$\underline{W}_{\Delta D}^{\alpha} = \underline{\Delta D}^{\alpha} * t_C = (4500 + 1500\alpha) * 0,24;$$

$$\overline{W}_{\Delta D}^{\alpha} = \overline{\Delta D}^{\alpha} * t_C = (7500 - 1500\alpha) * 0,24.$$

I valori del differenziale di struttura finanziaria fuzzy, calcolati in corrispondenza dei soliti valori di α , sono mostrati nella tabella 7 e rappresentati nella figura 2.6.

Tabella 7. $\widetilde{W}_{\Delta D}$

α	$\widetilde{W}_{\Delta D}$	
	$\underline{W}_{\Delta D}^{\alpha}$	$\overline{W}_{\Delta D}^{\alpha}$
0	1080	1800
0,1	1116	1764
0,2	1152	1728
0,3	1188	1692
0,4	1224	1656
0,5	1260	1620
0,6	1296	1584
0,7	1332	1548
0,8	1368	1512
0,9	1404	1476
1	1440	1440

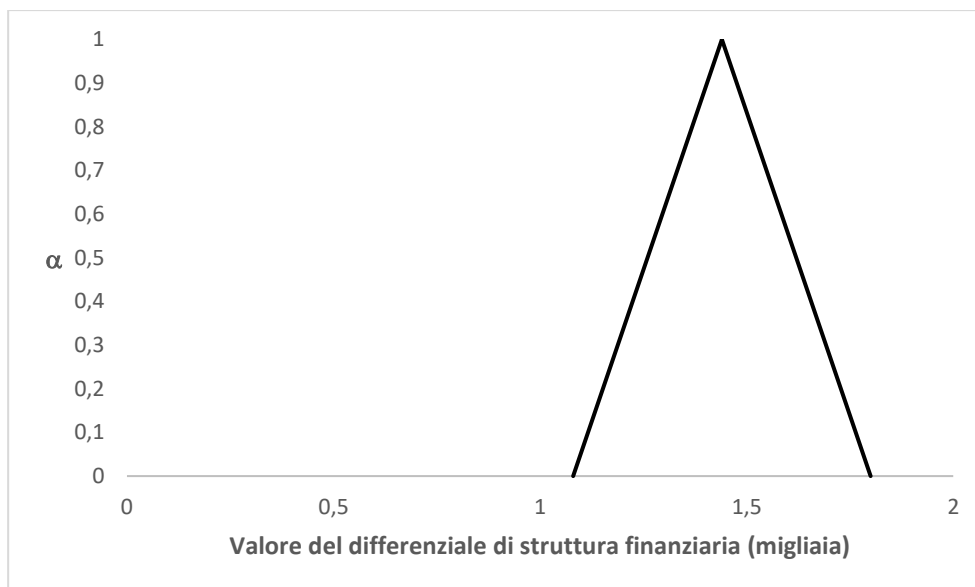


Figura 2.6 – Valore del differenziale di struttura finanziaria fuzzy.

Una volta calcolati i differenziali fuzzy relativi alle potenziali sinergie che l'acquirente si attende di realizzare in seguito all'operazione, è possibile calcolare il valore di acquisizione attraverso la loro aggregazione.

Essendo il valore di acquisizione una somma di numeri fuzzy, di conseguenza risulta essere anch'esso un numero fuzzy, per cui:

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{acq B} &= W_B + \widetilde{W}_{\Delta F} + \widetilde{W}_{\Delta R} + \widetilde{W}_{\Delta D} \\ &= \left[W_B + \underline{W}_{\Delta F}^{\alpha} + \underline{W}_{\Delta R}^{\alpha} + \underline{W}_{\Delta D}^{\alpha}, W_B + \overline{W}_{\Delta F}^{\alpha} + \overline{W}_{\Delta R}^{\alpha} + \overline{W}_{\Delta D}^{\alpha} \right] \\ &= \left[\underline{W}_{acq B}^{\alpha}, \overline{W}_{acq B}^{\alpha} \right], \end{aligned}$$

dove:

$$\begin{aligned} \underline{W}_{acq B}^{\alpha} &= 13920 + \frac{1000 + 200\alpha}{0,17 - 0,005\alpha} + \frac{5000 + 3000}{0,17 - 0,005\alpha} - \frac{5000}{0,2} - \frac{3000}{0,15} \\ &\quad + (4500 + 1500\alpha) * 0,24; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{W}_{acq B}^{\alpha} &= 13920 + \frac{1400 - 200\alpha}{0,16 + 0,005\alpha} + \frac{5000 + 3000}{0,16 + 0,005\alpha} - \frac{5000}{0,2} - \frac{3000}{0,15} \\ &\quad + (7500 - 1500\alpha) * 0,24. \end{aligned}$$

I valori assunti dal valore di acquisizione fuzzy sono riportati nella tabella 8, calcolati sempre in corrispondenza dei soliti valori di α , e rappresentati nella figura 2.7.

Tabella 8. $\widetilde{W}_{acq B}$

α	$\widetilde{W}_{acq B}$	
	$\underline{W}_{acq B}^\alpha$	$\overline{W}_{acq B}^\alpha$
0	22941	29470
0,1	23251	29126
0,2	23563	28785
0,3	23877	28445
0,4	24192	28107
0,5	24508	27771
0,6	24827	27437
0,7	25147	27104
0,8	25469	26773
0,9	25792	26445
1	26118	26118

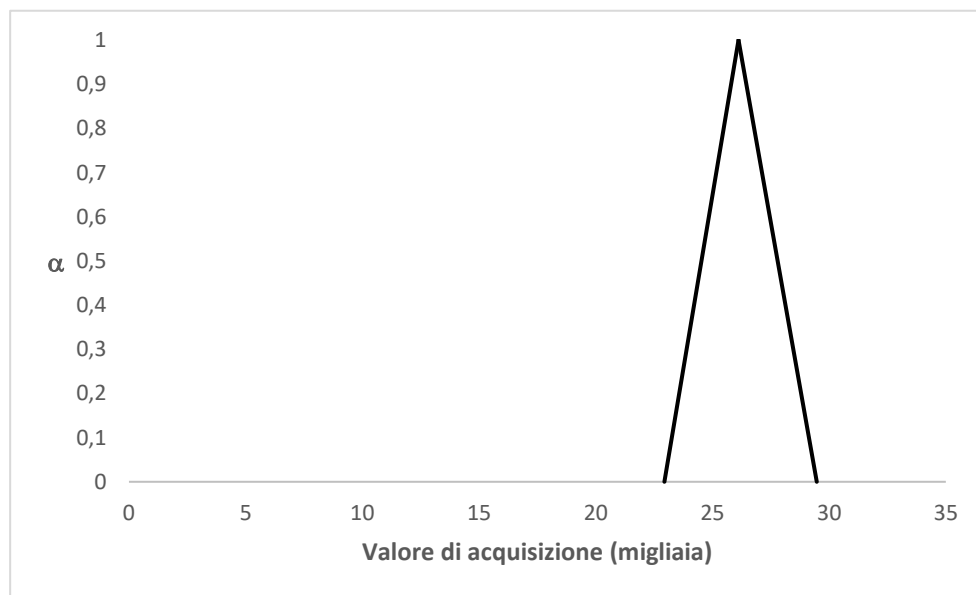


Figura 2.7 – Valore di acquisizione fuzzy.

A questo punto, possiamo calcolare il valore netto creato dall'acquisizione. Come abbiamo visto, esso corrisponde alla differenza tra il valore dei flussi di risultato atteso in seguito all'operazione, ossia il valore di acquisizione, e il prezzo pagato per il capitale dell'impresa target, pari a $P_0 = 18000$.

Anche in questo caso, essendo il risultato di operazioni aritmetiche su numeri fuzzy, il VAN creato dall'operazione di acquisizione sarà anch'esso un numero fuzzy. Dunque:

$$\widetilde{VAN}^{\alpha} = [\widetilde{W}_{acqB} - P_0] = [\underline{W}_{acqB}^{\alpha} - P_0, \overline{W}_{acqB}^{\alpha} - P_0] = [\underline{VAN}^{\alpha}, \overline{VAN}^{\alpha}].$$

Per cui:

$$\underline{VAN}^{\alpha} = \left(13920 + \frac{1000 + 200\alpha}{0.17 - 0.005\alpha} + \frac{5000 + 3000}{0.17 - 0.005\alpha} - \frac{5000}{0.2} - \frac{3000}{0.15} + (4500 + 1500\alpha) * 0,24 \right) - 18000;$$

$$\overline{VAN}^{\alpha} = \left(13920 + \frac{1400 - 200\alpha}{0.16 + 0.005\alpha} + \frac{5000 + 3000}{0.16 + 0.005\alpha} - \frac{5000}{0.2} - \frac{3000}{0.15} + (7500 - 1500\alpha) * 0,24 \right) - 18000.$$

Nella tabella 9 vengono rappresentati i valori del Valore Attuale Netto per gli stessi valori di α considerati nelle tabelle precedenti e nella figura 2.8 ne viene data rappresentazione.

Tabella 9. \widetilde{VAN}^{α}

α	\widetilde{VAN}^{α}	
	\underline{VAN}^{α}	\overline{VAN}^{α}
0	4941	11470
0,1	5251	11126
0,2	5563	10785
0,3	5877	10445
0,4	6192	10107
0,5	6508	9771
0,6	6827	9437
0,7	7147	9104
0,8	7469	8773
0,9	7792	8445
1	8118	8118

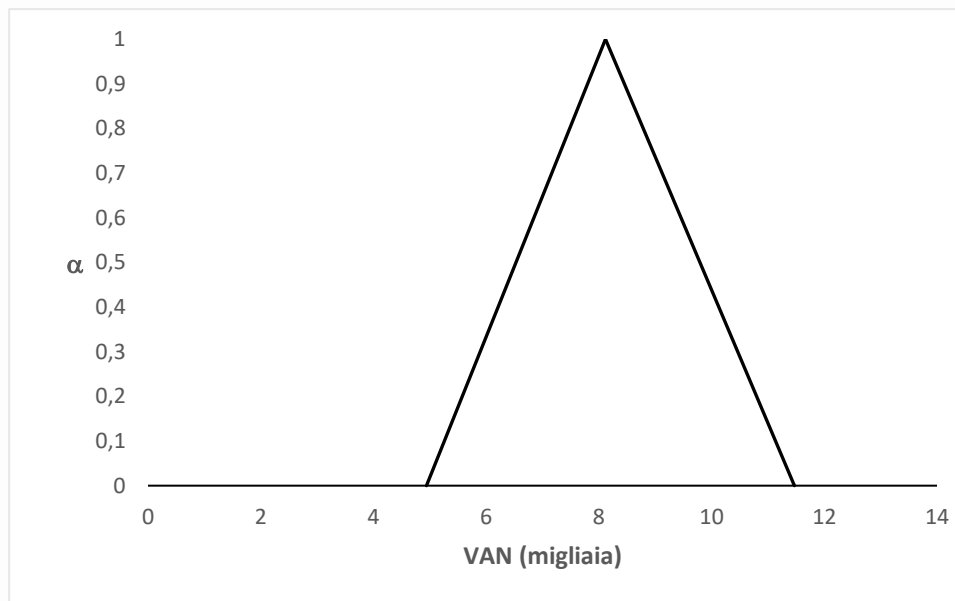


Figura 2.8 – Valore Attuale Netto fuzzy dell’operazione di acquisizione.

Nel paragrafo precedente, in cui non venivano utilizzati i numeri fuzzy triangolari, il Valore Attuale Netto dell’operazione era pari a:

$$VAN = W_{acquisizione B} - P_0 = 26118 - 18000 = 8118 \text{ €.}$$

Questo valore altro non è che il valore che presenta il maggior livello di confidenza ($\alpha = 1$) che il numero fuzzy relativo al VAN può assumere, ovvero corrisponde al valore che l’acquirente si attende che l’operazione di acquisizione possa ragionevolmente creare, come è possibile vedere nella tabella 8.

Grazie all’applicazione dei numeri fuzzy, prende forma un Valore Attuale Netto più realistico in quanto riflette un certo grado di variabilità nelle stime. Esso consente di mettere in luce come il valore creato dall’acquisizione per la società acquirente possa variare sensibilmente in ragione di una sovrastima o di una sottostima delle potenziali sinergie ottenibili dall’integrazione, che inevitabilmente si riflettono sul VAN. Difatti, osservando la tabella 8, è possibile notare come il limite inferiore del numero fuzzy \widetilde{VAN}^α , ovvero il minor valore che l’acquirente si attende possa essere creato, è pari a 4941, mentre il limite superiore, quindi il maggior valore, è 11470. Questi due valori rappresentano gli estremi dell’intervallo designato dal numero fuzzy, poiché caratterizzati da un grado di appartenenza nullo (0), che quindi risulta essere molto ampio, indice di un elevato grado di incertezza.

I numeri fuzzy forniscono all'acquirente uno strumento più semplice rispetto agli approcci probabilistici per individuare un intervallo di possibili valori conseguibili dall'operazione in funzione del grado di appartenenza, permettendo inoltre di superare i limiti informativi intrinseci nelle stime puntuali adottate dai metodi tradizionali.

Capitolo 3

Campari e l'acquisizione di Fratelli Averna

3.1 Introduzione

Nel terzo e ultimo capitolo viene proposta un'applicazione di quanto sviluppato in linea teorica nei capitoli precedenti. Il modello della stratificazione del valore proposto da Massari sarà la nostra guida nella valutazione dell'acquisizione totalitaria di Fratelli Averna S.p.A. da parte del Gruppo Campari, di cui avremo modo di discutere nei successivi paragrafi. Come è stato evidenziato nel secondo capitolo, le operazioni di acquisizione sono caratterizzate da elementi di incertezza nella loro valutazione dovuti al fatto che la stima delle sinergie ottenibili è effettuata ex ante mentre gli effetti dell'integrazione si manifesteranno solamente ex post. Inoltre, come sarà possibile vedere nel prosieguo, molte delle stime necessarie per determinare le componenti del valore stand alone presentano delle difficoltà nella loro individuazione che rendono necessarie tutta una serie di assunzioni. Per questo motivo, dopo aver determinato il Valore Attuale Netto dell'operazione secondo il metodo tradizionale, questo valore verrà rideterminato in termini fuzzy che, come abbiamo visto, è uno strumento utile quando ci si trova a lavorare con quantità numeriche imprecise in quanto fornisce per queste ultime degli intervalli di possibili valori che le variabili possono assumere in funzione del grado di appartenenza.

Come precedentemente detto, i protagonisti di questo capitolo sono il Gruppo Campari e il Gruppo Averna di cui viene fornita una breve descrizione nei prossimi paragrafi, al fine di poter cogliere il background e le caratteristiche delle due realtà aziendali oggetto di valutazione.

3.2 Il Gruppo Campari

Campari S.p.A. è una società italiana che opera nel settore delle bevande alcoliche dal 1860, anno in cui è stata fondata dal liquorista Gaspare Campari a Milano. Dall'infusione in alcol e acqua di erbe aromatiche, frutta e piante ottiene un bitter alcolico, il *Campari*, caratterizzato da un distintivo gusto amaro, la cui ricetta è tuttora segreta e conosciuta solo da poche persone. Sarà il figlio Davide a dare la spinta decisiva all'azienda aprendo il primo stabilimento

a Sesto San Giovanni nel 1904 e iniziando a vendere il liquore anche al di fuori dei confini nazionali. Inoltre, nella sua storia Campari ha dato molta importanza alla propria politica di comunicazione modificando il marchio a seconda dei timbri stilistici dei vari momenti dell'arte, della moda e del gusto. Negli anni l'azienda è stata caratterizzata da una crescita sostenuta e dal 2001 la società è quotata nel Mercato Telematico Azionario (MTA) di Borsa Italiana.

A partire dalla seconda metà degli anni '90, l'azienda ha messo in atto una serie di acquisizioni e ha preso così forma il Gruppo Campari che ha ormai raggiunto dimensioni internazionali e un portafoglio di marchi sempre più articolato. La strategia di sviluppo di Campari consiste quindi non solo nella crescita organica indirizzata verso un solido brand building¹⁹, ma anche nella crescita per linee esterne. I distillati rappresentano il core business del Gruppo dove vengono focalizzate le operazioni di acquisizione di brand locali e specialty brand, consentendo di creare valore per gli azionisti e di aumentare la massa critica nei mercati geografici chiave. La prima acquisizione risale al 1995 e riguarda le Attività Italiane di BolsWessanen con i marchi Crodino, Cynar, Lemonsoda, Oransoda, Biancosarti e Crodo. Negli anni successivi il Gruppo Campari ha dato inizio ad un'importante politica di acquisizioni al fine di creare un portafoglio diversificato di brand:

- nel 2001 acquista una partecipazione di minoranza nella società americana Skyy Spirits LLC fino a portare la partecipazione al 100% nel 2006;
- l'acquisizione di Barbero1891 S.p.A., proprietaria di Aperol, AperolSoda aperitivi, Mondoro spumante ed Enrico Serafino vini, nel 2003;
- nel 2009 acquista Wild Turkey, premium brand americano di Kentucky bourbon e detentrica anche del liquore American Honey;
- nel 2012 acquista Lascelles de Mercado, azienda giamaicana produttrice di rum, tra cui il rinominato Appleton Estate;
- l'acquisizione di Fratelli Averna S.p.A. nel 2014 titolare dell'omonimo marchio e dei brand Braulio, Frattina e Limoncetta;

¹⁹ L'espressione *brand building* indica il processo con il quale un'azienda costruisce o migliora la conoscenza e la reputazione del proprio brand presso i clienti attuali e potenziali, mediante operazioni di costruzione del marchio, quali ad esempio la determinazione del nome e del logo dell'azienda o del prodotto oppure la formulazione di uno slogan, e di operazioni di diffusione e di rafforzamento del brand.

- nel 2016 raggiunge un accordo con la famiglia azionista di controllo della società francese Société des Produits Marnier Lapostolle S.A., titolare del liquore Grand Marnier.

Oggi, il Gruppo Campari è un'azienda leader nel settore dei liquori a livello mondiale, grazie al suo portafoglio di oltre 50 brand premium e super premium distribuiti in oltre 190 paesi, in particolare in Europa e nelle Americhe. I marchi riguardano diverse categorie di prodotto: aperitivi, liquori, distillati, vini frizzanti, ready to drink e soft drink.

3.3 Il Gruppo Averna

Fratelli Averna S.p.A. è stata una società per azioni italiana a conduzione familiare che operava nel settore delle bevande alcoliche. La storia di questa realtà imprenditoriale ha inizio nel 1854 quando Salvatore Averna, ricco commerciante di tessuti, ricevette in dono dall'amico Fra' Girolamo, frate cappuccino di Caltanissetta, la ricetta segreta di una bevanda a base di erbe siciliane, che era amara e dolce al tempo stesso e che possedeva proprietà terapeutiche. Salvatore cominciò così a produrlo per la sua famiglia e per i suoi ospiti nella residenza estiva di Caltanissetta nel 1868. Fu il figlio Francesco che decise di promuovere il liquore presso le fiere italiane permettendo così la sua diffusione all'interno del territorio nazionale. La fama del liquore arrivò addirittura fino alla corte di Re Umberto I e nel 1912 Vittorio Emanuele III concesse alla società di apporre lo stemma reale con la dicitura "Brevetto della Real Casa" sull'etichetta del liquore. Alla morte prematura di Francesco negli anni '20 subentrò la moglie Anna Maria, probabilmente uno dei primi esempi di imprenditorialità femminile in Sicilia, che insieme ai figli riuscì a espandere il marchio oltre oceano arrivando fino al mercato americano. Nel 1958 l'azienda Averna cambiò la propria ragione sociale in Fratelli Averna S.p.A., diventando una società per azioni. Negli anni '70, anche grazie alle prime campagne pubblicitarie in televisione, Amaro Averna diventa il leader del mercato italiano e negli anni '80 inizia una fase di espansione nei mercati internazionali, in particolare nel Nord America e nell'Europa centrale. Fratelli Averna S.p.A. iniziò a diversificare la propria produzione e continuò ad allargarsi: nel 1989 acquisì l'azienda vitivinicola friulana Villa Frattina, nel 1995 l'azienda dolciaria piemontese Pernigotti e nel 2005 iniziò una collaborazione con la Casoni Liquori, un'azienda emiliana produttrice di liquori e bevande alcoliche. La storia

imprenditoriale di successo del Gruppo Averna si conclude nell'aprile del 2014 quando viene acquistato dal Gruppo Campari per 103,75 milioni di euro.

3.4 Il valore creato dall'acquisizione di Fratelli Averna secondo l'approccio tradizionale

Come abbiamo visto precedentemente, il Gruppo Campari fa largo utilizzo delle operazioni di M&A nel perseguimento dei suoi obiettivi di crescita fin dal 1995 e ciò lo ha portato ad entrare nel novero dei cosiddetti "serial acquirer" italiani. La strategia del Gruppo consiste nel ricercare acquisizioni nelle quali può controllare la rete distributiva, nonché nell'acquistare brand locali e specialty brand con forte equity e pricing power²⁰ elevato, concentrando le acquisizioni sui distillati che rappresentano il suo core business. L'obiettivo di Campari è quello di incrementare il portafoglio di marchi al fine di consolidare la posizione di leadership e il potere contrattuale raggiunti. Fratelli Averna S.p.A. presentava un ottimo potenziale per il gruppo Campari, sia per la posizione di leader nel mercato degli alcolici italiani, sia per il portafoglio di marchi caratterizzati da un posizionamento premium, nonché per i margini elevati e la forte capacità di generazione di cassa. Inoltre, il Gruppo Averna risultava particolarmente interessante per la posizione dei suoi brand nel nord America e nell'Europa centrale, in particolare in Germania, dove Campari voleva aumentare la propria massa critica. L'acquisizione del Gruppo Averna offriva al Gruppo Campari un potenziale importante per conseguire una crescita internazionale, aumentare ulteriormente il proprio portafoglio e trarre vantaggio dal rilancio delle specialità italiane all'estero. Inoltre, i due gruppi condividevano valori e missione comuni, oltre che gli stessi desideri di espansione strategica. L'operazione di acquisizione totalitaria di Fratelli Averna da parte di Campari si è conclusa nel giugno 2014 per un controvalore totale pari a € 103,75 milioni, composto da un prezzo di € 98,00 milioni e da un debito finanziario netto pari a € 5,75 milioni al 31 dicembre 2013.

Nel seguito, utilizzando il modello della stratificazione del valore elaborato da Massari, verrà analizzata l'acquisizione del Gruppo Averna secondo l'approccio tradizionale, andando a stimare il valore stand alone e il valore delle potenziali sinergie al fine di cogliere la

²⁰ Con l'espressione *pricing power* si intende il potere di determinazione del prezzo in modo sostanzialmente indipendente dai concorrenti e dai clienti, cioè senza ripercussioni sulla quota di mercato.

convenienza economica dell'operazione.

Riproponiamo lo schema del modello nella seguente figura 3.1 al fine di rendere più agevole ripercorrere i passaggi che condurranno alla stima del valore di acquisizione.

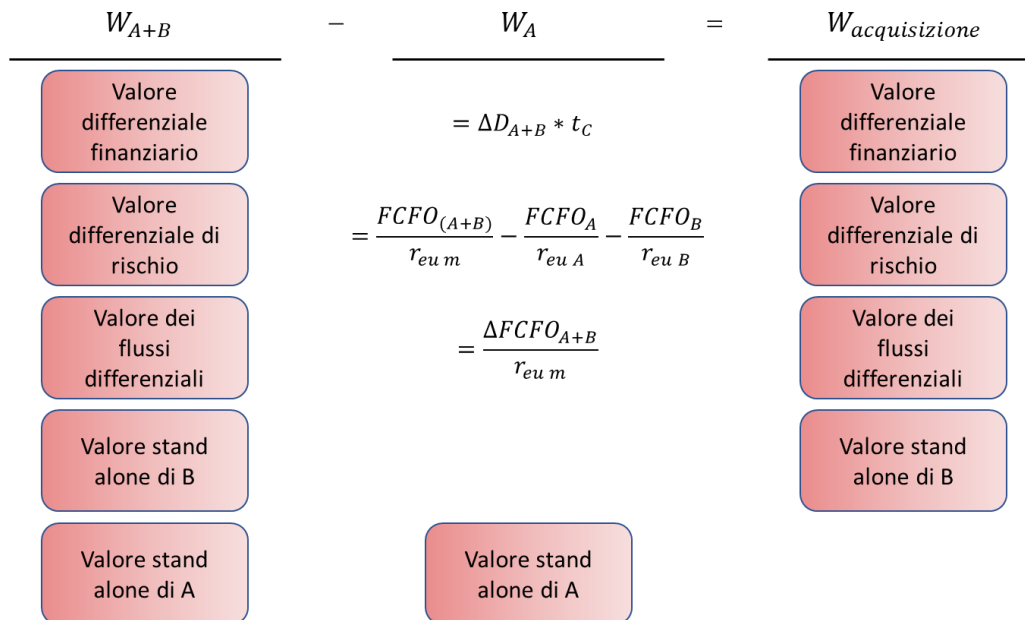


Figura 3.1 – Il modello della stratificazione del valore.

3.4.1. La stima del valore stand alone di Campari S.p.A.

Il punto di partenza per la stima del valore di acquisizione consiste nella determinazione del valore stand alone di Campari S.p.A., ottenuto attraverso la formula seguente:

$$W_{Campari} = \frac{FCFO_{Campari}}{r_{eu\ Campari}} + D_{Campari} * t_c - D_{Campari}$$

dove:

$FCFO_{Campari}$ = flusso di cassa generato dalla gestione operativa al netto delle imposte;

$r_{eu\ Campari}$ = tasso di attualizzazione unlevered;

$D_{Campari}$ = indebitamento finanziario netto;

t_c = aliquota dell'imposta societaria.

Innanzitutto, è necessario procedere con l'individuazione del flusso di cassa generato dalla gestione operativa *FCFO* del Gruppo Campari, ottenuto secondo il seguente schema:

+ Margine operativo lordo
± Variazione del capitale circolante netto operativo
= Flusso della gestione corrente
± Variazione del capitale immobilizzato
– Imposte sul risultato operativo
= FCFO (Flusso di cassa generato dalla gestione operativa)

Tabella 1. Prospetto del flusso di cassa della gestione operativa netto di imposte.

Il margine operativo lordo, noto anche come EBITDA (dall'inglese *Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization*), è un indicatore della redditività aziendale che esprime la capacità dell'azienda di generare reddito basandosi solamente sulla gestione operativa, ovvero al netto degli oneri finanziari, delle imposte, del deprezzamento di beni e degli ammortamenti. Aggiungendo a questa grandezza la variazione di *capitale circolante netto operativo* (CCNO), un margine di bilancio dato dalla differenza tra le attività correnti e le passività correnti di natura operativa, è così possibile ottenere il flusso monetario della gestione corrente. Sommando a quest'ultima grandezza la variazione di capitale immobilizzato intervenuta, data dalla variazione delle immobilizzazioni rettificata delle relative quote di ammortamento, e sottraendo le imposte sul risultato operativo (EBIT)²¹, si ottiene quindi il flusso di cassa generato dalla gestione operativa FCFO.

Per ottenere i dati necessari alla valutazione, nella prassi si ricorre alla riclassificazione degli schemi di bilancio seguendo la rappresentazione più funzionale all'analisi. A tal fine, si è scelto di prendere come anno di riferimento il 2013, in quanto l'accordo pattuito tra Campari e Fratelli Aversa venne raggiunto nell'aprile del 2014 ed è quindi possibile supporre che fosse

²¹ Il risultato operativo, noto anche come EBIT (dall'inglese *Earnings Before Interest and Taxes*) è espressione del risultato aziendale ottenuto dall'azienda prima di aver sostenuto gli oneri finanziari e le imposte.

stata effettuata una stima del valore di acquisizione sulla base dei dati di bilancio al 31/12/2013. La figura 3.2 espone lo stato patrimoniale del Gruppo Campari in una forma sintetica e riclassificata che evidenzia la struttura del capitale investito e delle fonti di finanziamento²².

Attivo immobilizzato	1.998,7
Altre attività e passività non correnti	(213,4)
Capitale circolante operativo	537,5
Altre attività e passività correnti	(73,9)
Totale capitale investito	2.248,9
Patrimonio netto	1.396,1
Posizione finanziaria netta	852,8
Totale fonti di finanziamento	2.248,9

Figura 3.2 – Stato patrimoniale consolidato riclassificato di Campari S.p.A. al 31/12/2013
(milioni di €).

Per quanto riguarda il Conto economico, che riportiamo nella seguente figura 3.3, non è stato necessario effettuare alcuna riclassificazione in quanto Campari fornisce tutte le informazioni necessarie all'individuazione dei flussi di cassa nella relazione finanziaria annuale pubblicata sul sito del Gruppo (vedi riferimento 22).

²² Il documento è scaricabile dal sito aziendale <https://www.camparigroup.com/it> recandosi nella sezione "Investitor", sotto la voce "Bilanci e relazioni".

Vendite nette	1.524,1
Costo del venduto	(713,7)
Margine lordo	810,5
Pubblicità e promozioni	(249,2)
Margine di contribuzione	561,2
Costi di struttura	(261,6)
Risultato della gestione ordinaria	299,6
Proventi (oneri) non ricorrenti	(10,3)
Risultato operativo (EBIT)	289,3
Proventi (oneri) finanziari netti	(58,9)
Proventi (oneri) finanziari non ricorrenti	(0,2)
Utile prima delle imposte e degli interessi di minoranza	230,2
Imposte	(79,8)
Utile netto	150,4
Interessi di minoranza	(0,6)
Utile netto del Gruppo	149,8
Totale ammortamenti	(39,5)
EBITDA	328,8

Figura 3.3 – Conto economico consolidato di Campari S.p.A. al 31/12/2013 (milioni di €).

Si dispone ora dei dati necessari per determinare il Free Cash Flow from Operations relativo al 2013. Ai fini del calcolo delle imposte sul risultato operativo viene applicata un'aliquota media pari al 34%, determinata analizzando i rapporti storici tra imposte di esercizio e risultato prima delle imposte.

I passaggi analitici vengono illustrati nella tabella 2.

+ Margine operativo lordo	+ 328.800.000,00 €
± Variazione del capitale circolante netto operativo	+ 2.400.000,00 €
= Flusso della gestione corrente	= 331.200.000,00 €
± Variazione del capitale immobilizzato	+ 34.700.000,00 €
– Imposte sul risultato operativo	– 98.362.000,00 €
= FCFO (Flusso di cassa della gestione operativa)	= 267.538.000,00 €

Tabella 2. Prospetto del flusso di cassa della gestione operativa netto di imposte di Campari S.p.A. al 31/12/2013.

Una volta individuato l'FCFO si procede con la determinazione del tasso di attualizzazione appropriato: il costo medio ponderato del capitale (WACC). Come abbiamo visto nel secondo capitolo, il WACC viene determinato mediante l'applicazione della seguente formula:

$$WACC = r_d(1 - t_c) \frac{D}{D + E} + r_e \frac{E}{D + E}$$

dove:

$r_d(1 - t_c)$ = tasso di rendimento del capitale di debito (o costo del capitale di debito) al netto dell'effetto fiscale;

r_e = tasso di rendimento del capitale proprio (o costo del capitale proprio);

D = indebitamento finanziario netto (o posizione finanziaria netta);

E = patrimonio netto.

Si procede ora con la quantificazione delle variabili che compongono il WACC.

- **Determinazione del valore del debito D e del valore dell'equity E**

Per quanto riguarda il valore del debito, si è ipotizzato che nel corso dell'esercizio sia stato negoziato a condizioni di mercato e, perciò, è stato fatto coincidere con la posizione finanziaria netta iscritta a bilancio pari a 852.800.000,00 €. Invece, il valore dell'equity è stato posto pari al valore della capitalizzazione di mercato, calcolata come prodotto tra il numero di azioni e il prezzo per azione. Al 31 dicembre 2013 il capitale sociale di Campari era suddiviso in 580.800.000 azioni ordinarie ed il prezzo delle azioni era pari a 3,04 €, per cui il valore

dell'equity ottenuto è di 1.765.632.000,00 €.

- **Determinazione del costo del capitale proprio r_e**

Il costo del capitale proprio r_e rappresenta il rendimento richiesto dagli azionisti della società a fronte delle risorse finanziarie conferite. Il metodo standard utilizzato per calcolare il costo del capitale proprio è il Capital Asset Pricing Model (CAPM), un modello che determina una relazione tra il rendimento di un titolo e la sua rischiosità, per cui:

$$r_e = r_f + \beta * (r_m - r_f),$$

dove:

r_f = tasso di rendimento dei titoli privi di rischio;

r_m = tasso di rendimento del portafoglio di mercato;

β = rischio sistematico dell'attività in oggetto, in questo caso di Campari.

Attraverso questa formula è possibile calcolare il costo del capitale proprio sommando al tasso privo di rischio r_f il premio per il rischio di mercato, dato dalla differenza tra r_m e r_f , moltiplicato per il rischio del titolo β . Si rende quindi necessaria la determinazione di tre parametri: r_f , premio per il rischio e β .

Per quanto riguarda il tasso privo di rischio r_f , esso viene solitamente fatto coincidere con il tasso di rendimento dei titoli di Stato. A tal fine, è stato utilizzato il BTP italiano decennale al 02/01/2014 pari al 3,97%.

Il premio per il rischio rappresenta la remunerazione aggiuntiva richiesta da un investitore che possiede l'intero portafoglio di mercato per il rischio sopportato rispetto al rendimento di un'attività priva di rischio. Il premio utilizzato dalla maggioranza degli analisti²³ è compreso tra il 4 e il 5 % e per questo motivo è stato assunto pari al 5%.

Infine, il beta è un coefficiente che esprime il rischio sistematico, o rischio di mercato o non diversificabile, dell'operatività dell'azienda e corrisponde alla porzione di rischio che non può essere eliminata, indipendentemente da quanto gli investitori diversifichino il loro portafoglio.

²³ Si veda M. Massari, L. Zanetti, Valutazione – Fondamenti teorici e best practice nel settore industriale e finanziario, McGraw-Hill, Milano, 2008, p. 134.

Tale coefficiente è stato calcolato utilizzando la banca dati Bloomberg, stimando il beta del titolo Campari S.p.A. sulla base di 60 osservazioni mensili, ovvero su un orizzonte temporale di 5 anni, da gennaio 2009 a dicembre 2013. Il valore del beta così individuato, pari a 0,47, è un beta levered e quindi è influenzato sia dal rischio operativo che dal rischio finanziario. È stato dunque necessario determinare il beta unlevered, in quanto espressione della sola rischiosità operativa, utilizzando la seguente formula:

$$\beta_{unlevered} = \frac{\beta_{levered}}{1 + (1 - t_c) * \frac{D}{E}} = \frac{0,47}{1 + (1 - 0,275) * \frac{852.800.000}{1.765.632.000}} = 0,3481 .$$

Si dispone ora di tutti i dati necessari per il calcolo del costo del capitale proprio r_e che risulta essere pari a:

$$r_e = r_f + \beta * (r_m - r_f) = 0,0397 + 0,3481 * 0,05 = 0,0571 .$$

- **Determinazione del costo del capitale di debito r_d**

Il costo del capitale di debito r_d misura il tasso di interesse che sostiene l'azienda per il ricorso a capitale di terzi, cioè per i finanziamenti ottenuti da istituti finanziari o da altre fonti. Esso viene calcolato sommando al tasso privo di rischio r_f lo spread di mercato. Quest'ultima variabile può essere ricavata dalla banca dati gratuita messa a disposizione da Damodaran, professore di finanza presso la Stern School of Business della New York University, il quale elabora annualmente delle tabelle suddivise in base alla dimensione aziendale nelle quali associa un valore percentuale di spread ad un determinato intervallo di valori assunto dall'indice di copertura degli interessi. Le tabelle vengono distinte sulla base del valore di capitalizzazione di mercato delle società: maggiore a 5 miliardi di dollari o minore di 5 miliardi di dollari (vedi tabella 3). Come abbiamo visto precedentemente, il Gruppo Campari presenta un valore di capitalizzazione di mercato pari a 1,76 miliardi di euro che corrispondevano a 2,43 miliardi di dollari al 31/12/2013. Per quanto riguarda l'indice di copertura degli interessi, esso esprime la capacità dell'azienda di produrre risorse adeguate a coprire gli oneri finanziari ed è dato dal rapporto tra il risultato operativo (EBIT) e gli oneri finanziari, per cui:

$$\text{Indice di copertura degli interessi} = \frac{EBIT}{\text{Oneri finanziari}} = \frac{289.300.000}{65.600.000} = 4,41 .$$

Capitalizzazione di mercato < 5 miliardi \$		
Indice di copertura degli interessi	Rating	Spread
> 12,5	Aaa/AAA	0,40%
9,5 – 12,5	Aa2/AA	0,70%
7,5 – 9,5	A1/A+	0,85%
6 – 7,5	A2/A	1,00%
4,5 – 6	A3/A-	1,30%
4 – 4,5	Baa2/BBB	2,00%
3,5 – 4	Ba1/BB+	3,00%
3 – 3,5	Ba2/BB	4,00%
2,5 – 3	B1/B+	5,50%
2 – 2,5	B2/B	6,50%
1,5 – 2	B3/B-	7,25%
1,25 – 1,5	Caa/CCC	8,75%
0,8 – 1,25	Ca2/CC	9,50%
0,5 – 0,8	C2/C	10,50%
< 0,5	D2/D	12,00%

Tabella 3. Determinazione dello spread di mercato sulla base delle elaborazioni fornite dalla banca dati di Damodaran.

Possiamo così ricavare lo spread che risulta essere pari al 2,00% ed è quindi possibile calcolare il costo del capitale di debito r_d :

$$r_d = r_f + spread = 0,0397 + 0,02 = 0,0597.$$

Infine, l'aliquota dell'imposta societaria t_c , che verrà utilizzata nel prosieguo della valutazione, corrisponde all'Imposta sul reddito delle società (IRES) in vigore nel 2013 pari al 27,5%.

Disponiamo ora di tutte le variabili necessarie per calcolo del costo medio ponderato del capitale (WACC):

$$\begin{aligned}
 WACC &= r_d(1 - t_c) \frac{D}{D + E} + r_e \frac{E}{D + E} \\
 &= 0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + 0,0571 \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000} = 0,0526.
 \end{aligned}$$

Il valore stand alone del Gruppo Campari è dunque pari a:

$$\begin{aligned}
 W_{Campari} &= \frac{FCFO_{Campari}}{r_{eu\ Campari}} + D_{Campari} * t_c - D_{Campari} \\
 &= \frac{267.538.000}{0,0526} + 852.800.000 * 0,275 - 852.800.000 \\
 &= 4.467.993.764,00 \text{ €}.
 \end{aligned}$$

3.4.2. La stima del valore stand alone di Fratelli Averna S.p.A.

Lo stesso procedimento descritto per il Gruppo Campari verrà applicato per la determinazione del valore stand alone del Gruppo Averna. Procedendo con ordine, occorre innanzitutto individuare il flusso di cassa generato dalla gestione operativa. Per quanto riguarda la riclassificazione dello Stato patrimoniale, l'iter procedurale prevede che venga riclassificato secondo il criterio funzionale, ovvero sulla base dell'appartenenza dei valori alle diverse aree gestionali: caratteristica o extra-caratteristica²⁴. Purtroppo però in merito alla natura operativa o finanziaria di alcune poste di bilancio si rendono necessarie alcune indicazioni che, non essendo obbligatorie, Fratelli Averna non fornisce nella nota integrativa e, in conseguenza a ciò, non è stato possibile elaborare lo Stato patrimoniale funzionale. Alla luce di queste considerazioni si è deciso di proseguire utilizzando, per quanto possibile, lo Stato patrimoniale consolidato, riportato nella figura 3.4, senza attuare alcuna riclassificazione.

²⁴ La gestione caratteristica, detta anche gestione tipica, si riferisce alle operazioni aziendali volte a realizzare l'oggetto dell'impresa, ovvero il core business. La gestione extra-caratteristica, invece, si riferisce a tutte le altre aree di gestione ausiliarie a quella caratteristica: patrimoniale, finanziaria, fiscale.

ATTIVITÀ		PASSIVITÀ	
Attività non correnti		Patrimonio netto	
Immobilizzazioni materiali	23.870	Patrimonio netto del gruppo	56.890
Immobilizzazioni immateriali	21.361	Capitale emesso	3.900
Partecipazioni	4	Riserve e utili portati a nuovo	28.357
Altre attività finanziarie	15.854	Utile (perdita) dell'esercizio	24.633
Attività per imposte differite	742	Patrimonio netto di terzi	449
Altre attività	1.643	Totale patrimonio netto	57.339
Totale attività non correnti	63.474	Passività non correnti	
Attività correnti		Passività finanziarie	22.646
Rimanenze	13.219	Benefici ai dipendenti	2.556
Crediti commerciali e altri crediti	22.208	Fondi per accantonamenti	1.240
Disponibilità liquide e mezzi equivalenti	39.020	Passività per imposte anche differite	1.746
Altre attività finanziarie	1.782	Altre passività	550
Attività per imposte correnti	1.380	Totale passività non correnti	28.738
Altre attività	285	Passività correnti	
Totale attività correnti	77.894	Passività finanziarie	25.879
Totale attività	141.368	Debiti commerciali e altri debiti	20.236
		Benefici ai dipendenti	1.817
		Passività per imposte correnti	866
		Altre passività	6.493
		Totale passività correnti	55.291
		Totale patrimonio netto e passività	141.368

Figura 3.4 – Stato patrimoniale consolidato Fratelli Averna S.p.A. al 31/12/2013 (migliaia di €).

Il Conto economico è stato riclassificato secondo lo schema a “Valore della produzione e Valore Aggiunto”, poiché tale rappresentazione consente di evidenziare il Margine operativo

lordo (EBITDA), quantità indispensabile al fine dell'individuazione dei flussi di cassa operativi.

Ricavi delle vendite e delle prestazioni	98.345
Variazioni rimanenze prodotti in corso di lavorazione, semilavorati e finiti	(439)
Altri ricavi e operativi	1.816
Valore della produzione	99.722
Costi per materie prime, sussidiarie, di consumo e di merci	53.073
Costi per servizi	25.858
Costi per godimento di beni di terzi	597
Variazioni rimanenze materie prime, sussidiarie, di consumo e merci	(555)
Oneri diversi di gestione	1.144
Costi della produzione "esterni"	80.117
Valore aggiunto	19.605
Costi per il personale	10.165
Margine operativo lordo	9.440
Ammortamenti e accantonamenti	2.890
Risultato operativo (EBIT) caratteristico	6.550
Proventi da partecipazioni	1.008
Proventi accessori-patrimoniali netti	1.008
Altri proventi finanziari	557
Interessi e altri oneri finanziari	(2.251)
Utili e perdite su cambi	8
Proventi finanziari netti	(1.686)
Risultato operativo (ebit) aziendale	5.872
Risultato prima delle imposte	5.872
Imposte sul reddito dell'esercizio	2.086
Utile (perdita) al netto delle imposte	3.786
Proventi (oneri) straordinari	20.889
Utile (perdita) di esercizio	24.675

Figura 3.5 - Conto economico riclassificato a "Valore della produzione e Valore aggiunto" di Fratelli Averna S.p.A. al 31/12/2013 (migliaia di €).

Si procede quindi con la determinazione del Free Cash Flow from Operations del Gruppo

Averna relativo al 2013. A tale riguardo appaiono opportune alcune precisazioni. Innanzitutto, come precedentemente detto, non conosciamo la natura operativa o finanziaria di alcuni crediti e debiti iscritti nello Stato patrimoniale e, per questo motivo, si è ragionevolmente pensato di non includere nella determinazione del flusso di cassa operativo la variazione del capitale circolante netto operativo poiché, non sussistendo le condizioni per poter determinare correttamente tale quantità, si rischierebbe così di inficiare la corretta rappresentazione dell'FCFO. In secondo luogo, per calcolare le imposte sul reddito operativo è stata calcolata un'aliquota media pari al 52%, ottenuta sempre rapportando le imposte di esercizio al risultato prima delle imposte degli anni precedenti.

Nella tabella 4 vengono illustrati i passaggi analitici che hanno portato all'individuazione dell'FCFO.

+ Margine operativo lordo	+ 9.440.000,00 €
± Variazione del capitale circolante netto operativo	–
= Flusso della gestione corrente	= 9.440.000,00 €
± Variazione del capitale immobilizzato	+ 16.081.000,00 €
– Imposte sul risultato operativo	– 3.406.000,00 €
= FCFO (Flusso di cassa della gestione operativa)	= 22.115.000,00 €

Tabella 4. Prospetto del flusso di cassa della gestione operativa netto di imposte di Fratelli Averna S.p.A. al 31/12/2013.

Ricostruito il flusso di cassa operativo, si procede ora con la quantificazione delle variabili che compongono il costo medio ponderato del capitale.

- **Determinazione del valore del debito *D* e del valore dell'equity *E***

In merito al calcolo del valore del debito, anche per Fratelli Averna è stato ipotizzato che la quantità di debito sia stata negoziata a condizioni di mercato ed è stata fatta coincidere con la posizione finanziaria netta, calcolata come nella tabella 5.

+ Banche entro l'esercizio	+ 19.866.000,00 €
+ Banche oltre l'esercizio	+ 22.196.000,00 €
+ Altri finanziatori entro	+ 4.848.000,00 €
+ Altri finanziatori oltre	+ 450.000,00 €
– Disponibilità liquide e mezzi equivalenti	– 39.020.000,00 €
= Posizione finanziaria netta	= 8.340.000,00 €

Tabella 5. Determinazione della posizione finanziaria netta.

Per quanto riguarda il valore dell'equity, nella prassi abbiamo visto che viene calcolato come prodotto tra il numero di azioni in circolazione e il prezzo per azione, ovvero il valore di mercato delle azioni della società, ma tali informazioni non sono disponibili poiché il Gruppo Averna non è stata quotata in borsa. Di conseguenza, si è deciso di utilizzare il Patrimonio netto del gruppo iscritto a bilancio alla voce "totale patrimonio netto" (vedi figura 3.4) pari a 57.339.000,00 €, in quanto esprime la consistenza del patrimonio di proprietà dell'impresa e quindi fornisce la migliore approssimazione del valore della società.

- **Determinazione del costo del capitale proprio r_e**

Per determinare il costo del capitale proprio r_e , è necessario procedere con la determinazione dei tre parametri visti precedentemente: il tasso privo di rischio, il premio per il rischio e il coefficiente beta. Per quanto riguarda il tasso privo di rischio e il premio per il rischio valgono le stesse considerazioni assunte per il Gruppo Campari, per cui r_f è pari al 3,97% e il premio per il rischio al 5%. Per Fratelli Averna S.p.A. non è stato possibile utilizzare Bloomberg per il calcolo del coefficiente beta poiché il titolo non è disponibile. In conseguenza a ciò, è stata utilizzata la banca dati di Damodaran che, nella sezione "Archived Data", rende reperibili i beta levered e unlevered per settore (industry beta) relativi al 2013. Per il settore delle bevande alcoliche, il beta levered risulta essere pari a 0,69 ed è quindi possibile risalire al beta unlevered:

$$\beta_{unlevered} = \frac{\beta_{levered}}{1 + (1 - t_c) * \frac{D}{E}} = \frac{0,69}{1 + (1 - 0,275) * \frac{8.340.000}{57.339.000}} = 0,6242 .$$

Per mezzo dei dati raccolti, siamo ora in grado di calcolare il costo del capitale proprio r_e che risulta essere pari a:

$$r_e = r_f + \beta * (r_m - r_f) = 0,0397 + 0,6242 * 0,05 = 0,0709 .$$

- **Determinazione del costo del capitale di debito r_d**

Come abbiamo visto per Campari, il costo del capitale di debito è dato dalla somma del tasso privo di rischio r_f (3,97%) e dello spread di mercato, che può essere ricavato utilizzando le tabelle elaborate da Damodaran suddivise in base al valore di capitalizzazione di mercato. Poiché Fratelli Averna non è quotata, secondo la stessa logica vista precedentemente per determinare il valore dell'equity, si è pensato di prendere come riferimento il valore del patrimonio netto pari a 57,33 milioni di euro che corrispondono a 79,07 milioni di dollari. Dal rapporto tra il risultato operativo (EBIT) e gli oneri finanziari, otteniamo un indice di copertura degli interessi pari a:

$$\text{Indice di copertura degli interessi} = \frac{EBIT}{\text{Oneri finanziari}} = \frac{6.550.000}{2.243.000} = 2,92 ,$$

che ci consente di individuare lo spread di mercato associato.

Capitalizzazione di mercato < 5 miliardi \$		
Indice di copertura degli interessi	Rating	Spread
> 12,5	Aaa/AAA	0,40%
9,5 – 12,5	Aa2/AA	0,70%
7,5 – 9,5	A1/A+	0,85%
6 – 7,5	A2/A	1,00%
4,5 – 6	A3/A-	1,30%
4 – 4,5	Baa2/BBB	2,00%
3,5 – 4	Ba1/BB+	3,00%
3 – 3,5	Ba2/BB	4,00%
2,5 – 3	B1/B+	5,50%
2 – 2,5	B2/B	6,50%
1,5 – 2	B3/B-	7,25%
1,25 – 1,5	Caa/CCC	8,75%
0,8 – 1,25	Ca2/CC	9,50%
0,5 – 0,8	C2/C	10,50%
< 0,5	D2/D	12,00%

Tabella 6. Determinazione dello spread di mercato sulla base delle elaborazioni fornite dalla banca dati di Damodaran.

Dopo aver individuato lo spread (5,50%), siamo in possesso di tutti i dati necessari per calcolare il costo del capitale di debito r_d :

$$r_d = r_f + spread = 0,0397 + 0,055 = 0,0947.$$

Avendo determinato tutte le variabili che compongono il costo medio del capitale, possiamo quindi procedere con la loro aggregazione ottenendo un WACC pari a:

$$\begin{aligned}
 WACC &= r_d(1 - t_c) \frac{D}{D + E} + r_e \frac{E}{D + E} \\
 &= 0,0947(1 - 0,275) \frac{8.340.000}{65.679.000} + 0,0709 \frac{57.339.000}{65.679.000} = 0,0706.
 \end{aligned}$$

Il valore stand alone di Fratelli Averna ottenuto è il seguente:

$$\begin{aligned} W_{Fratelli\ Averna} &= \frac{FCFO_{Fratelli\ Averna}}{r_{eu\ Fratelli\ Averna}} + D_{Fratelli\ Averna} * t_C - D_{Fratelli\ Averna} \\ &= \frac{22.115.000}{0,0706} + 8.340.000 * 0,275 - 8.340.000 = 307.197.126,00 \text{ €} . \end{aligned}$$

Avendo il Gruppo Campari sostenuto un costo complessivo pari a 103,75 milioni di euro per l'acquisizione del Gruppo Averna, il valore stand alone risultante appare piuttosto anomalo. Difatti, ciò implicherebbe che Fratelli Averna fosse stata in una situazione di criticità tale da accettare un prezzo pari a circa 1/3 del suo valore. Appare più probabile che in vista dell'acquisizione, nei limiti di quello che permette la normativa, l'azienda abbia cercato di far crescere il più possibile i flussi di cassa in modo tale da incrementare il proprio valore stand alone e di conseguenza il prezzo, e di ciò se ne ha prova guardando agli importanti disinvestimenti che sono stati effettuati nel corso del 2013 pari a 16,08 milioni di euro. Alla luce di queste considerazioni, si è pensato di utilizzare i flussi di cassa della gestione operativa relativi al 2012, in quanto saranno meno contaminati dagli eventuali aggiustamenti effettuati dalla proprietà. Nelle figure 3.6 e 3.7 vengono rappresentate rispettivamente la situazione patrimoniale e il conto economico riclassificato al 31/12/2012.

ATTIVITÀ		PASSIVITÀ	
Attività non correnti		Patrimonio netto	
Immobilizzazioni materiali	40.590	Patrimonio netto del gruppo	33.321
Immobilizzazioni immateriali	22.482	Capitale emesso	3.900
Partecipazioni	4	Riserve e utili portati a nuovo	26.011
Altre attività finanziarie	8.358	Utile (perdita) dell'esercizio	3.410
Attività per imposte differite	855	Patrimonio netto di terzi	515
Altre attività	1.249	Totale patrimonio netto	33.8369
Totale attività non correnti	73.538	Passività non correnti	
Attività correnti		Passività finanziarie	46211
Rimanenze	28.673	Benefici ai dipendenti	4.822
Crediti commerciali e altri crediti	47.998	Fondi per accantonamenti	2.642
Disponibilità liquide e mezzi equivalenti	16.009	Passività per imposte anche differite	1.797
Altre attività finanziarie	1.954	Altre passività	201
Attività per imposte correnti	2.350	Totale passività non correnti	55.673
Altre attività	580	Passività correnti	
Totale attività correnti	97.564	Passività finanziarie	22.957
Totale attività	171.102	Debiti commerciali e altri debiti	47.622
		Benefici ai dipendenti	3.899
		Passività per imposte correnti	1.087
		Altre passività	6.018
		Totale passività correnti	81.593
		Totale patrimonio netto e passività	171.102

Figura 3.6 – Stato patrimoniale consolidato Fratelli Averna S.p.A. al 31/12/2012 (migliaia di €).

Ricavi delle vendite e delle prestazioni	161.716
Variazioni rimanenze prodotti in corso di lavorazione, semilavorati e finiti	-
Altri ricavi e operativi	6.337
Valore della produzione	168.903
Costi per materie prime, sussidiarie, di consumo e di merci	80.221
Costi per servizi	48.489
Costi per godimento di beni di terzi	965
Variazioni rimanenze materie prime, sussidiarie, di consumo e merci	-
Oneri diversi di gestione	2.204
Costi della produzione "esterni"	131.879
Valore aggiunto	36.214
Costi per il personale	19.474
Margine operativo lordo	16.740
Ammortamenti e accantonamenti	6.421
Risultato operativo (EBIT) caratteristico	10.319
Proventi da partecipazioni	-
Proventi accessori-patrimoniali netti	-
Altri proventi finanziari	368
Interessi e altri oneri finanziari	(3723)
Utili e perdite su cambi	(8)
Proventi finanziari netti	(3363)
Risultato operativo (ebit) aziendale	6.956
Risultato prima delle imposte	6.956
Imposte sul reddito dell'esercizio	3.075
Utile (perdita) al netto delle imposte	3.899
Proventi (oneri) straordinari	(408)
Utile (perdita) di esercizio	3.491

Figura 3.7 – Conto economico riclassificato a “Valore della produzione e Valore aggiunto” di Fratelli Averna S.p.A. al 31/12/2012 (migliaia di €).

A questo punto, è possibile determinare il flusso di cassa della gestione operativa del 2012 secondo la stessa logica utilizzata per il 2013. Nella tabella 7 vengono mostrati i passaggi

analitici che hanno portata alla sua determinazione.

+ Margine operativo lordo	+ 16.740.000,00 €
± Variazione del capitale circolante netto operativo	–
= Flusso della gestione corrente	= 16.740.000,00 €
± Variazione del capitale immobilizzato	– 4.105.000,00 €
– Imposte sul risultato operativo	– 5.365.880,00 €
= FCFO (Flusso di cassa della gestione operativa)	= 7.269.120,00 €

Tabella 7. Prospetto del flusso di cassa della gestione operativa netto di imposte di Fratelli Averna S.p.A. al 31/12/2012.

Dopo aver individuato l'FCFO del 2012, si rende necessario rivedere alcune delle variabili che compongono il tasso di attualizzazione. Innanzitutto, il patrimonio netto e la posizione finanziaria netta da utilizzare per il calcolo del WACC sono quelli riferiti al 2012. Coerentemente con la logica utilizzata per il 2013, il valore dell'equity (E) corrisponde al patrimonio netto risultante da bilancio pari a 33.836.000,00 €, mentre il valore del debito (D) corrisponde alla posizione finanziaria netta che è stata calcolata come nella tabella 8:

+ Banche entro l'esercizio	+ 22.906.000,00 €
+ Banche oltre l'esercizio	+ 33.666.000,00 €
+ Altri finanziatori entro	+ 3.259.000,00 €
+ Altri finanziatori oltre	+ 2.405.000,00 €
– Disponibilità liquide e mezzi equivalenti	– 16.009.000,00 €
= Posizione finanziaria netta	= 46.227.000,00 €

Tabella 8. Determinazione della posizione finanziaria netta.

Poiché il valore dell'equity e il valore del debito sono stati corretti per il 2012, il beta unlevered dev'essere rivisto con i nuovi valori, per cui:

$$\beta_{unlevered} = \frac{\beta_{levered}}{1 + (1 - t_c) * \frac{D}{E}} = \frac{0,69}{1 + (1 - 0,275) * \frac{46.227.000}{33.836.000}} = 0,3466 .$$

Dunque, il costo del capitale proprio r_e risulta essere pari a:

$$r_e = r_f + \beta * (r_m - r_f) = 0,0397 + 0,3466 * 0,05 = 0,057 .$$

Per quanto riguarda il costo del capitale di debito r_d , è necessario calcolare il nuovo indice di copertura degli interessi:

$$\text{Indice di copertura degli interessi} = \frac{EBIT}{\text{Oneri finanziari}} = \frac{10.319.000}{3.731.000} = 2,76 ,$$

per cui lo spread di mercato rimane pari a 5,50% e perciò r_d resta invariato (0,0947).

Il nuovo costo medio del capitale (WACC) da utilizzare per scontare il flusso di cassa operativo è quindi pari a:

$$\begin{aligned} WACC &= r_d(1 - t_c) \frac{D}{D + E} + r_e \frac{E}{D + E} \\ &= 0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} + 0,057 \frac{33.836.000}{80.063.000} = 0,0637 . \end{aligned}$$

Alla luce dei nuovi valori ottenuti, Fratelli Averna presenta il seguente valore stand alone:

$$\begin{aligned} W_{Fratelli Averna} &= \frac{FCFO_{Fratelli Averna}}{r_{eu Fratelli Averna}} + D_{Fratelli Averna} * t_c - D_{Fratelli Averna} \\ &= \frac{7.269.120}{0,0637} + 46.227.000 * 0,275 - 46.227.000 = 80.600.338,00 \text{ €} . \end{aligned}$$

Appare evidente come il valore stand alone stimato sulla base degli schemi di bilancio del 2012 sia più in linea con il corrispettivo pagato, ciò a prova del fatto che l'FCFO del 2013 risulta alterato dagli aggiustamenti apportati al fine di incrementare il prezzo negoziabile.

3.4.3. La stima delle potenziali sinergie

Una volta definito il valore stand alone delle due realtà imprenditoriali, si può procedere con la successiva fase di stima delle sinergie conseguibili dall'operazione. A tale riguardo, si rende doveroso precisare che l'attività di individuazione e quantificazione degli effetti sinergici derivanti dall'integrazione di Fratelli Averna nel complesso Campari è stata svolta in completa autonomia.

Il primo strato da valorizzare è rappresentato dal valore del differenziale di rischio $W_{\Delta R}$. Come abbiamo visto nel secondo capitolo, le operazioni di acquisizione possono modificare il profilo di rischio dell'acquirente in ragione del rafforzamento del potere di mercato, della crescita dimensionale, della maggiore efficienza, e così via. Per calcolare l'effetto qualità dell'operazione, è necessario stimare il tasso di attualizzazione $r_{eu m}$, ossia il nuovo tasso della realtà aziendale risultante dall'integrazione. Esso può essere stimato calcolando la media, ponderata per i valori attuali dei flussi generati dalle due società, ovvero per i rispettivi valori unlevered ($W_U = \frac{FCFO}{r_{eu}}$), di $r_{eu Campari}$ e $r_{eu Fratelli Averna}$, andando poi ad aggiustare il tasso medio così trovato sulla base dell'attenuazione o meno di specifici elementi di rischio. Nel nostro caso, non essendo in possesso delle informazioni necessarie per poter effettuare delle valutazioni fondate sull'attenuazione o meno del profilo di rischio, ci si limiterà a calcolare il tasso di attualizzazione della nuova realtà aziendale, ponderando $r_{eu Campari}$ e $r_{eu Fratelli Averna}$ per il valore unlevered di Campari e Fratelli Averna come segue:

$$\begin{aligned} r_{eu m} &= \frac{(r_{eu Campari} * W_{U Campari}) + (r_{eu Fratelli Averna} * W_{U Fratelli Averna})}{W_{U Campari} + W_{U Fratelli Averna}} \\ &= \frac{(0,0526 * 5.086.273.764) + (0,0637 * 114.114.914)}{(5.086.273.764 + 114.114.914)} = 0,0528. \end{aligned}$$

Per cui, il valore del differenziale di rischio è pari a:

$$\begin{aligned} W_{\Delta R} &= \frac{FCFO_{(Campari+Fratelli Averna)}}{r_{eu m}} - \frac{FCFO_{Campari}}{r_{eu Campari}} - \frac{FCFO_{Fratelli Averna}}{r_{eu Fratelli Averna}} \\ &= \frac{267.538.000 + 7.269.120}{0,0528} - \frac{267.538.000}{0,0526} - \frac{7.269.120}{0,0637} = 4.291.625,00 \text{ €}. \end{aligned}$$

È interessante notare come il tasso di attualizzazione risultante dall'integrazione delle due società sia maggiore, anche se di poco, rispetto al tasso di attualizzazione della società

acquirente precedente all'operazione. Ciò indica un leggero deterioramento del profilo di rischio di Campari in seguito all'acquisizione (5,26% contro 5,28%), dovuto al fatto che il Gruppo Averna presenta un profilo di rischio più elevato (6,37%). Tale conseguenza ha avuto però un lieve impatto poiché il profilo di rischio di Campari ha compensato, o meglio ha quasi annullato, quello di Fratelli Averna consentendo di ottenere comunque un effetto sinergico positivo.

Per quanto riguarda il valore relativo al differenziale di struttura finanziaria $W_{\Delta D}$, nel secondo capitolo abbiamo visto essere strettamente collegato con l'effetto qualità poiché, teoricamente, dal miglioramento del profilo di rischio scaturisce una maggiore possibilità di utilizzare la leva finanziaria. Nel nostro caso, però, si è verificato un leggero deterioramento del profilo di rischio di Campari in seguito all'acquisizione Fratelli Averna (da 5,26% a 5,28%) e dunque non ci si attende un incremento della capacità di indebitamento. In conseguenza a ciò, si è ritenuto che dall'operazione non sia scaturito alcun beneficio derivante dal differenziale di struttura finanziaria, per cui $W_{\Delta D}$ viene considerato nullo.

Infine, l'ultimo strato da determinare è rappresentato dal valore dei flussi differenziali $W_{\Delta F}$, il cosiddetto effetto quantità, che normalmente costituisce la fonte di valore più rilevante. Tale effetto concerne i potenziali maggiori flussi di risultato derivanti dall'integrazione delle due realtà aziendali in ragione di incrementi di ricavi, risparmi operativi, minori oneri, maggiore efficienza e altre sinergie operative. Come abbiamo detto all'inizio del paragrafo, Fratelli Averna possedeva un ottimo potenziale per Campari che aveva come obiettivi principali quelli di ampliare il proprio portafoglio e incrementare le vendite nei mercati internazionali, in particolare in Europa e nel Nord America. Di seguito vengono illustrate le principali fonti di sinergie operative dell'operazione stimate e, a tal fine è opportuno precisare che, non essendo in possesso delle informazioni e dei documenti necessari, si tratta di valutazioni dettate da una logica personale o intuibile, per quanto possibile, dalle relazioni finanziarie annuali redatte dal Gruppo Campari negli anni successivi all'acquisizione.

- **Sinergie di ricavo**

Le sinergie di ricavo fanno riferimento a tutti quei benefici apportati dall'operazione di acquisizione che consentono di ottenere un incremento dei ricavi derivanti dalle vendite.

L'intenzione di Campari è quella di aumentare la propria presenza e la propria crescita nei mercati esteri, soprattutto in Germania e in USA, e per questo motivo è possibile presupporre un aumento dei volumi di vendita in queste aree geografiche, oltre che nel mercato internazionale grazie ad un maggior giro d'affari, un aumento della clientela e dei prodotti offerti, nonché la possibilità di sfruttare il cosiddetto cross-selling, ossia una strategia di vendita che consiste nel proporre alla clientela un prodotto o un servizio complementare a quello richiesto. Nelle relazioni redatte dal Gruppo Campari negli anni successivi all'acquisizione risulta un incremento dei volumi di vendita che si aggira attorno all'1,5%. Per questo motivo, tale percentuale è stata applicata alla sommatoria delle voci relative ai ricavi di vendita di Fratelli Averna e di Campari risultanti dai rispettivi conti economici, individuando così una sinergie pari a 25.135.740,00 €. Inoltre, dall'integrazione del Gruppo Averna, il Gruppo Campari può incrementare il proprio potere di mercato, grazie al consolidamento della quota di mercato dovuta all'acquisizione di un'impresa che opera nello stesso settore, e quindi può applicare maggiori prezzi di vendita sui prodotti rispetto ai concorrenti. Difatti, dalle relazioni finanziarie annuali successive al 2013, risulta un aumento dei prezzi di vendita che si attesta intorno allo 0,5%. Tale sinergia è stata calcolata sempre sulle voci del conto economico riferite ai ricavi delle vendite, ottenendo così un ulteriore aumento dei ricavi pari a 8.378.580,00 €.

- **Sinergie di costo**

Le sinergie di costo si riferiscono invece a tutti quei benefici relativi a risparmi su costi di diversa natura. Rientrano in questa categoria le note economie di scala e di scopo, ottenute grazie al raggiungimento di dimensioni maggiori, che consentono una riduzione dei costi complessivi sostenuti dall'acquirente in virtù di un utilizzo più efficiente delle risorse. Nel prosieguo, le sinergie di costo ipotizzate sono state individuate sulla base delle riduzioni di costi risultanti nelle relazioni finanziarie annuali del Gruppo Campari relative agli anni successivi al 2013. In seguito all'acquisizione di Fratelli Averna, si presume che Campari possa ottenere una riduzione dei costi di acquisto delle materie prime grazie ad un maggior potere contrattuale, tale sinergia è stata stimata pari allo 0,5% della voce relativa ai costi per materie prime e prodotti finiti ed è risultata di 2.846.605,00 €. Analogamente, si possono prevedere dei minori costi energetici in quanto, avendo bisogno di maggiori servizi, il Gruppo Campari potrà beneficiare di maggiori sconti. Tale sinergia è stata ricavata dalla voce relativa ai costi

per servizi quantificata pari allo 0,5% per un importo di 292.945,00 €. Inoltre, possiamo presumere che successivamente all'acquisizione si manifesterà una riduzione generale di altre spese, come ad esempio le spese di consulenza, le spese di manutenzione, gli oneri diversi di gestione, e così via, per cui con lo stesso procedimento tale effetto sinergico è stato posto pari allo 0,4% sulla sommatoria delle voci relative ai costi per servizi e agli oneri diversi di gestione, ottenendo così una riduzione dei costi di 261.620,00 €. Per di più, in virtù della condivisione del canale distributivo, si prevede un'ottimizzazione dei costi di distribuzione e delle spese logistiche per un importo di 873.770,00 €, ottenuto applicando la sinergia prevista dell'1% alle voci relative ai costi di distribuzione e alle spese di trasporto dei rispettivi conti economici. Infine, è possibile supporre l'attuazione di un processo di ristrutturazione del personale con conseguenti licenziamenti. Per la quantificazione di questa sinergia, è stato ipotizzato che l'esubero di personale fosse di 40 dipendenti e che il costo medio dello stipendio mensile lordo fosse di circa 2.500,00 €, per cui moltiplicando il numero dei dipendenti per la retribuzione annua ipotizzata, è stata stimata una sinergia pari a 1.200.000,00 €.

Infine, è necessario considerare tutti quei costi da sostenere in seguito all'integrazione tra la società acquirente e la società acquisita, tra cui gli oneri di ristrutturazione del personale, gli oneri relativi alle consulenze e alla due diligence, i costi di riorganizzazione interna, i costi tecnici relativi all'acquisizione, la sostituzione di cespiti obsoleti, le eventuali sinergie negative che potrebbero verificarsi, e così via. L'ammontare complessivo di questi oneri è stato stimato pari a 30.000.000,00 €, sulla base dei costi sostenuti risultanti dalle relazioni finanziarie annuali del Gruppo Campari relative agli anni successivi all'acquisizione.

Alla luce di queste considerazioni, è ora possibile costruire il flusso incrementale lordo atteso dall'operazione, ottenuto come illustrato nella tabella 9:

Maggiori ricavi	+ 33.514.320,00 €
Risparmi di costo	+ 5.474.940,00 €
Costi dell'integrazione	- 30.000.000,00 €
Flusso incrementale lordo	= 8.989.260,00 €

Tabella 9. Determinazione del flusso incrementale lordo.

Una volta determinato il flusso lordo, si procede con la stima del flusso di cassa della gestione operativa che incorpora il valore degli incrementi derivanti dalle sinergie dell'acquisizione, determinato come nella seguente tabella 10.

EBITDA + Flusso incrementale lordo	+ 25.729.260,00 €
± Variazione del capitale circolante netto operativo	–
= Flusso della gestione corrente	= 25.729.260,00 €
± Variazione del capitale immobilizzato	– 4.105.000,00 €
– Imposte sul risultato operativo	– 10.040.295,00 €
= FCFO con incrementi delle sinergie	= 11.583.965,00 €

Tabella 10. Determinazione dell'FCFO incorporante gli incrementi degli effetti sinergici.

A questo punto, sottraendo al valore così trovato l'FCFO del 2012 stimato per Fratelli Aversa (7.269.120,00 €), si ottiene il flusso incrementale potenzialmente ottenibile dall'operazione di acquisizione pari a 4.314.845,00 €. Si dispone quindi di tutti i dati necessari per stimare il valore dei flussi differenziali:

$$W_{\Delta F} = \frac{\Delta FCFO_{Campari+Aversa}}{r_{eu m}} = \frac{4.314.845}{0,0528} = 81.720.549,00 \text{ €}.$$

Dunque, il valore complessivo delle sinergie ottenibili dall'integrazione di Fratelli Aversa nel complesso Campari stimato risulta essere pari a:

$$W_{sinergie} = W_{\Delta F} + W_{\Delta R} + W_{\Delta D} = 81.720.549 + 4.291.625 + 0 = 86.012.174,00 \text{ €}.$$

3.4.4. Il Valore Attuale Netto generato dall'acquisizione

Alla luce delle stime effettuate precedentemente, è possibile procedere con la determinazione del valore di acquisizione. Come abbiamo visto nel secondo capitolo, tale quantità corrisponde al valore apportato dall'acquisizione per la società acquirente ed è ottenuto dalla somma del valore stand alone della società target e il valore degli effetti sinergici che è possibile ottenere in seguito alla cooperazione delle due realtà aziendali. Attraverso l'aggregazione dei vari

“strati” fino a qui determinati, otteniamo il valore di acquisizione del Gruppo Averna pari a:

$$\begin{aligned}W_{acq\ Fratelli\ Averna} &= W_{Fratelli\ Averna} + W_{sinergie} \\ &= 80.600.338 + 86.012.174 = 166.612.512,00 \text{ €}.\end{aligned}$$

Per poter determinare il valore effettivamente creato dall’acquisizione, è necessario andare a sottrarre dal valore di acquisizione stimato il costo sostenuto per acquisire la società target. Come illustrato nel capitolo precedente, nella maggior parte dei casi il prezzo riconosciuto dalla società acquirente alla società acquisita si colloca nell’intervallo compreso tra il valore stand alone della target e il valore di acquisizione. Tale assunto viene rispettato anche nel nostro caso, in quanto il Gruppo Campari ha riconosciuto un valore di 103,75 milioni di euro a Fratelli Averna, composto di un prezzo di 98 milioni di euro e un indebitamento finanziario netto pari a 5,75 milioni di euro. Inoltre, alla luce del maggior potere contrattuale di Campari, il fatto che il prezzo pagato sia più prossimo al valore stand alone rispetto al valore di acquisizione di Fratelli Averna appare coerente. Dunque, il Valore Attuale Netto generato dall’acquisizione del Gruppo Averna corrisponde a:

$$\begin{aligned}VAN_{acq\ Fratelli\ Averna} &= W_{acq\ Fratelli\ Averna} - P_{pagato} \\ &= 166.612.512 - 103.750.000 = 62.862.512,00 \text{ €}.\end{aligned}$$

Alla luce della valutazione svolta, appare evidente che nonostante il $VAN_{acq\ Fratelli\ Averna}$ sia all’apparenza un numero crisp, esso è basato su numerose assunzioni. Ciò è dovuto al fatto che non sempre le informazioni necessarie erano disponibili, sia per quanto riguarda la stima del valore stand alone delle società, nonché relativamente alla stima delle potenziali sinergie. In particolare, queste ultime sono il risultato di ipotesi su effetti post – acquisizione che al momento della loro valutazione non si potevano conoscere con certezza.

3.5 VAN fuzzy dell’acquisizione di Fratelli Averna

In questo paragrafo verrà applicata la logica fuzzy alla valutazione dell’acquisizione di Fratelli Averna da parte di Campari, al fine di dimostrare come tale approccio sia un valido strumento per trattare l’incertezza insita nelle valutazioni. Si tratta infatti di un approccio che meglio si presta ad essere utilizzato nella vita professionale in quanto relativamente più semplice

rispetto a quelli probabilistici.

Come è stato evidenziato nel corso dell'elaborato, le valutazioni vengono effettuate andando a stimare ex ante i valori futuri attesi dall'operazione mentre gli effetti avranno luogo solamente ex post, motivo per cui ci si ritrova spesso a fare assunzioni che potrebbero poi discostarsi dalla realtà. Ciò vale soprattutto in riferimento alla valutazione delle sinergie che costituiscono sia la parte più rilevante nella creazione di valore per l'acquirente, sia l'elemento più ostico da quantificare, in virtù dell'incertezza che le caratterizza, con il conseguente rischio che vengano sovrastimate. Inoltre, nella determinazione dei valori stand alone si sono manifestate alcune complicazioni legate alla irreperibilità di alcuni dati necessari per i quali si è dovuto ricorrere ad assunzioni e approssimazioni, aumentando così l'incertezza nelle stime.

Per tutti questi motivi, si procede ora con l'applicazione dei numeri fuzzy al procedimento di valutazione dell'acquisizione in oggetto di studio. Prima di addentrarsi nel prosieguo del paragrafo, è doveroso precisare che, in mancanza di ulteriori dati, l'eventualità di una sottostima risulta essere pari all'eventualità di una sovrastima e, per questo motivo, si procederà considerando numeri fuzzy triangolari simmetrici.

3.5.1. Il valore stand alone fuzzy

Per quanto riguarda il valore stand alone del Gruppo Campari, per determinare il flusso di cassa della gestione operativa e il costo medio ponderato del capitale è stato necessario fare alcune assunzioni. In primis, per calcolare le imposte sul risultato operativo (EBIT) è stata individuata un'aliquota media pari al 34% sulla base dei rapporti storici tra imposte di esercizio e risultato prima delle imposte. In secondo luogo, nella determinazione del costo del capitale proprio è stato ipotizzato un premio per il rischio pari al 5% in virtù del fatto che la maggioranza degli analisti stimano sia compreso tra il 4 e il 5%. Appare evidente che si tratta di approssimazioni e che la scelta di un valore rispetto ad un altro porti a risultati diversi. Per questo motivo, sia l'aliquota media che il premio per il rischio sono stati ora considerati come numeri fuzzy, in modo tale da poter ricomprendere nella valutazione le possibili oscillazioni di valore che possono verificarsi.

In merito all'aliquota media, osservando l'andamento degli anni precedenti al 2013, è emerso che il rapporto tra le imposte e il risultato ante imposte oscilla tra il 32% e il 36%. Quindi, questi due valori andranno a costituire rispettivamente il limite inferiore e il limite superiore del numero fuzzy, mentre l'aliquota precedentemente stimata pari al 34% costituisce il valore che presenta il maggior grado di appartenenza (1). Per cui, l'aliquota applicata al risultato operativo di Campari, che chiameremo $t_{EBIT C}$, può essere descritta dal seguente numero fuzzy:

$$\widetilde{t}_{EBIT C} = (\underline{t}_{EBIT C}, t_{EBIT C}, \overline{t}_{EBIT C}) = (0,32 ; 0,34 ; 0,36),$$

che espresso in funzione di α risulta essere pari a:

$$\begin{aligned} \widetilde{t}_{EBIT C}^{\alpha} &= [\underline{t}_{EBIT C}^{\alpha}, \overline{t}_{EBIT C}^{\alpha}] \\ &= [\underline{t}_{EBIT C} + (t_{EBIT C} - \underline{t}_{EBIT C})\alpha; \overline{t}_{EBIT C} - (\overline{t}_{EBIT C} - t_{EBIT C})\alpha] \\ &= [0,32 + (0,34 - 0,32)\alpha; 0,36 - (0,36 - 0,34)\alpha] \\ &= [0,32 + 0,02\alpha; 0,36 - 0,02\alpha]. \end{aligned}$$

La voce "Imposte sul risultato operativo" sarà quindi ottenuta dalla moltiplicazione del numero fuzzy $\widetilde{t}_{EBIT C}^{\alpha}$ per l'EBIT dell'esercizio (289.300.000,00 €), ed essendo il risultato della moltiplicazione di un numero fuzzy per uno scalare, sarà anch'essa rappresentata da un numero fuzzy, per cui:

$$\begin{aligned} \widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}_C^{\alpha} &= EBIT * \widetilde{t}_{EBIT C}^{\alpha} \\ &= EBIT * [\underline{t}_{EBIT C}^{\alpha}, \overline{t}_{EBIT C}^{\alpha}] \\ &= [EBIT * \underline{t}_{EBIT C}^{\alpha}; EBIT * \overline{t}_{EBIT C}^{\alpha}] \\ &= [\underline{Imposte\ sul\ R.O.}_C^{\alpha}; \overline{Imposte\ sul\ R.O.}_C^{\alpha}], \end{aligned}$$

dove:

$$\begin{aligned} \underline{Imposte\ sul\ R.O.}_C^{\alpha} &= 289.300.000 * (0,32 + 0,02\alpha); \\ \overline{Imposte\ sul\ R.O.}_C^{\alpha} &= 289.300.000 * (0,36 - 0,02\alpha). \end{aligned}$$

Da ciò ne consegue che anche il flusso di cassa della gestione operativa sarà un numero fuzzy, in quanto incorpora il numero $\widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha$, definito come segue:

$$\begin{aligned} \widetilde{FCFO}_C^\alpha &= EBITDA + \Delta CCNO + \Delta C. IMM. - \widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha \\ &= EBITDA + \Delta CCNO + \Delta C. IMM. - \left[\widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha; \overline{\widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha} \right] \\ &= \left[EBITDA + \Delta CCNO + \Delta C. IMM. - \widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha; \right. \\ &\quad \left. EBITDA + \Delta CCNO + \Delta C. IMM. - \overline{\widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha} \right] \\ &= \left[\underline{FCFO}_C^\alpha; \overline{FCFO}_C^\alpha \right]. \end{aligned}$$

L'intervallo che rappresenta l'FCFO fuzzy è definito da:

$$\underline{FCFO}_C^\alpha = 328.800.000 + 2.400.000 + 34.700.000 - 289.300.000 * (0,36 - 0,02\alpha);$$

$$\overline{FCFO}_C^\alpha = 328.800.000 + 2.400.000 + 34.700.000 - 289.300.000 * (0,32 + 0,02\alpha).$$

I valori di $\widetilde{t}_{EBIT\ C}^\alpha$, $\widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha$, $\widetilde{FCFO}_C^\alpha$ per ogni diverso valore di $\alpha = 0, 0,1, \dots, 0,9, 1$, sono riportati nelle tre tabelle sottostanti e rappresentati nelle figure 3.8, 3.9, 3.10 rispettivamente.

Tabella 11. $\widetilde{t}_{EBIT\ C}^\alpha$

α	$\widetilde{t}_{EBIT\ C}^\alpha$	
	$\underline{t}_{EBIT\ C}^\alpha$	$\overline{t}_{EBIT\ C}^\alpha$
0	0,32	0,36
0,1	0,322	0,358
0,2	0,324	0,356
0,3	0,326	0,354
0,4	0,328	0,352
0,5	0,33	0,35
0,6	0,332	0,348
0,7	0,334	0,346
0,8	0,336	0,344
0,9	0,338	0,342
1	0,34	0,34

Tabella 12. $\widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha$

α	$\widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}^\alpha$	
	$\underline{Imp.R.O.}^\alpha$	$\overline{Imp.R.O.}^\alpha$
0	92.576.000	104.148.000
0,1	93.154.600	103.569.400
0,2	93.733.200	102.990.800
0,3	94.311.800	102.412.200
0,4	94.890.400	101.833.600
0,5	95.469.000	101.255.000
0,6	96.047.600	100.676.400
0,7	96.626.200	100.097.800
0,8	97.204.800	99.519.200
0,9	97.783.400	98.940.600
1	98.362.000	98.362.000

Tabella 13. $\widetilde{FCFO}_C^\alpha$

α	$\widetilde{FCFO}_C^\alpha$	
	$\underline{FCFO}_C^\alpha$	\overline{FCFO}_C^α
0	261.752.000	273.324.000
0,1	262.330.600	272.745.400
0,2	262.909.200	272.166.800
0,3	263.487.800	271.588.200
0,4	264.066.400	271.009.600
0,5	264.645.000	270.431.000
0,6	265.223.600	269.852.400
0,7	265.802.200	269.273.800
0,8	266.380.800	268.695.200
0,9	266.959.400	268.116.600
1	267.538.000	267.538.000

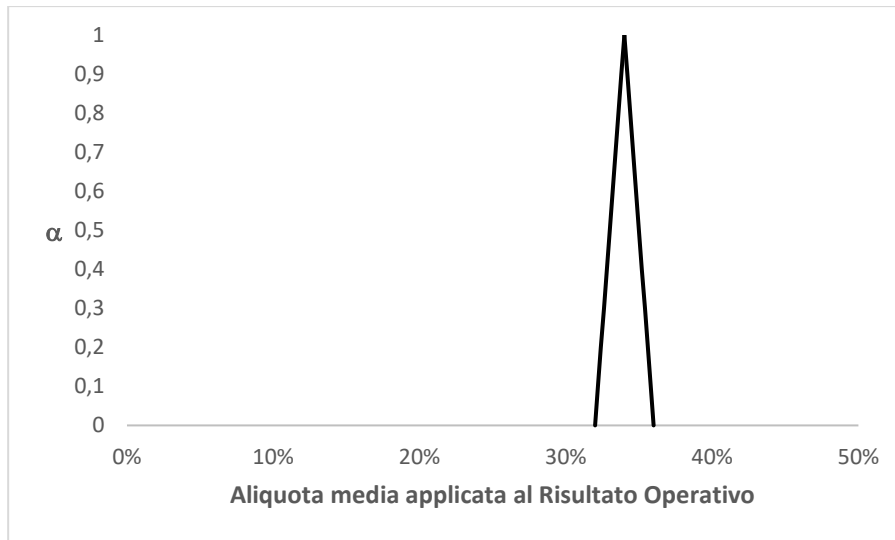


Figura 3.8 – Aliquota media fuzzy applicata al Risultato Operativo.

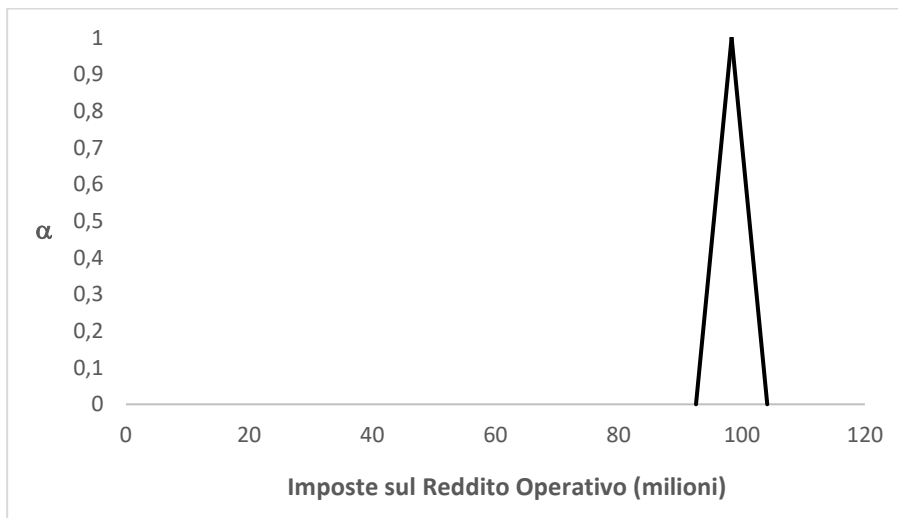


Figura 3.9 – Imposte fuzzy sul Reddito Operativo.

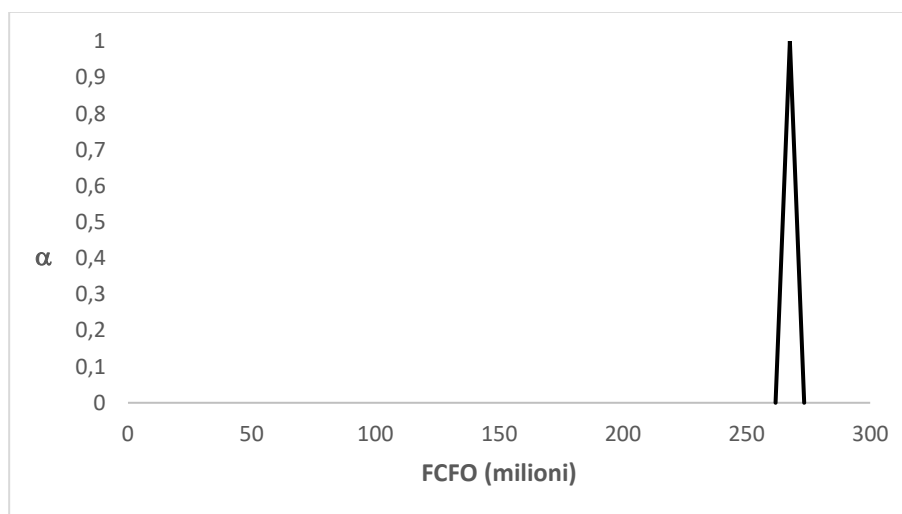


Figura 3.10 – FCFO fuzzy.

Riguardo al premio per il rischio, che chiameremo PM , il relativo numero fuzzy è stato definito come $\widetilde{PM}_C = (\underline{PM}_C, PM_C, \overline{PM}_C) = (0,04 ; 0,05; 0,06)$ che, in funzione di α , risulta essere pari a:

$$\begin{aligned}\widetilde{PM}_C^\alpha &= (\underline{PM}_C^\alpha, \overline{PM}_C^\alpha) \\ &= [\underline{PM}_C + (PM_C - \underline{PM}_C)\alpha ; \overline{PM}_C - (\overline{PM}_C - PM_C)\alpha] \\ &= [0,04 + (0,05 - 0,04)\alpha; 0,06 - (0,06 - 0,05)\alpha] \\ &= [0,04 + 0,01\alpha; 0,06 - 0,01\alpha].\end{aligned}$$

Poiché il premio per il rischio è un numero fuzzy, di conseguenza lo saranno anche il costo del capitale proprio r_e e il tasso di attualizzazione WACC.

Per quanto riguarda r_e , il tasso privo di rischio e il coefficiente beta vengono considerati numeri crisp, in quanto sono dei valori conosciuti con certezza, per cui si ottiene:

$$\begin{aligned}\widetilde{r_{eC}}^\alpha &= r_f + \beta * \widetilde{PM}_C^\alpha \\ &= r_f + \beta * [\underline{PM}_C^\alpha, \overline{PM}_C^\alpha] \\ &= [r_f + \beta * \underline{PM}_C^\alpha ; r_f + \beta * \overline{PM}_C^\alpha] \\ &= [\underline{r_{eC}}^\alpha; \overline{r_{eC}}^\alpha],\end{aligned}$$

dove:

$$\underline{r_{eC}}^\alpha = 0,0397 + 0,3481 * (0,04 + 0,01\alpha);$$

$$\overline{r_{eC}}^\alpha = 0,0397 + 0,3481 * (0,06 - 0,01\alpha).$$

Analogamente per il calcolo del WACC di Campari, r_d e lo spread di mercato non vengono rappresentati in termini fuzzy, e di conseguenza \widetilde{WACC}^α risulta essere:

$$\begin{aligned}\widetilde{WACC}_C^\alpha &= r_d(1 - t_c) \frac{D}{D + E} + \widetilde{r_{eC}}^\alpha \frac{E}{D + E} \\ &= 0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + [\underline{r_{eC}}^\alpha; \overline{r_{eC}}^\alpha] \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000}\end{aligned}$$

$$= \left[0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + \frac{r_{eC}^\alpha}{2.618.432.000} \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000}; \right. \\ \left. 0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + \frac{\overline{r_{eC}^\alpha}}{2.618.432.000} \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000} \right] \\ = \left[\underline{WACC_C^\alpha}; \overline{WACC_C^\alpha} \right].$$

Per cui, il limite inferiore e superiore del numero triangolare fuzzy WACC sono rispettivamente:

$$\underline{WACC_C^\alpha} = 0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + 0,0397 \\ + 0,3481(0,04 + 0,01\alpha) \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000};$$

$$\overline{WACC_C^\alpha} = 0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + 0,0397 \\ + 0,3481(0,06 - 0,01\alpha) \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000}.$$

Nelle seguenti tabelle vengono riportati i valori di \widetilde{PM}_C^α , $\widetilde{r_{eC}^\alpha}$, $\widetilde{WACC}_C^\alpha$ per ogni valore di $\alpha = 0, 0,1, \dots, 0,9, 1$. Tali numeri fuzzy vengono poi rappresentati nelle successive tre figure.

Tabella 14. \widetilde{PM}_C^α

α	\widetilde{PM}_C^α	
	\underline{PM}_C^α	\overline{PM}_C^α
0	0,04	0,06
0,1	0,041	0,059
0,2	0,042	0,058
0,3	0,043	0,057
0,4	0,044	0,056
0,5	0,045	0,055
0,6	0,046	0,054
0,7	0,047	0,053
0,8	0,048	0,052
0,9	0,049	0,051
1	0,05	0,05

Tabella 15. $\widetilde{r_{eC}^\alpha}$

α	$\widetilde{r_{eC}^\alpha}$	
	$\underline{r_{eC}^\alpha}$	$\overline{r_{eC}^\alpha}$
0	0,0536	0,0606
0,1	0,0540	0,0602
0,2	0,0543	0,0599
0,3	0,0547	0,0595
0,4	0,0550	0,0592
0,5	0,0554	0,0588
0,6	0,0557	0,0585
0,7	0,0561	0,0581
0,8	0,0564	0,0578
0,9	0,0568	0,0575
1	0,0571	0,0571

Tabella 16. $\widetilde{WACC}_C^\alpha$

α	$\widetilde{WACC}_C^\alpha$	
	$\underline{WACC}_C^\alpha$	\overline{WACC}_C^α
0	0,0503	0,0550
0,1	0,0505	0,0547
0,2	0,0507	0,0545
0,3	0,0510	0,0542
0,4	0,0512	0,0540
0,5	0,0514	0,0538
0,6	0,0517	0,0535
0,7	0,0519	0,0533
0,8	0,0521	0,0531
0,9	0,0524	0,0528
1	0,0526	0,0526

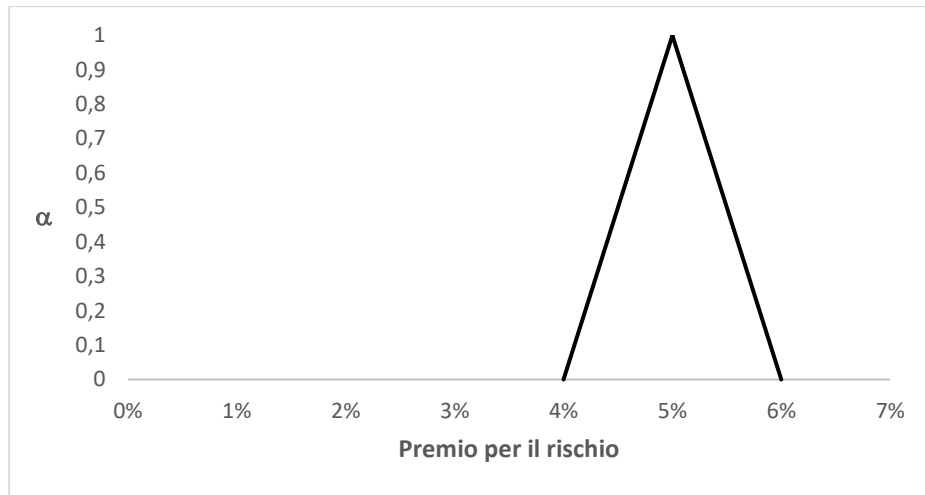


Figura 3.11 – Premio per il rischio fuzzy.

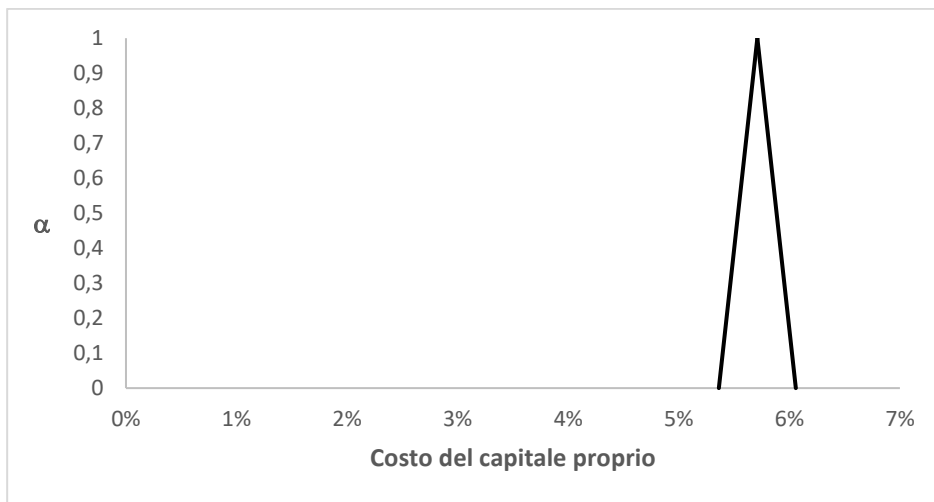


Figura 3.12 – Costo del capitale proprio fuzzy.

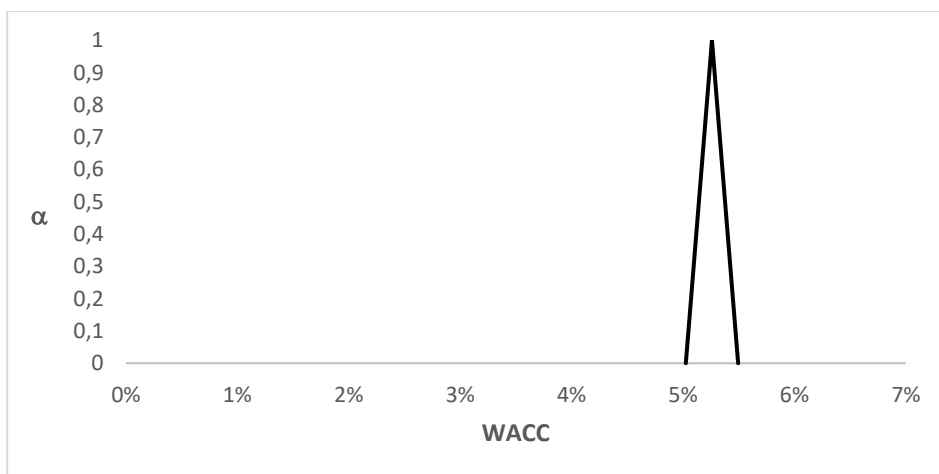


Figura 3.13 – WACC fuzzy.

Essendo l'FCFO e il WACC espressi come numeri fuzzy, è necessario andare a determinare il valore stand alone fuzzy di Campari secondo la logica fino a qui adottata. Anche in questo caso, l'indebitamento finanziario netto $D_{Campari}$ e l'aliquota dell'imposta societaria t_C sono noti e per questo motivo verranno considerati numeri crisp. Otteniamo quindi:

$$\begin{aligned}
 \widetilde{W_{Campari}^\alpha} &= \frac{\widetilde{FCFO_C^\alpha}}{\widetilde{WACC_C^\alpha}} + D_{Campari} * t_C - D_{Campari} \\
 &= \left[\frac{\overline{FCFO_C^\alpha}}{\overline{WACC_C^\alpha}}; \frac{\underline{FCFO_C^\alpha}}{\underline{WACC_C^\alpha}} \right] + D_{Campari} * t_C - D_{Campari} \\
 &= \left[\frac{\overline{FCFO_C^\alpha}}{\overline{WACC_C^\alpha}} + D_{Campari} * t_C - D_{Campari}; \frac{\underline{FCFO_C^\alpha}}{\underline{WACC_C^\alpha}} + D_{Campari} * t_C - D_{Campari} \right] \\
 &= \left[\underline{W_{Campari}^\alpha}, \overline{W_{Campari}^\alpha} \right].
 \end{aligned}$$

L'intervallo che rappresenta il valore stand alone fuzzy di Campari è definito da:

$$\begin{aligned}
 \underline{W_{Campari}^\alpha} &= \left(\frac{328.800.000 + 2.400.000 + 34.700.000 - 289.300.000 * (0,36 - 0,02\alpha)}{(0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + 0,0397 + 0,3481(0,06 - 0,01\alpha) \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000}} \right) \\
 &\quad + (852.800.000 * 0,275) - 852.800.000; \\
 \overline{W_{Campari}^\alpha} &= \left(\frac{328.800.000 + 2.400.000 + 34.700.000 - 289.300.000 * (0,32 + 0,02\alpha)}{(0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + 0,0397 + 0,3481(0,04 + 0,01\alpha) \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000}} \right) \\
 &\quad + (852.800.000 * 0,275) - 852.800.000.
 \end{aligned}$$

La tabella 17 mostra i valori del valore stand alone per gli stessi valori di α considerati nelle tabelle precedenti e il grafico 3.14 rende graficamente evidente come il valore stand alone sia a sua volta un numero fuzzy.

Tabella 17. $\widetilde{W}_{Campari}^{\alpha}$

α	$\widetilde{W}_{Campari}^{\alpha}$	
	$\underline{W}_{Campari}^{\alpha}$	$\overline{W}_{Campari}^{\alpha}$
0	4.140.847.273	4.815.596.740
0,1	4.177.526.216	4.782.619.010
0,2	4.205.742.018	4.749.901.460
0,3	4.243.118.524	4.802.642.156
0,4	4.271.838.519	4.674.876.250
0,5	4.300.772.045	4.643.023.502
0,6	4.339.170.467	4.601.302.205
0,7	4.368.628.068	4.570.039.846
0,8	4.398.307.571	4.539.017.505
0,9	4.437.769.242	4.498.449.008
1	4.467.993.764	4.467.993.764

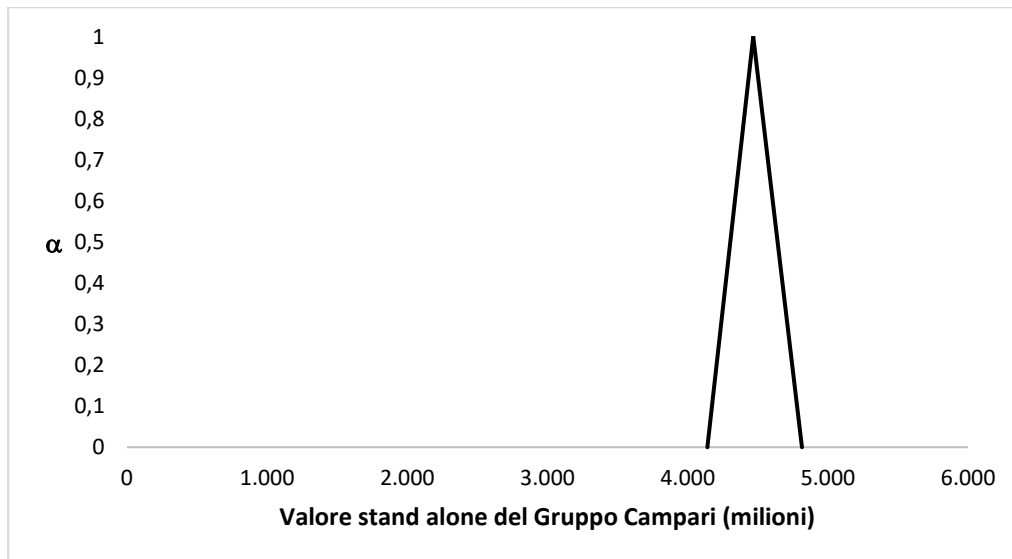


Figura 3.14 – Valore stand alone fuzzy del Gruppo Campari.

La determinazione del valore stand alone di Fratelli Averna, invece, ha presentato maggiori difficoltà dovute alla mancanza di alcuni dati necessari. In particolare, nella quantificazione del costo del capitale proprio r_e non è stato possibile usufruire della banca dati Bloomberg e ciò ha reso necessario l'utilizzo di un beta settoriale ricavato dalla banca dati gratuita messa a

disposizione da Damodaran. Difficilmente però è possibile individuare un beta settoriale effettivamente valido per ogni tipo di attività di quel settore, in quanto ogni azienda presenta condizioni di rischio specifiche e un grado di leva finanziaria diverso. Per questo motivo, si è pensato di considerare il coefficiente beta come un numero fuzzy, ponendo come valore che presenta il maggiore grado di appartenenza (1) il beta levered di settore precedentemente individuato (0,69) e andando a definire il limite inferiore e il limite superiore che tale numero può assumere. Si ottiene dunque il numero fuzzy $\widetilde{\beta}_{L AV} = (\underline{\beta}_{L AV}, \beta_{L AV}, \overline{\beta}_{L AV}) = (0,67; 0,69; 0,71)$ che, espresso in funzione di α , risulta essere pari a:

$$\begin{aligned}\widetilde{\beta}_{L AV} &= [\underline{\beta}_{L AV}^{\alpha}, \overline{\beta}_{L AV}^{\alpha}] \\ &= [\underline{\beta}_{L AV} + (\beta_{L AV} - \underline{\beta}_{L AV}) \alpha; \overline{\beta}_{L AV} - (\overline{\beta}_{L AV} - \beta_{L AV}) \alpha] \\ &= [0,67 + (0,69 - 0,67)\alpha; 0,71 - (0,71 - 0,69)\alpha] \\ &= [0,67 + 0,02\alpha; 0,71 - 0,02\alpha].\end{aligned}$$

Il numero così trovato verrà sostituito nella formula utilizzata per determinare il beta unlevered di Fratelli Averna, diventando anch'esso di conseguenza un numero fuzzy. Per cui:

$$\widetilde{\beta}_{U AV}^{\alpha} = \frac{\widetilde{\beta}_{L AV}}{1 + (1 - t_C) \frac{D}{E}} = \frac{1}{1 + (1 - t_C) \frac{D}{E}} [\underline{\beta}_{L AV}^{\alpha}, \overline{\beta}_{L AV}^{\alpha}] = [\underline{\beta}_{U AV}^{\alpha}, \overline{\beta}_{U AV}^{\alpha}],$$

dove le grandezze t_C e D/E sono note e per questo vengono considerate crisp.

L'intervallo del beta unlevered fuzzy può quindi essere definito come segue:

$$\begin{aligned}\underline{\beta}_{U AV}^{\alpha} &= \frac{\underline{\beta}_{L AV}^{\alpha}}{1 + (1 - t_C) \frac{D}{E}} = \frac{0,67 + 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}}; \\ \overline{\beta}_{U AV}^{\alpha} &= \frac{\overline{\beta}_{L AV}^{\alpha}}{1 + (1 - t_C) \frac{D}{E}} = \frac{0,71 - 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}}.\end{aligned}$$

I valori di $\widetilde{\beta}_{L AV}$ e $\widetilde{\beta}_{U AV}^{\alpha}$ per valori di $\alpha \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$ sono riportati nelle due tabelle sottostanti e vengono rappresentati nelle figure 3.15 e 3.16.

Tabella 18. $\widetilde{\beta}_{L AV}$

α	$\widetilde{\beta}_{L AV}$	
	$\underline{\beta}_{L AV}^\alpha$	$\overline{\beta}_{L AV}^\alpha$
0	0,67	0,71
0,1	0,672	0,708
0,2	0,674	0,706
0,3	0,676	0,704
0,4	0,678	0,702
0,5	0,68	0,70
0,6	0,682	0,698
0,7	0,684	0,696
0,8	0,686	0,694
0,9	0,688	0,692
1	0,69	0,69

Tabella 19. $\widetilde{\beta}_{U AV}^\alpha$

α	$\widetilde{\beta}_{U AV}^\alpha$	
	$\underline{\beta}_{U AV}^\alpha$	$\overline{\beta}_{U AV}^\alpha$
0	0,3366	0,3567
0,1	0,3376	0,3557
0,2	0,3386	0,3547
0,3	0,3396	0,3537
0,4	0,3406	0,3527
0,5	0,3416	0,3517
0,6	0,3426	0,3507
0,7	0,3436	0,3497
0,8	0,3446	0,3487
0,9	0,3456	0,3477
1	0,3466	0,3466

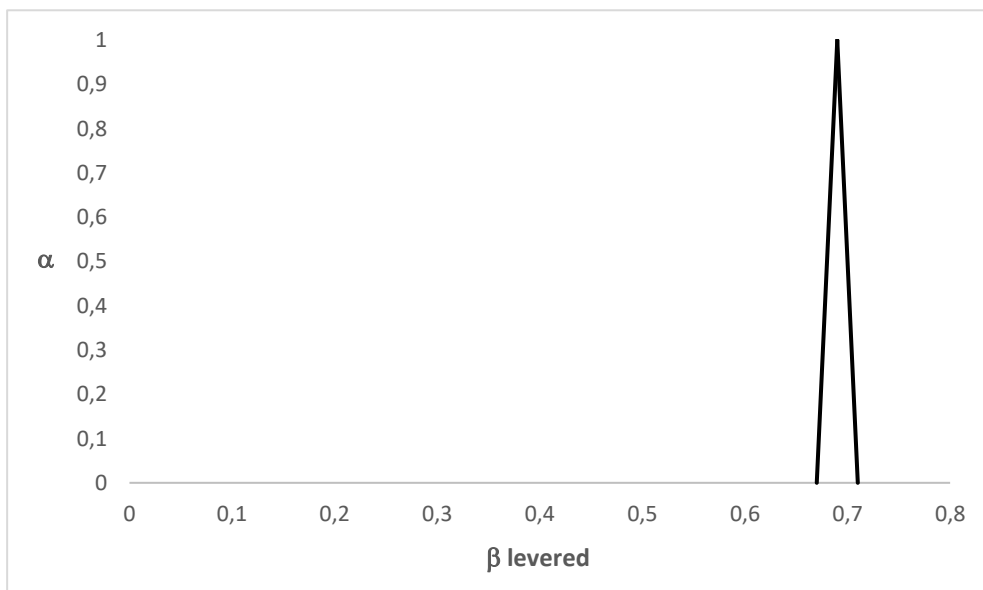


Figura 3.15 – β levered fuzzy.

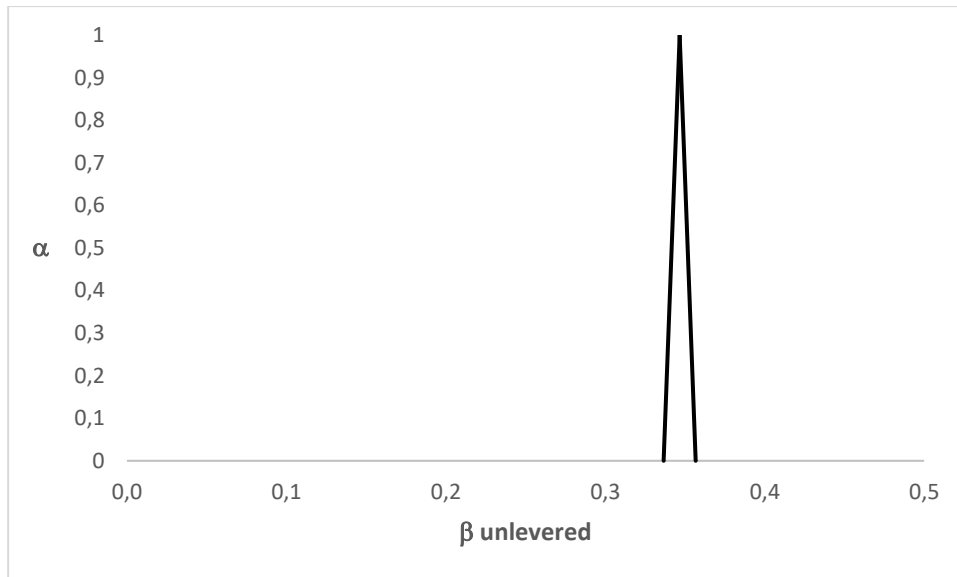


Figura 3.16 – β unlevered fuzzy.

Per quanto riguarda il premio per il rischio valgono le stesse considerazioni avanzate per il Gruppo Campari, per cui il numero fuzzy è sempre $\widetilde{PM}_{AV} = (\underline{PM}_{AV}, PM_{AV}, \overline{PM}_{AV}) = (0,04 ; 0,05 ; 0,06)$ che, in funzione di α , risulta essere pari a:

$$\widetilde{PM}_{AV}^{\alpha} = (\underline{PM}_{AV}^{\alpha}, \overline{PM}_{AV}^{\alpha}) = [0,04 + 0,01 \alpha ; 0,06 - 0,01 \alpha].$$

Poiché il beta unlevered e il premio per il rischio sono numeri fuzzy, di conseguenza lo saranno anche il costo del capitale proprio r_e e il tasso di attualizzazione WACC. Anche nel caso del Gruppo Averna, il tasso privo di rischio viene considerato come un numero crisp e il costo del capitale proprio è dunque così determinato:

$$\begin{aligned} \widetilde{r}_{e AV}^{\alpha} &= r_f + \widetilde{\beta}_{U AV}^{\alpha} * \widetilde{PM}_{AV}^{\alpha} \\ &= r_f + [\underline{\beta}_{U AV}^{\alpha}, \overline{\beta}_{U AV}^{\alpha}] * [\underline{PM}_{AV}^{\alpha}, \overline{PM}_{AV}^{\alpha}] \\ &= [r_f + \underline{\beta}_{U AV}^{\alpha} * \underline{PM}_{AV}^{\alpha}; r_f + \overline{\beta}_{U AV}^{\alpha} * \overline{PM}_{AV}^{\alpha}] \\ &= [\underline{r}_{e AV}^{\alpha}, \overline{r}_{e AV}^{\alpha}] \end{aligned}$$

dove il limite inferiore e il limite superiore sono rispettivamente dati da:

$$\underline{r_{eAV}^{\alpha}} = 0,0397 + \frac{0,67 + 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}} (0,04 + 0,01 \alpha);$$

$$\overline{r_{eAV}^{\alpha}} = 0,0397 + \frac{0,71 - 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}} (0,06 - 0,01\alpha).$$

Andando a sostituire il costo del capitale proprio fuzzy individuato all'interno della formula relativa al tasso di attualizzazione (WACC), individuiamo così il costo medio ponderato del capitale fuzzy di Fratelli Averna:

$$\begin{aligned} \widetilde{WACC}_{AV}^{\alpha} &= r_d(1 - t_c) \frac{D}{D + E} + \widetilde{r_{eAV}^{\alpha}} \frac{E}{D + E} \\ &= 0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} + [\underline{r_{eAV}^{\alpha}}, \overline{r_{eAV}^{\alpha}}] \frac{33.836.000}{80.063.000} \\ &= \left[0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} + \underline{r_{eAV}^{\alpha}} \frac{33.836.000}{80.063.000}; \right. \\ &\quad \left. 0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} + \overline{r_{eAV}^{\alpha}} \frac{33.836.000}{80.063.000} \right] \\ &= [\underline{WACC}_{AV}^{\alpha}; \overline{WACC}_{AV}^{\alpha}]. \end{aligned}$$

Per cui:

$$\begin{aligned} \underline{WACC}_{AV}^{\alpha} &= 0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} \\ &\quad + 0,0397 \frac{0,67 + 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}} (0,04 + 0,01 \alpha) \frac{33.836.000}{80.063.000}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{WACC}_{AV}^{\alpha} &= 0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} \\ &\quad + 0,0397 + \frac{0,71 - 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}} (0,06 - 0,01\alpha) \frac{33.836.000}{80.063.000}. \end{aligned}$$

Nelle tabelle 20 e 21 vengono riportati i valori dei numeri fuzzy $\widetilde{r_{eAV}^{\alpha}}$ e $\widetilde{WACC}_{AV}^{\alpha}$ per gli stessi valori di α considerati nelle tabelle precedenti. Tali numeri fuzzy vengono poi rappresentati rispettivamente nella figura 3.17 e 3.18.

Tabella 20. $\widetilde{r_{eAV}}^\alpha$

α	$\widetilde{r_{eAV}}^\alpha$	
	$\underline{r_{eAV}}^\alpha$	$\overline{r_{eAV}}^\alpha$
0	0,0532	0,0611
0,1	0,0535	0,0607
0,2	0,0539	0,0603
0,3	0,0543	0,0599
0,4	0,0547	0,0594
0,5	0,0551	0,0590
0,6	0,0555	0,0586
0,7	0,0559	0,0582
0,8	0,0562	0,0578
0,9	0,0566	0,0574
1	0,0570	0,0570

Tabella 21. $\widetilde{WACC}_{AV}^\alpha$

α	$\widetilde{WACC}_{AV}^\alpha$	
	$\underline{WACC}_{AV}^\alpha$	$\overline{WACC}_{AV}^\alpha$
0	0,0621	0,0655
0,1	0,0623	0,0653
0,2	0,0624	0,0651
0,3	0,0626	0,0649
0,4	0,0628	0,0648
0,5	0,0629	0,0646
0,6	0,0631	0,0644
0,7	0,0632	0,0643
0,8	0,0634	0,0641
0,9	0,0636	0,0639
1	0,0637	0,0637

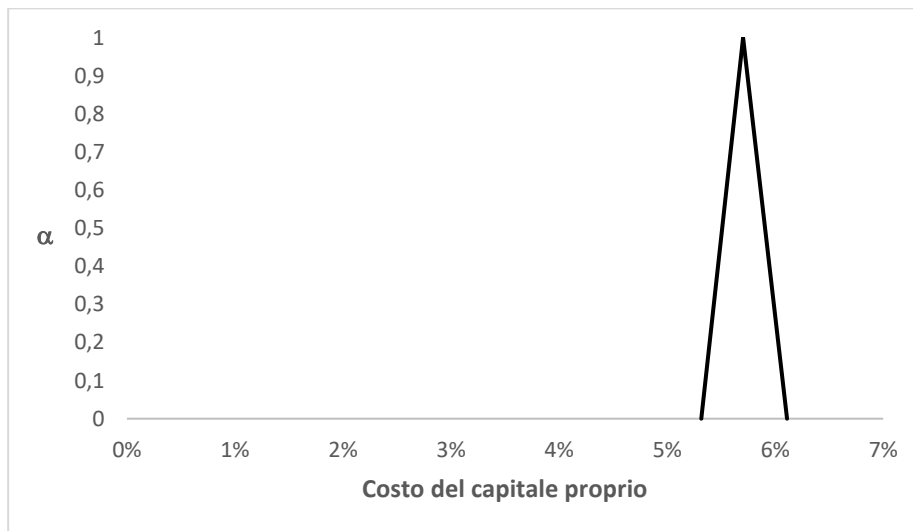


Figura 3.17 – Costo del capitale proprio fuzzy.

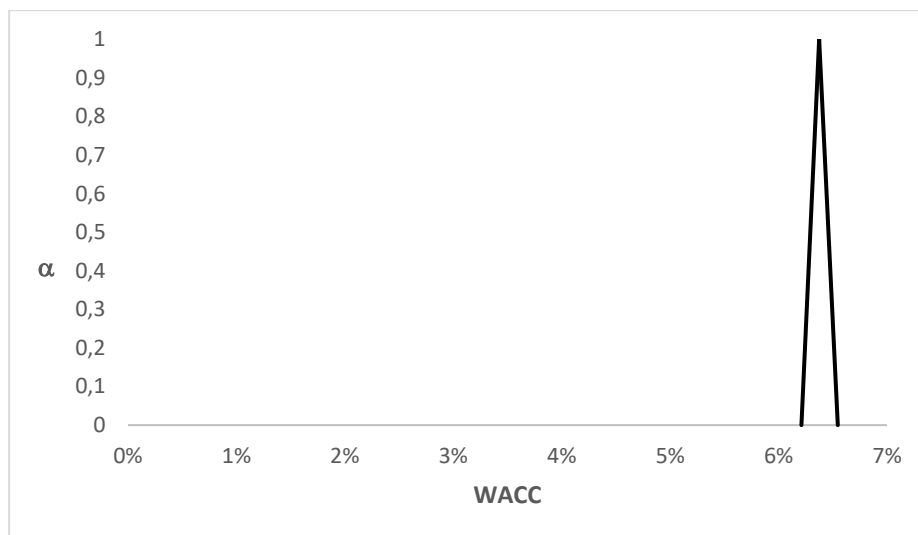


Figura 3.18 – WACC fuzzy.

Inoltre, anche nel caso di Fratelli Averna, per individuare le imposte sul Risultato Operativo era stata calcolata un'aliquota media (52%). Rispetto al Gruppo Campari, il Gruppo Averna presenta un andamento del rapporto tra le imposte e il risultato prima delle imposte nei diversi anni molto più altalenante. Secondo la stessa logica vista per Campari, il valore medio individuato viene considerato come il valore con il maggior grado di appartenenza e vengono individuati il limite inferiore e il limite superiore del numero fuzzy, per cui si ottiene $\widetilde{t_{EBIT AV}} = (t_{EBIT AV}, t_{EBIT AV}, \overline{t_{EBIT AV}}) = (0,44 ; 0,52 ; 0,60)$, che espresso in funzione di α risulta essere pari a:

$$\begin{aligned} \widetilde{t_{EBIT AV}}^\alpha &= [t_{EBIT AV}^\alpha, \overline{t_{EBIT AV}}^\alpha] \\ &= [t_{EBIT AV} + (t_{EBIT AV} - \overline{t_{EBIT AV}})\alpha; \overline{t_{EBIT AV}} - (\overline{t_{EBIT AV}} - t_{EBIT AV})\alpha] \\ &= [0,44 + (0,52 - 0,44)\alpha; 0,60 - (0,60 - 0,52)\alpha] \\ &= [0,44 + 0,08\alpha; 0,60 - 0,08\alpha]. \end{aligned}$$

Si procede con la moltiplicazione del numero fuzzy $\widetilde{t_{EBIT AV}}^\alpha$ al risultato operativo dell'esercizio pari a 10.319.000,00 € per ottenere così la voce "Imposte sul risultato operativo", che sarà quindi anch'essa rappresentata da un numero fuzzy:

$$\begin{aligned} \widetilde{Imposte\ sul\ R.O.}_{AV}^\alpha &= EBIT * \widetilde{t_{EBIT AV}}^\alpha \\ &= EBIT * [t_{EBIT AV}^\alpha, \overline{t_{EBIT AV}}^\alpha] \\ &= [EBIT * t_{EBIT AV}^\alpha; EBIT * \overline{t_{EBIT AV}}^\alpha] \end{aligned}$$

$$= \left[\underline{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}}; \overline{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}} \right],$$

dove:

$$\underline{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}} = 10.319.000 * (0,44 + 0,08\alpha);$$

$$\overline{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}} = 10.319.000 * (0,60 - 0,08\alpha).$$

Per cui, il flusso di cassa della gestione operativa sarà un numero fuzzy, definito come:

$$\begin{aligned} \widetilde{FCFO}_{AV}^{\alpha} &= EBITDA + \Delta C. IMM. - \widetilde{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}} \\ &= EBITDA + \Delta C. IMM. - \left[\underline{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}}; \overline{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}} \right] \\ &= \left[EBITDA + \Delta C. IMM. - \overline{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}}; \right. \\ &\quad \left. EBITDA + \Delta C. IMM. - \underline{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}} \right] \\ &= \left[\underline{FCFO}_{AV}^{\alpha}; \overline{FCFO}_{AV}^{\alpha} \right]. \end{aligned}$$

L'intervallo che rappresenta l'FCFO fuzzy di Fratelli Averna è definito come segue:

$$\underline{FCFO}_{AV}^{\alpha} = 16.740.000 - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,60 - 0,08\alpha);$$

$$\overline{FCFO}_{AV}^{\alpha} = 16.740.000 - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,44 + 0,08\alpha).$$

I valori di $\widetilde{t}_{EBITAV}^{\alpha}$, $\widetilde{\text{Imposte sul R. O.}_{AV}^{\alpha}}$, $\widetilde{FCFO}_{AV}^{\alpha}$ per ogni diverso valore di $\alpha = 0, 0.1, \dots, 0.9, 1$, sono riportati nelle tabelle 22, 23, 24, e vengono rappresentati nelle seguenti tre figure.

Tabella 22. $\widetilde{t}_{EBIT AV}^\alpha$

α	$\widetilde{t}_{EBIT AV}^\alpha$	
	$\underline{t}_{EBIT AV}^\alpha$	$\overline{t}_{EBIT AV}^\alpha$
0	0,44	0,60
0,1	0,448	0,592
0,2	0,456	0,584
0,3	0,464	0,576
0,4	0,472	0,568
0,5	0,48	0,56
0,6	0,488	0,552
0,7	0,496	0,544
0,8	0,504	0,536
0,9	0,512	0,528
1	0,52	0,52

Tabella 23. $\widetilde{Imposte\ sul\ R.\ O.}_{AV}^\alpha$

α	$\widetilde{Imposte\ sul\ R.\ O.}_{AV}^\alpha$	
	$\underline{Imp.\ R.\ O.}_{AV}^\alpha$	$\overline{Imp.\ R.\ O.}_{AV}^\alpha$
0	4.540.360	6.191.400
0,1	4.622.912	6.108.848
0,2	4.705.464	6.026.296
0,3	4.788.016	5.943.744
0,4	4.870.568	5.861.192
0,5	4.953.120	5.778.640
0,6	5.035.672	5.696.088
0,7	5.118.224	5.613.536
0,8	5.200.776	5.530.984
0,9	5.283.328	5.448.432
1	5.365.880	5.365.880

Tabella 24. $\widetilde{FCFO}_{AV}^\alpha$

α	$\widetilde{FCFO}_{AV}^\alpha$	
	$\underline{FCFO}_{AV}^\alpha$	$\overline{FCFO}_{AV}^\alpha$
0	6.443.600	8.094.640
0,1	6.526.152	8.012.088
0,2	6.608.704	7.929.536
0,3	6.691.256	7.846.984
0,4	6.773.808	7.764.432
0,5	6.856.360	7.681.880
0,6	6.938.912	7.599.328
0,7	7.021.464	7.516.776
0,8	7.104.016	7.434.224
0,9	7.186.568	7.351.672
1	7.269.120	7.269.120

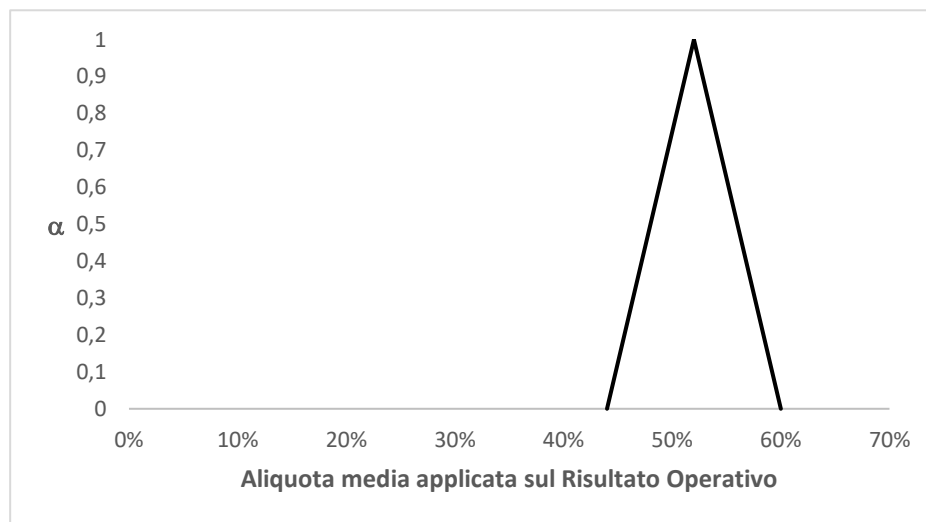


Figura 3.19 – Aliquota media fuzzy applicata sul Risultato Operativo.

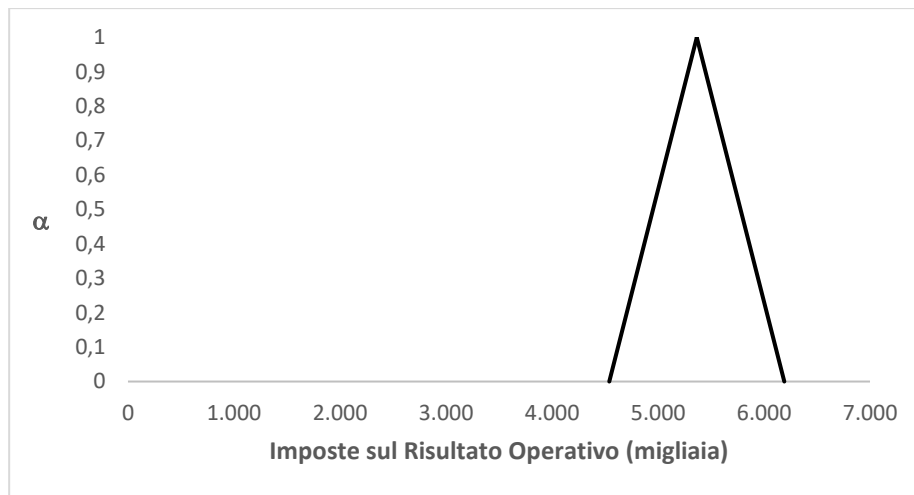


Figura 3.20 – Imposte fuzzy sul Risultato Operativo.

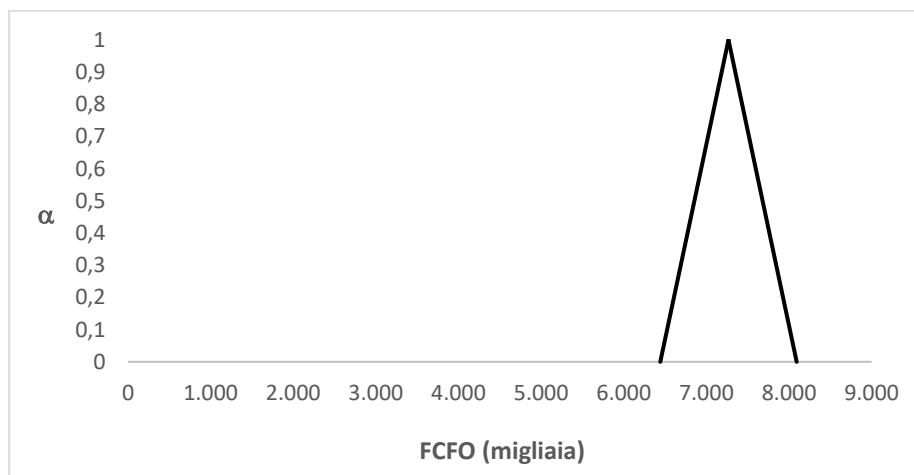


Figura 3.21 – FCFO fuzzy.

Disponiamo ora dell'FCFO e del WACC fuzzy, ed è quindi possibile procedere con la determinazione del valore stand alone fuzzy di Fratelli Averna. Anche in questo caso, l'indebitamento finanziario netto $D_{Fratelli Averna}$ e l'aliquota dell'imposta societaria t_C verranno considerati numeri crisp in quanti conosciuti con certezza.

$$\begin{aligned}
 W_{Fratelli Averna}^\alpha &= \frac{\widetilde{FCFO}_{AV}^\alpha}{\widetilde{WACC}_{AV}^\alpha} + D_{Fratelli Averna} * t_C - D_{Fratelli Averna} \\
 &= \left[\frac{FCFO_{AV}^\alpha}{\underline{\underline{WACC}_{AV}^\alpha}}; \frac{FCFO_{AV}^\alpha}{\overline{\overline{WACC}_{AV}^\alpha}} \right] + D_{Fratelli Averna} * t_C - D_{Fratelli Averna}
 \end{aligned}$$

$$= \left[\frac{\overline{FCFO_{AV}^\alpha}}{\overline{WACC_{AV}^\alpha}} + D_{Fratelli\ Averna} * t_C - D_{Fratelli\ Averna}; \right. \\ \left. \frac{\overline{FCFO_{AV}^\alpha}}{\overline{WACC_{AV}^\alpha}} + D_{Fratelli\ Averna} * t_C - D_{Fratelli\ Averna} \right] \\ = \left[\underline{W_{Fratelli\ Averna}^\alpha}, \overline{W_{Fratelli\ Averna}^\alpha} \right].$$

L'intervallo che rappresenta il valore stand alone fuzzy di Campari è definito da:

$$\underline{W_{Fr. Averna}^\alpha} = \left(\frac{16.740.000 - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,60 - 0,08\alpha)}{0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} + 0,0397 + \frac{0,71 - 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}} (0,06 - 0,01\alpha) \frac{33.836.000}{80.063.000}} \right) \\ + (46.227.000 * 0,275) - 46.227.000;$$

$$\overline{W_{Fr. Averna}^\alpha} = \left(\frac{16.740.000 - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,44 + 0,08\alpha)}{0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} + 0,0397 + \frac{0,67 + 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}} (0,04 + 0,01\alpha) \frac{33.836.000}{80.063.000}} \right) \\ + (46.227.000 * 0,275) - 46.227.000.$$

La tabella 25 mostra i valori del valore stand alone di Fratelli Averna per gli stessi valori di α considerati nelle tabelle precedenti e ne viene data rappresentazione nel grafico 3.22.

Tabella 25. $\widetilde{W_{Fratelli\ Averna}^\alpha}$

α	$\widetilde{W_{Fratelli\ Averna}^\alpha}$	
	$\underline{W_{Fratelli\ Averna}^\alpha}$	$\overline{W_{Fratelli\ Averna}^\alpha}$
0	64.860.998	96.833.895
0,1	66.426.497	95.090.369
0,2	68.001.615	93.561.322
0,3	69.586.442	91.836.607
0,4	71.019.499	90.122.877
0,5	72.621.029	88.613.883
0,6	74.232.506	86.918.515
0,7	75.683.932	85.421.754
0,8	77.312.508	83.744.479
0,9	78.951.278	82.077.752
1	80.600.339	80.600.339

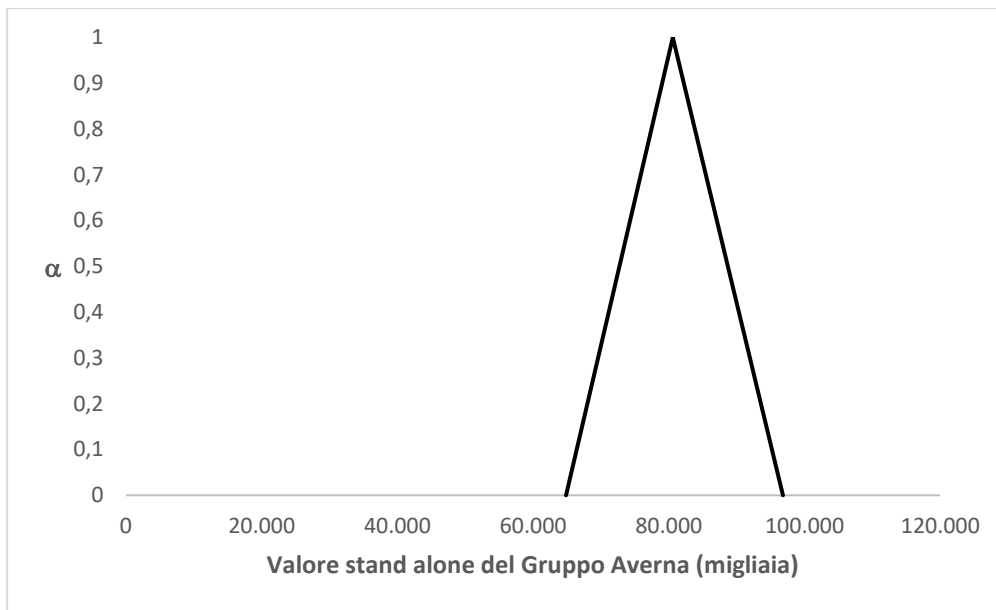


Figura 3.22 – Valore stand alone fuzzy del Gruppo Averna.

3.5.2. Il valore fuzzy delle sinergie

A loro volta, gli effetti differenziali derivanti dall'acquisizione di Fratelli Averna da parte di Campari saranno rappresentati in termini fuzzy, in quanto sono il risultato di operazioni aritmetiche su numeri fuzzy.

Per calcolare l'effetto qualità dell'operazione ($W_{\Delta R}$), risulta necessario individuare il tasso di attualizzazione $r_{eu\ m}$ della realtà aziendale risultante dall'integrazione che, nel paragrafo precedente, è stato stimato calcolando la media, ponderata per i valori unlevered dalle due società, di $r_{eu\ Campari}$ e $r_{eu\ Fratelli\ Averna}$.

Utilizzando i numeri fuzzy trovati nel corso della individuazione dei valori stand alone fuzzy di Campari e Fratelli Averna, si ottengono i rispettivi valori unlevered fuzzy:

$$\widetilde{W}_{UC}^{\alpha} = \frac{\widetilde{FCFO}_C^{\alpha}}{\widetilde{WACC}_C^{\alpha}} = \left[\frac{\underline{FCFO}_C^{\alpha}}{\underline{WACC}_C^{\alpha}}; \frac{\overline{FCFO}_C^{\alpha}}{\overline{WACC}_C^{\alpha}} \right] = \left[\underline{W}_{UC}^{\alpha}; \overline{W}_{UC}^{\alpha} \right];$$

$$\widetilde{W}_{AV}^{\alpha} = \frac{\widetilde{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{\widetilde{WACC}_{AV}^{\alpha}} = \left[\frac{\underline{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{\underline{WACC}_{AV}^{\alpha}}; \frac{\overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{\overline{WACC}_{AV}^{\alpha}} \right] = \left[\underline{W}_{AV}^{\alpha}; \overline{W}_{AV}^{\alpha} \right].$$

Analiticamente, i due limiti dei numeri fuzzy $\widetilde{W}_{UC}^\alpha$ e $\widetilde{W}_{UAV}^\alpha$ sono rispettivamente:

$$\underline{W}_{UC}^\alpha = \frac{328.800.000 + 2.400.000 + 34.700.000 - 289.300.000 * (0,36 - 0,02\alpha)}{0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + 0,0397 + 0,3481(0,06 - 0,01\alpha) \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000}};$$

$$\overline{W}_{UC}^\alpha = \frac{328.800.000 + 2.400.000 + 34.700.000 - 289.300.000 * (0,32 + 0,02\alpha)}{0,0597(1 - 0,275) \frac{852.800.000}{2.618.432.000} + 0,0397 + 0,3481(0,04 + 0,01\alpha) \frac{1.765.632.000}{2.618.432.000}};$$

$$\underline{W}_{UAV}^\alpha = \frac{16.740.000 - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,60 - 0,08\alpha)}{0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} + 0,0397 + \frac{0,71 - 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}} (0,06 - 0,01\alpha) \frac{33.836.000}{80.063.000}};$$

$$\overline{W}_{UAV}^\alpha = \frac{16.740.000 - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,44 + 0,08\alpha)}{0,0947(1 - 0,275) \frac{46.227.000}{80.063.000} + 0,0397 + \frac{0,67 + 0,02\alpha}{1 + (1 - 0,275) \frac{46.227.000}{33.836.000}} (0,04 + 0,01\alpha) \frac{33.836.000}{80.063.000}}.$$

Nelle due tabelle e nelle due figure sottostanti vengono illustrati i valori di $\widetilde{W}_{UC}^\alpha$ e $\widetilde{W}_{UAV}^\alpha$ per i valori di $\alpha \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$.

Tabella 26. $\widetilde{W}_{UC}^\alpha$

α	$\widetilde{W}_{UC}^\alpha$	
	$\underline{W}_{UC}^\alpha$	\overline{W}_{UC}^α
0	4.759.127.273	5.433.876.740
0,1	4.795.806.216	5.400.899.010
0,2	4.824.022.018	5.368.181.460
0,3	4.861.398.524	5.325.258.824
0,4	4.890.118.519	5.293.156.250
0,5	4.919.052.045	5.261.303.502
0,6	4.957.450.467	5.219.582.205
0,7	4.986.908.068	5.188.319.846
0,8	5.016.587.571	5.157.297.505
0,9	5.056.049.242	5.116.729.008
1	5.086.273.764	5.086.273.764

Tabella 27. $\widetilde{W}_{UAV}^\alpha$

α	$\widetilde{W}_{UAV}^\alpha$	
	$\underline{W}_{UAV}^\alpha$	$\overline{W}_{UAV}^\alpha$
0	98.375.573	130.348.470
0,1	99.941.072	128.604.944
0,2	101.516.190	127.075.897
0,3	103.101.017	125.351.182
0,4	104.534.074	123.637.452
0,5	106.135.604	122.128.458
0,6	107.747.081	120.433.090
0,7	109.198.507	118.936.329
0,8	110.827.083	117.259.054
0,9	112.465.853	115.592.327
1	114.114.914	114.114.914

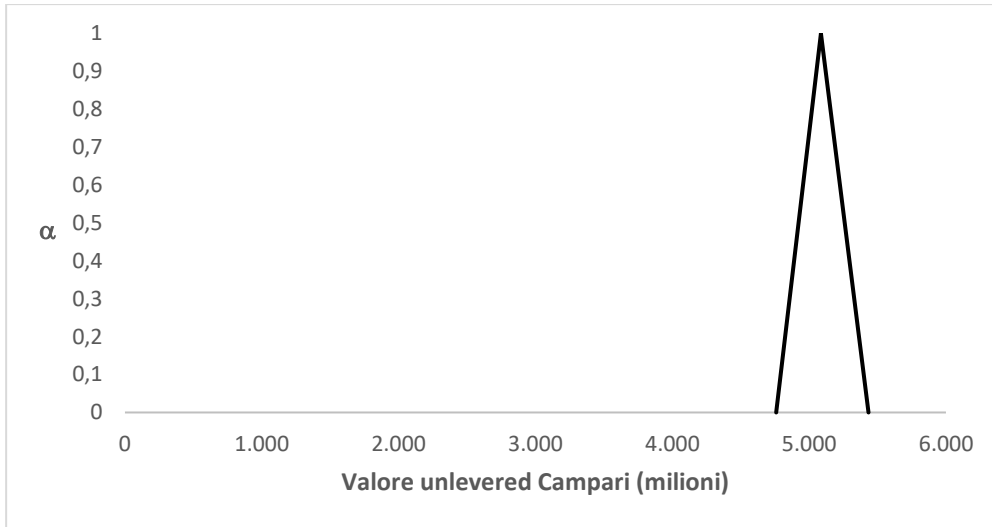


Figura 3.23 – Valore unlevered fuzzy di Campari.

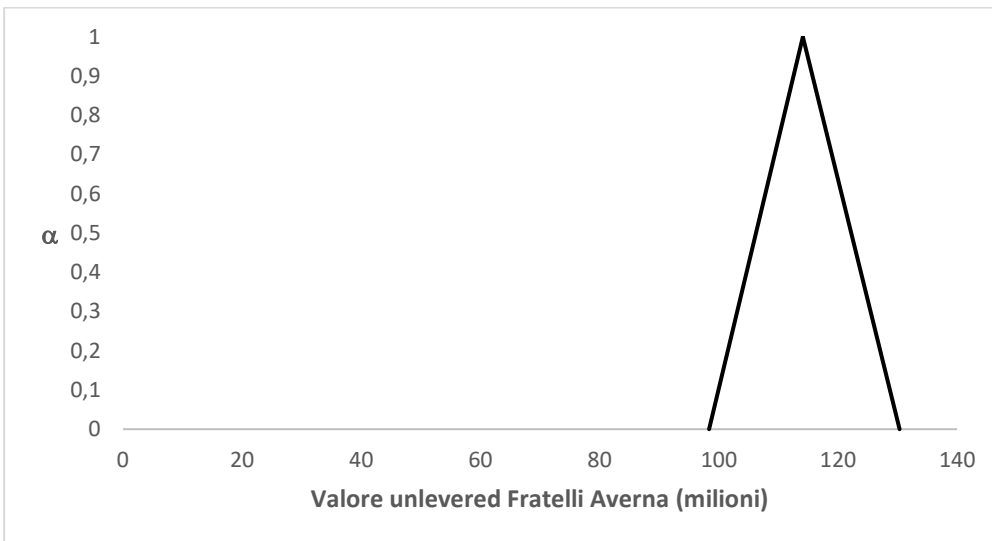


Figura 3.24 – Valore unlevered fuzzy di Fratelli Averna.

Il nuovo tasso di attualizzazione derivante dall'integrazione delle due società è quindi anch'esso un numero fuzzy, determinato come segue:

$$\begin{aligned} \widetilde{r_{eu m}^{\alpha}} &= \frac{(\widetilde{WACC}_C^{\alpha} * \widetilde{W}_{UC}^{\alpha}) + (\widetilde{WACC}_{AV}^{\alpha} * \widetilde{W}_{U AV}^{\alpha})}{\widetilde{W}_{UC}^{\alpha} + \widetilde{W}_{U AV}^{\alpha}} \\ &= \left[\frac{(\underline{WACC}_C^{\alpha} * \underline{W}_{UC}^{\alpha}) + (\underline{WACC}_{AV}^{\alpha} * \underline{W}_{U AV}^{\alpha})}{\underline{W}_{UC}^{\alpha} + \underline{W}_{U AV}^{\alpha}}; \frac{(\overline{WACC}_C^{\alpha} * \overline{W}_{UC}^{\alpha}) + (\overline{WACC}_{AV}^{\alpha} * \overline{W}_{U AV}^{\alpha})}{\overline{W}_{UC}^{\alpha} + \overline{W}_{U AV}^{\alpha}} \right] \\ &= [\underline{r_{eu m}^{\alpha}}; \overline{r_{eu m}^{\alpha}}]. \end{aligned}$$

Per cui, sostituendo i rispettivi numeri fuzzy nella formula per individuare il valore del

differenziale di rischio si ottiene il numero fuzzy $\widetilde{W}_{\Delta R}^{\alpha}$:

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{\Delta R}^{\alpha} &= \frac{\overline{FCFO}_C^{\alpha} + \overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{\widetilde{r}_{eu\ m}^{\alpha}} - \frac{\overline{FCFO}_C^{\alpha}}{\overline{WACC}_C^{\alpha}} - \frac{\overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{\overline{WACC}_{AV}^{\alpha}} \\ &= \frac{[\overline{FCFO}_C^{\alpha}; \overline{FCFO}_C^{\alpha}] + [\overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}; \overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}]}{[r_{eu\ m}^{\alpha}; r_{eu\ m}^{\alpha}]} - \frac{[\overline{FCFO}_C^{\alpha}; \overline{FCFO}_C^{\alpha}]}{[\overline{WACC}_C^{\alpha}; \overline{WACC}_C^{\alpha}]} - \frac{[\overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}; \overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}]}{[\overline{WACC}_{AV}^{\alpha}; \overline{WACC}_{AV}^{\alpha}]} \\ &= \left[\frac{\overline{FCFO}_C^{\alpha} + \overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{r_{eu\ m}^{\alpha}} - \frac{\overline{FCFO}_C^{\alpha}}{\overline{WACC}_C^{\alpha}} - \frac{\overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{\overline{WACC}_{AV}^{\alpha}}; \frac{\overline{FCFO}_C^{\alpha} + \overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{r_{eu\ m}^{\alpha}} - \frac{\overline{FCFO}_C^{\alpha}}{\overline{WACC}_C^{\alpha}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\overline{FCFO}_{AV}^{\alpha}}{\overline{WACC}_{AV}^{\alpha}} \right] \\ &= [W_{\Delta R}^{\alpha}; \overline{W}_{\Delta R}^{\alpha}]. \end{aligned}$$

Nelle tabelle 28 e 29 vengono riportati i valori rispettivamente di $\widetilde{r}_{eu\ m}^{\alpha}$ e $\widetilde{W}_{\Delta R}^{\alpha}$, e nelle figure 3.25 e 3.26 ne viene data rappresentazione grafica.

Tabella 28. $\widetilde{r}_{eu\ m}^{\alpha}$

α	$\widetilde{r}_{eu\ m}^{\alpha}$	
	$\underline{r}_{eu\ m}^{\alpha}$	$\overline{r}_{eu\ m}^{\alpha}$
0	0,0505	0,0552
0,1	0,0507	0,0549
0,2	0,0509	0,0547
0,3	0,0512	0,0544
0,4	0,0514	0,0542
0,5	0,0516	0,0540
0,6	0,0519	0,0537
0,7	0,0521	0,0535
0,8	0,0523	0,0533
0,9	0,0526	0,0530
1	0,0528	0,0528

Tabella 29. $\widetilde{W}_{\Delta R}^{\alpha}$

α	$\widetilde{W}_{\Delta R}^{\alpha}$	
	$\underline{W}_{\Delta R}^{\alpha}$	$\overline{W}_{\Delta R}^{\alpha}$
0	1.113.097	8.421.127
0,1	1.461.310	8.119.084
0,2	1.662.961	7.617.614
0,3	2.027.224	7.108.432
0,4	2.399.216	6.825.597
0,5	2.615.315	6.352.536
0,6	3.005.655	5.875.418
0,7	3.401.164	5.422.827
0,8	3.632.551	5.164.742
0,9	4.050.339	4.718.057
1	4.291.625	4.291.625

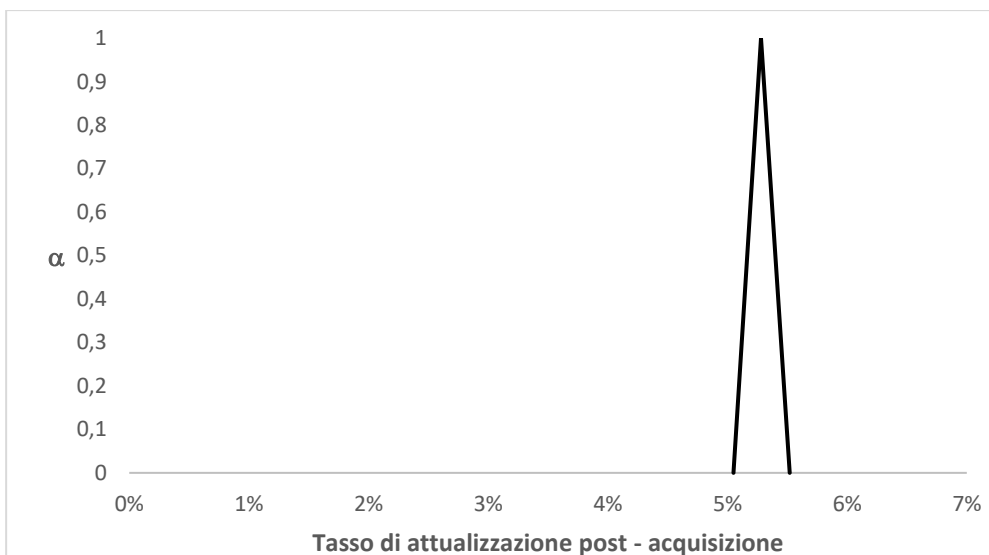


Figura 3.25 – Tasso di attualizzazione fuzzy della nuova realtà aziendale.

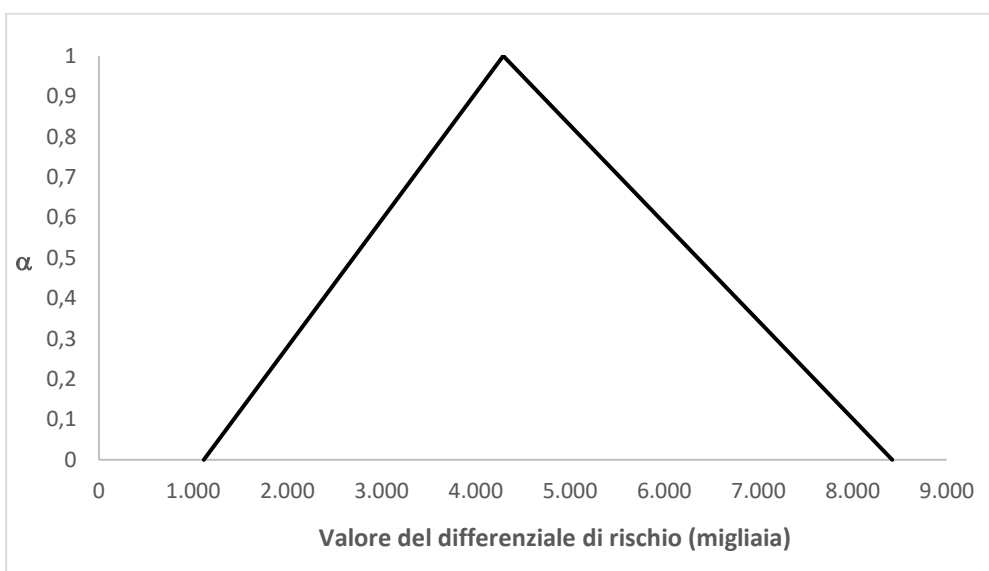


Figura 3.26 – Valore del differenziale di rischio fuzzy.

A questo punto, avendo determinato il nuovo tasso di attualizzazione fuzzy $\widetilde{r_{eu m}^\alpha}$, è possibile procedere con la individuazione del valore del differenziale dei flussi andando a determinare i flussi incrementali fuzzy derivanti dalle sinergie dell'acquisizione. A tal fine, si procederà utilizzando ogni sinergia di ricavo e di costo stimata precedentemente, che indicheremo con w , come valore che presenta il maggior grado di appartenenza (1) e andando a definire i limiti inferiore e superiore di ogni numero fuzzy. Anche in questo caso, in mancanza di ulteriori dati, l'eventualità di una sottostima o di una sovrastima è la stessa, per cui verranno utilizzati numeri fuzzy triangolari simmetrici. Inoltre, i limiti inferiore e superiore di ciascun numero fuzzy sono stati individuati sulla base delle variazioni percentuali riscontrate nei risultati

presentati nelle relazioni finanziarie annuali del Gruppo Campari relative agli anni successivi all'acquisizione di Fratelli Averna.

Per quanto riguarda le sinergie di ricavo, erano stati ipotizzati maggiori ricavi in virtù di un aumento dei volumi di vendita pari all'1,5% e di un incremento del fatturato in seguito ad un maggior potere di mercato dello 0,5%. Per ottenere il valore delle sinergie, le percentuali così individuate sono state applicate alla sommatoria delle voci relative ai ricavi di vendita di Fratelli Averna e di Campari (1.675.716.000,00 €) risultanti dai rispettivi conti economici. Dunque, andando a definire il limite inferiore e il limite superiore di ciascuna sinergia, si ottengono i seguenti numeri fuzzy:

$$\begin{aligned} w_{\widetilde{\text{volumi di vendita}}} &= (0,01 ; 0,015 ; 0,02) * 1.675.716.000 \\ &= (16.757.160; 25.135.740; 33.514.320); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{\widetilde{\text{fatturato}}} &= (0,004 ; 0,005 ; 0,006) * 1.675.716.000 \\ &= (6.702.864; 8.378.580; 10.054.296). \end{aligned}$$

Per cui, il valore fuzzy delle sinergie di ricavo è pari a:

$$\begin{aligned} W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}} &= w_{\widetilde{\text{volumi di vendita}}} + w_{\widetilde{\text{fatturato}}} \\ &= (16.757.160; 25.135.740; 33.514.320) + (6.702.864; 8.378.580; 10.054.296) \\ &= (23.460.024; 33.514.320; 43.568.616) \end{aligned}$$

che, espresso in funzione di α , risulta essere pari a:

$$\begin{aligned} W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha} &= \left[\underline{W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha}} ; \overline{W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha}} \right] \\ &= \left[\underline{W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha}} + \left(\overline{W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha}} - \underline{W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha}} \right) \alpha ; \right. \\ &\quad \left. \overline{W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha}} - \left(\overline{W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha}} - \underline{W_{\widetilde{\text{sin. di ricavo}}}^{\alpha}} \right) \alpha \right] \\ &= [23.460.024 + (33.514.320 - 23.460.024)\alpha; \\ &\quad 43.568.616 - (43.568.616 - 33.514.320)\alpha] \end{aligned}$$

In merito alle sinergie di costo, sono state ipotizzate una serie di riduzioni in termini di costo per Campari in seguito all'acquisizione di Fratelli Averna:

- una riduzione dei costi di acquisto delle materie prime stimata pari allo 0,5% della voce relativa ai costi per materie prime e prodotti finiti (569.321.000,00 €);
- una riduzione dei costi energetici stimata pari allo 0,5% della voce relativa ai costi per servizi (58.589.000,00 €);
- una riduzione generale di altre spese, come ad esempio le spese di consulenza, le spese di manutenzione, gli oneri diversi di gestione, ecc., pari allo 0,4% della sommatoria delle voci relative ai costi per servizi e agli oneri diversi di gestione (65.405.000,00 €);
- una riduzione dei costi di distribuzione e delle spese logistiche, in virtù della condivisione del canale distributivo, dell'1% calcolata sulle voci relativi ai costi di distribuzione e alle spese di trasporto dei rispettivi conti economici (87.377.000,00€);
- una riduzione del costo del personale in seguito ad un processo di ristrutturazione calcolata moltiplicando il numero dei dipendenti in esubero (40) per la retribuzione annua ipotizzata (2500€/anno = 30.000,00 €).

Anche in questo caso, sulla base delle variazioni percentuali riscontrate nei risultati delle relazioni finanziarie annuali del Gruppo Campari successive al 2013, sono stati definiti i limiti inferiore e superiore di ciascuna sinergia di costo. Sono così stati ottenuti i seguenti numeri fuzzy:

$$\begin{aligned} \widetilde{w}_{materie\ prime} &= (0,002; 0,005; 0,008) * 569.321.000 \\ &= (1.138.642; 2.846.605; 4.554.568); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{w}_{energia} &= (0,004; 0,005; 0,006) * 58.589.000 \\ &= (234.356; 292.945; 351.534); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{w}_{spese\ generali} &= (0,002; 0,004; 0,006) * 65.405.000 \\ &= (130.810; 261.620; 392.430); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{w}_{distribuzione} &= (0,008; 0,01; 0,012) * 87.377.000 \\ &= (699.016; 873.770; 1.048.524); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{w}_{personale} &= (35; 40; 45) * 30.000 \\ &= (1.050.000; 1.200.000; 1.350.000). \end{aligned}$$

Per cui, il valore fuzzy delle sinergie di costo è pari a:

$$\begin{aligned}
 \widetilde{W_{sin. di costo}} &= \widetilde{w_{materie prime}} + \widetilde{w_{energia}} + \widetilde{w_{spese generali}} + \widetilde{w_{distribuzione}} + \widetilde{w_{personale}} \\
 &= (1.138.642; 2.846.605; 4.554.568) + (234.356; 292.945; 351.534) \\
 &\quad + (130.810; 261.620; 392.430) + (699.016; 873.770; 1.048.524) \\
 &\quad + (1.050.000; 1.200.000; 1.350.000) \\
 &= (3.252.824; 5.474.940; 7.697.056)
 \end{aligned}$$

che, espresso in funzione di α , risulta essere pari a:

$$\begin{aligned}
 \widetilde{W_{sin. di costo}^\alpha} &= \left[\underline{W_{sin. di costo}^\alpha}; \overline{W_{sin. di costo}^\alpha} \right] \\
 &= \left[\underline{W_{sin. di costo}} + \left(\overline{W_{sin. di costo}} - \underline{W_{sin. di costo}} \right) \alpha; \right. \\
 &\quad \left. \overline{W_{sin. di costo}} - \left(\overline{W_{sin. di costo}} - \underline{W_{sin. di costo}} \right) \alpha \right] \\
 &= [3.252.824 + (5.474.940 - 3.252.824)\alpha; \\
 &\quad 7.697.056 - (7.697.056 - 5.474.940)\alpha].
 \end{aligned}$$

Infine, è necessario considerare i costi dell'integrazione tra il Gruppo Campari e il Gruppo Averna, il cui ammontare complessivo era stato stimato pari a 30.000.000,00 €. Tale valore verrà considerato come il valore con maggior grado di appartenenza (1) e i limiti inferiore e superiore vengono rispettivamente individuati pari a 25.000.000,00 € e 35.000.000,00 €. Dunque, il valore fuzzy dei costi dell'integrazione è pari a $\widetilde{W_{integrazione}} = (25.000.000; 30.000.000; 35.000.000)$ che, in funzione di α , risulta:

$$\begin{aligned}
 \widetilde{W_{integrazione}^\alpha} &= \left[\underline{W_{integrazione}^\alpha}; \overline{W_{integrazione}^\alpha} \right] \\
 &= \left[\underline{W_{integrazione}} + \left(\overline{W_{integrazione}} - \underline{W_{integrazione}} \right) \alpha; \right. \\
 &\quad \left. \overline{W_{integrazione}} - \left(\overline{W_{integrazione}} - \underline{W_{integrazione}} \right) \alpha \right] \\
 &= [25.000.000 + (30.000.000 - 25.000.000)\alpha; \\
 &\quad 35.000.000 - (35.000.000 - 30.000.000)\alpha].
 \end{aligned}$$

I valori di $\widetilde{W_{sin. di ricavo}^\alpha}$, $\widetilde{W_{sin. di costo}^\alpha}$, $\widetilde{W_{integrazione}^\alpha}$ per valori di $\alpha \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$ sono riportati nelle tre tabelle sottostanti e vengono rappresentati nelle figure 3.27, 3.28, 3.29.

Tabella 30. $\widetilde{W}_{sin. ricavo}^\alpha$

α	$\widetilde{W}_{sin. ricavo}^\alpha$	
	$W_{sin. ricavo}^\alpha$	$\overline{W}_{sin. ricavo}^\alpha$
0	23.460.024	43.568.616
0,1	24.465.454	42.563.186
0,2	25.470.883	41.557.757
0,3	26.476.313	40.552.327
0,4	27.481.742	39.546.898
0,5	28.487.172	38.541.468
0,6	29.492.602	37.536.038
0,7	30.498.031	36.530.609
0,8	31.503.461	35.525.179
0,9	32.508.890	34.519.750
1	33.514.320	33.514.320

Tabella 31. $\widetilde{W}_{sin. costo}^\alpha$

α	$\widetilde{W}_{sin. costo}^\alpha$	
	$W_{sin. costo}^\alpha$	$\overline{W}_{sin. costo}^\alpha$
0	3.252.824	7.697.056
0,1	3.475.036	7.474.844
0,2	3.697.247	7.252.633
0,3	3.919.459	7.030.421
0,4	4.141.670	6.808.210
0,5	4.363.882	6.585.998
0,6	4.586.094	6.363.786
0,7	4.808.305	6.141.575
0,8	5.030.517	5.919.363
0,9	5.252.728	5.697.152
1	5.474.940	5.474.940

Tabella 32. $\widetilde{W}_{integr.}^\alpha$

α	$\widetilde{W}_{integr.}^\alpha$	
	$W_{integr.}^\alpha$	$\overline{W}_{integr.}^\alpha$
0	25.000.000	35.000.000
0,1	25.500.000	34.500.000
0,2	26.000.000	34.000.000
0,3	26.500.000	33.500.000
0,4	27.000.000	33.000.000
0,5	27.500.000	32.500.000
0,6	28.000.000	32.000.000
0,7	28.500.000	31.500.000
0,8	29.000.000	31.000.000
0,9	29.500.000	30.500.000
1	30.000.000	30.000.000

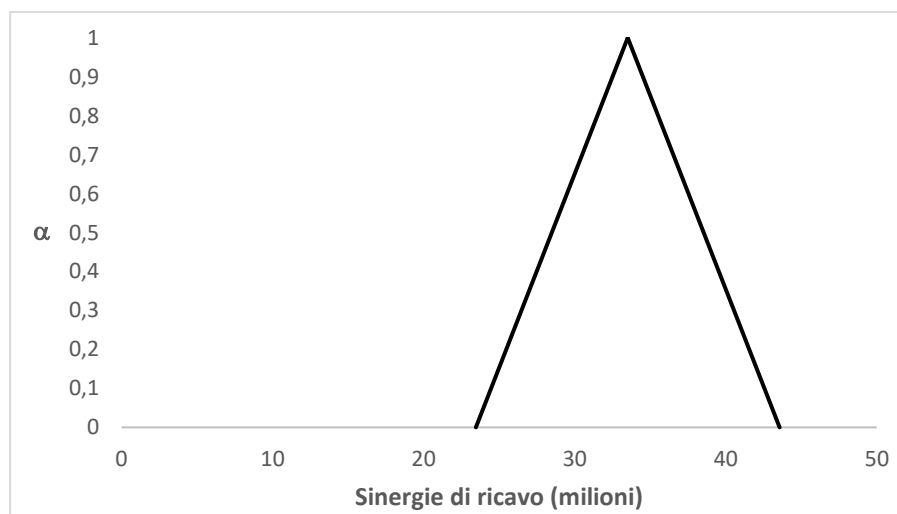


Figura 3.27 – Valore fuzzy delle sinergie di ricavo.

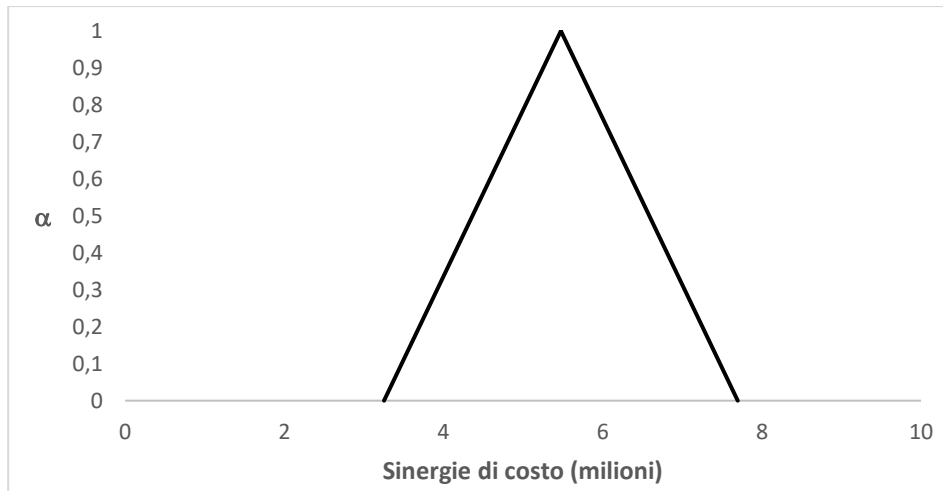


Figura 3.28 – Valore fuzzy delle sinergie di costo.

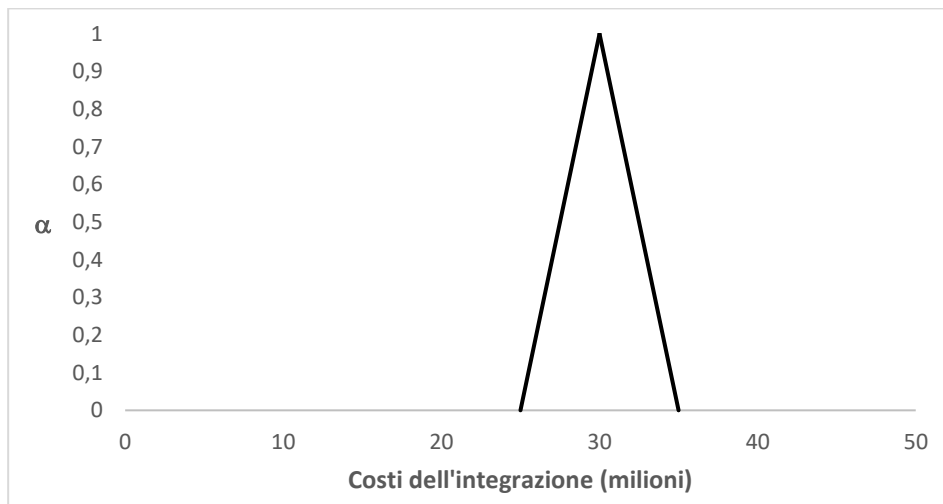


Figura 3.29 – Valore fuzzy dei costi dell'integrazione.

A questo punto, è possibile costruire il flusso incrementale lordo fuzzy atteso dall'operazione, sottraendo dalla sommatoria delle sinergie di ricavo e di costo gli oneri derivanti dall'integrazione.

$$\begin{aligned}
 \widetilde{FC}_{lordo}^{\alpha} &= W_{sin. \text{ di ricavo}}^{\alpha} \widetilde{} + W_{sin. \text{ di costo}}^{\alpha} \widetilde{} - W_{integrazione}^{\alpha} \widetilde{} \\
 &= \left[W_{sin. \text{ di ricavo}}^{\alpha}; \overline{W_{sin. \text{ di ricavo}}^{\alpha}} \right] + \left[W_{sin. \text{ di costo}}^{\alpha}; \overline{W_{sin. \text{ di costo}}^{\alpha}} \right] \\
 &\quad - \left[W_{integrazione}^{\alpha}; \overline{W_{integrazione}^{\alpha}} \right] \\
 &= \left[\overline{W_{sin. \text{ di ricavo}}^{\alpha}} + \overline{W_{sin. \text{ di costo}}^{\alpha}} - \overline{W_{integrazione}^{\alpha}}; \right. \\
 &\quad \left. W_{sin. \text{ di ricavo}}^{\alpha} + W_{sin. \text{ di costo}}^{\alpha} - W_{integrazione}^{\alpha} \right] \\
 &= \left[\underline{FC}_{lordo}^{\alpha}; \overline{FC}_{lordo}^{\alpha} \right].
 \end{aligned}$$

Analiticamente, i limiti inferiore e superiore del numero fuzzy $\widetilde{FC}_{lordo}^\alpha$ sono rispettivamente:

$$\underline{FC}_{lordo}^\alpha = (23.460.024 + 10.054.296\alpha) + (3.252.824 + 2.222.116\alpha) - (35.000.000 - 5.000.000\alpha)$$

$$\overline{FC}_{lordo}^\alpha = (43.568.616 - 10.054.296\alpha) + (7.697.056 - 2.222.116\alpha) - (25.000.000 + 5.000.000\alpha)$$

Una volta determinato il flusso lordo fuzzy, si procede con la stima dell'FCFO fuzzy che incorpora il valore degli incrementi derivanti dalle sinergie dell'acquisizione. Tale flusso viene calcolato sommando all'EBITDA il flusso lordo fuzzy ($\widetilde{FC}_{lordo}^\alpha$) e la variazione del capitale immobilizzato, e sottraendo le imposte sull'EBIT e le imposte sul flusso incrementale lordo ottenute applicando l'aliquota $\widetilde{t}_{EBIT AV}^\alpha$ precedentemente determinata. Si precisa inoltre che l'EBITDA e la variazione del capitale immobilizzato verranno considerati come numeri crisp in quanto conosciuti con certezza. Per cui:

$$\begin{aligned} \widetilde{FCFO}_{Sinergie}^\alpha &= EBITDA + \widetilde{FC}_{lordo}^\alpha + \Delta C. IMM - \widetilde{Imposte\ sul\ R. O.}_{AV}^\alpha - (\widetilde{FC}_{lordo}^\alpha * \widetilde{t}_{EBIT AV}^\alpha) \\ &= EBITDA + [\underline{FC}_{lordo}^\alpha; \overline{FC}_{lordo}^\alpha] + \Delta C. IMM - [\underline{Imp. R. O.}_{AV}^\alpha; \overline{Imp. R. O.}_{AV}^\alpha] \\ &\quad - [\underline{FC}_{lordo}^\alpha; \overline{FC}_{lordo}^\alpha] * [\underline{t}_{EBIT AV}^\alpha; \overline{t}_{EBIT AV}^\alpha] \\ &= [EBITDA + \underline{FC}_{lordo}^\alpha + \Delta C. IMM - \overline{Imp. R. O.}_{AV}^\alpha - (\overline{FC}_{lordo}^\alpha * \overline{t}_{EBIT AV}^\alpha); \\ &\quad EBITDA + \overline{FC}_{lordo}^\alpha + \Delta C. IMM - \underline{Imp. R. O.}_{AV}^\alpha - (\underline{FC}_{lordo}^\alpha * \underline{t}_{EBIT AV}^\alpha)] \\ &= [\underline{FCFO}_{Sinergie}^\alpha; \overline{FCFO}_{Sinergie}^\alpha] \end{aligned}$$

Analiticamente, i due limiti del numero fuzzy $\widetilde{FCFO}_{Sinergie}^\alpha$ sono rispettivamente:

$$\begin{aligned} \underline{FCFO}_{Sinergie}^\alpha &= 16.740.000 + [(23.460.024 + 10.054.296\alpha) + (3.252.824 + 2.222.116\alpha) \\ &\quad - (35.000.000 - 5.000.000\alpha)] - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,60 - 0,08\alpha) \\ &\quad - [(43.568.616 - 10.054.296\alpha) + (7.697.056 - 2.222.116\alpha) \\ &\quad - (25.000.000 + 5.000.000\alpha)] * (0,60 - 0,08\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{FCFO}_{Sinergie}^\alpha &= 16.740.000 + [(43.568.616 - 10.054.296\alpha) + (7.697.056 - 2.222.116\alpha) \\ &\quad - (25.000.000 + 5.000.000\alpha)] - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,44 + 0,08\alpha) \\ &\quad - [(23.460.024 + 10.054.296\alpha) + (3.252.824 + 2.222.116\alpha) \\ &\quad - (35.000.000 - 5.000.000\alpha)] * (0,44 + 0,08\alpha) \end{aligned}$$

Sottraendo al numero fuzzy così trovato l' $\widetilde{FCFO}_{AV}^\alpha$ stimato, è così possibile individuare il flusso

incrementale potenzialmente ottenibile dall'operazione di acquisizione. Essendo il risultato di un'operazione aritmetica tra numeri fuzzy, sarà anch'esso rappresentato da un numero fuzzy.

Per cui:

$$\begin{aligned}
 \Delta \widehat{FCFO}_{C+AV}^\alpha &= \widehat{FCFO}_{Sinergie}^\alpha - \widehat{FCFO}_{AV}^\alpha \\
 &= \left[\underline{FCFO}_{Sinergie}^\alpha; \overline{FCFO}_{Sinergie}^\alpha \right] - \left[\underline{FCFO}_{AV}^\alpha; \overline{FCFO}_{AV}^\alpha \right] \\
 &= \left[\underline{FCFO}_{Sinergie}^\alpha - \overline{FCFO}_{AV}^\alpha \right] - \left[\overline{FCFO}_{Sinergie}^\alpha - \underline{FCFO}_{AV}^\alpha \right] \\
 &= \left[\underline{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha; \overline{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha \right],
 \end{aligned}$$

dove

$$\begin{aligned}
 \underline{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha &= \{16.740.000 + [(23.460.024 + 10.054.296\alpha) + (3.252.824 + 2.222.116\alpha) \\
 &\quad - (35.000.000 - 5.000.000\alpha)] - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,60 - 0,08\alpha) \\
 &\quad - [(43.568.616 - 10.054.296\alpha) + (7.697.056 - 2.222.116\alpha) \\
 &\quad - (25.000.000 + 5.000.000\alpha)] * (0,60 - 0,08\alpha)\} - \{16.740.000 \\
 &\quad - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,44 + 0,08\alpha)\};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha &= \{16.740.000 + [(43.568.616 - 10.054.296\alpha) + (7.697.056 - 2.222.116\alpha) \\
 &\quad - (25.000.000 + 5.000.000\alpha)] - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,44 + 0,08\alpha) \\
 &\quad - [(23.460.024 + 10.054.296\alpha) + (3.252.824 + 2.222.116\alpha) \\
 &\quad - (35.000.000 - 5.000.000\alpha)] * (0,44 + 0,08\alpha)\} - \{16.740.000 \\
 &\quad - 4.105.000 - 10.319.000 * (0,60 - 0,08\alpha)\}.
 \end{aligned}$$

Nelle tabelle tre tabelle sottostanti vengono riportati i valori rispettivamente di $\widehat{FC}_{lordo}^\alpha$, $\widehat{FCFO}_{Sinergie}^\alpha$ e $\Delta \widehat{FCFO}_{C+AV}^\alpha$ per i soliti valori di α e nelle figure 3.30, 3.31 e 3.32 ne viene data rappresentazione grafica.

Tabella 33. $\widetilde{FC}_{lordo}^\alpha$

α	$\widetilde{FC}_{lordo}^\alpha$	
	$\underline{FC}_{lordo}^\alpha$	$\overline{FC}_{lordo}^\alpha$
0	-8.287.152	26.265.672
0,1	-6.559.511	24.538.031
0,2	-4.831.870	22.810.390
0,3	-3.104.228	21.082.748
0,4	-1.376.587	19.355.107
0,5	351.054	17.627.466
0,6	2.078.695	15.899.825
0,7	3.806.336	14.172.184
0,8	5.533.978	12.444.542
0,9	7.261.619	10.716.901
1	8.989.260	8.989.260

Tabella 34. $\widetilde{FCFO}_{Sinergie}^\alpha$

α	$\widetilde{FCFO}_{Sinergie}^\alpha$	
	$\underline{FCFO}_{Sin.}^\alpha$	$\overline{FCFO}_{Sin.}^\alpha$
0	-17.602.955	38.006.659
0,1	-14.559.873	35.488.780
0,2	-11.544.433	32.943.258
0,3	-8.556.635	30.370.094
0,4	-5.596.480	27.769.288
0,5	-2.663.967	25.140.840
0,6	240.904	22.484.750
0,7	3.118.133	19.801.017
0,8	5.967.719	17.089.642
0,9	8.789.663	14.350.624
1	11.583.965	11.583.965

Tabella 35. $\Delta\widetilde{FCFO}_{C+AV}^\alpha$

α	$\Delta\widetilde{FCFO}_{C+AV}^\alpha$	
	$\underline{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha$	$\overline{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha$
0	-25.697.595	31.563.059
0,1	-22.571.961	28.962.628
0,2	-19.473.969	26.334.554
0,3	-16.403.619	23.678.838
0,4	-13.360.912	20.995.480
0,5	-10.345.847	18.284.480
0,6	-7.358.424	15.545.838
0,7	-4.398.643	12.779.553
0,8	-1.466.505	9.985.626
0,9	1.437.991	7.164.056
1	4.314.845	4.314.845

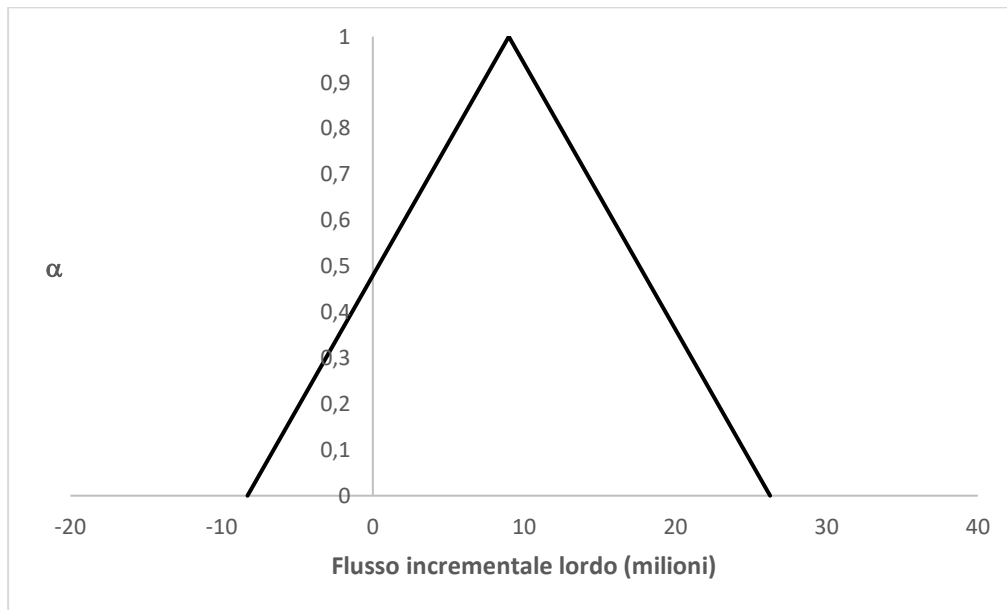


Figura 3.30 – Flusso incrementale lordo fuzzy.

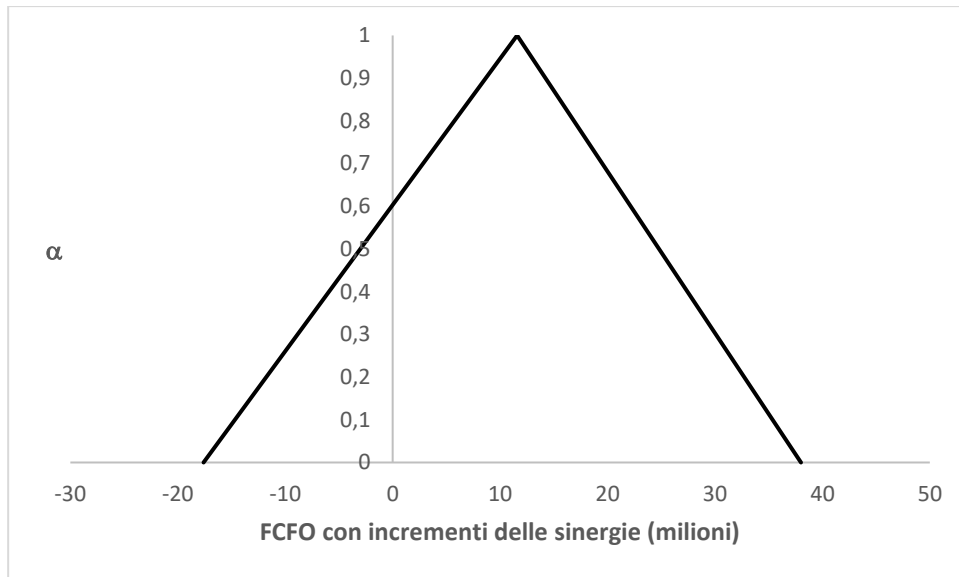


Figura 3.31 – FCFO fuzzy con incrementi delle sinergie.

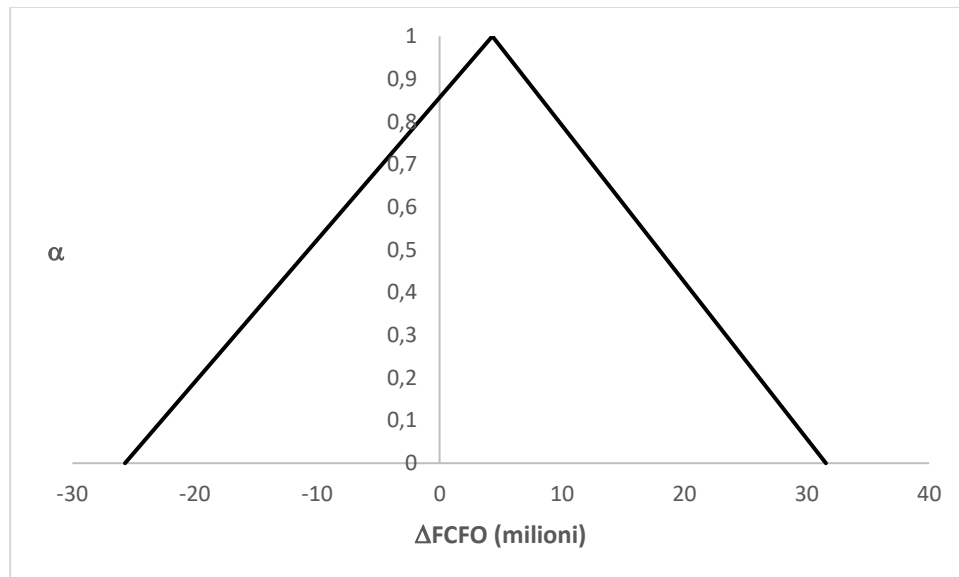


Figura 3.32 – ΔFCFO fuzzy.

Avendo determinato sia $\widetilde{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha$ che $\widetilde{r_{eu m}}^\alpha$, è possibile procedere con l'individuazione del valore dei flussi differenziali, che sarà anch'esso un numero fuzzy:

$$\widetilde{W}_{\Delta F}^\alpha = \frac{\widetilde{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha}{\widetilde{r_{eu m}}^\alpha} = \left[\frac{\underline{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha}{\underline{r_{eu m}}^\alpha}; \frac{\overline{\Delta FCFO}_{C+AV}^\alpha}{\overline{r_{eu m}}^\alpha} \right] = \left[\underline{W}_{\Delta F}^\alpha; \overline{W}_{\Delta F}^\alpha \right].$$

La tabella 26 mostra i valori dei flussi differenziali per gli stessi valori di α considerati nelle tabelle precedenti e ne viene data rappresentazione nel grafico 3.33.

Tabella 36. $\widetilde{W}_{\Delta F}^{\alpha}$

α	$\widetilde{W}_{\Delta F}^{\alpha}$	
	$\underline{W}_{\Delta F}^{\alpha}$	$\overline{W}_{\Delta F}^{\alpha}$
0	-465.536.141	625.011.069
0,1	-411.146.831	571.254.990
0,2	-356.014.059	517.378.271
0,3	-301.537.114	462.477.305
0,4	-246.511.292	408.472.374
0,5	-191.589.759	354.350.388
0,6	-137.028.380	299.534.451
0,7	-82.217.626	245.288.925
0,8	-27.514.165	190.929.751
0,9	27.131.906	136.198.783
1	81.720.549	81.720.549

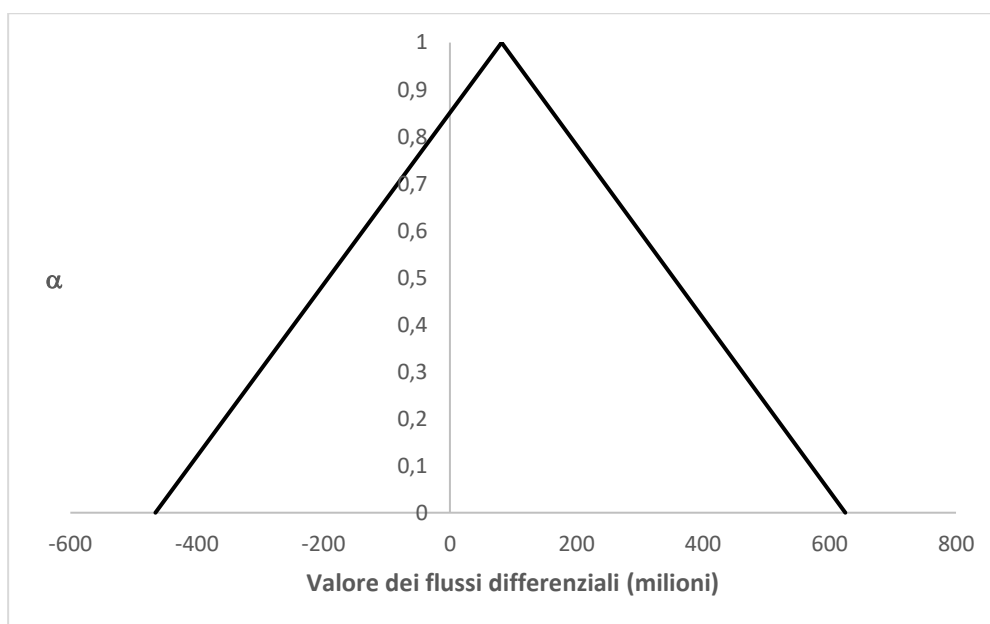


Figura 3.33 – Valore dei flussi differenziali fuzzy.

Per quanto riguarda il valore relativo al differenziale di struttura finanziaria, nel paragrafo precedente era stato considerato nullo in quanto dall'acquisizione non era stato stimato un miglioramento del profilo di rischio e quindi si era ritenuto che dall'operazione non fosse scaturito alcun beneficio derivante dal differenziale di struttura finanziaria ($W_{\Delta D} = 0$).

Utilizzando i numeri fuzzy, viene però considerato un miglioramento del profilo di rischio, poiché il limite inferiore di $\widetilde{r_{eu m}^\alpha}$ è pari al 5,05%, particolarmente evidente nella figura 3.10 relativa al valore del differenziale di rischio fuzzy $\widetilde{W_{\Delta R}^\alpha}$. Tuttavia, poiché non si è in possesso delle informazioni necessarie per ricavare l'indebitamento netto differenziale della nuova realtà aziendale, si è preferito non considerarlo per non rischiare di inficiare la valutazione.

3.5.3. Il valore attuale netto fuzzy

A questo punto, avendo determinato il valore stand alone fuzzy e il valore dei differenziali fuzzy relativi alle sinergie, è possibile procedere con la determinazione del valore di acquisizione che, essendo risultante dalla somma di numeri fuzzy, risulta essere anch'esso un numero fuzzy:

$$\begin{aligned}
 \widetilde{W_{acq AV}^\alpha} &= W_{Fratelli Averna}^\alpha + \widetilde{W_{\Delta F}^\alpha} + \widetilde{W_{\Delta R}^\alpha} \\
 &= \left[\underline{W_{Fratelli Averna}^\alpha}; \overline{W_{Fratelli Averna}^\alpha} \right] + \left[\underline{W_{\Delta F}^\alpha}; \overline{W_{\Delta F}^\alpha} \right] + \left[\underline{W_{\Delta R}^\alpha}; \overline{W_{\Delta R}^\alpha} \right] \\
 &= \left[\underline{W_{Fratelli Averna}^\alpha} + \underline{W_{\Delta F}^\alpha} + \underline{W_{\Delta R}^\alpha}, \overline{W_{Fratelli Averna}^\alpha} + \overline{W_{\Delta F}^\alpha} + \overline{W_{\Delta R}^\alpha} \right] \\
 &= \left[\underline{W_{acq AV}^\alpha}, \overline{W_{acq AV}^\alpha} \right]
 \end{aligned}$$

I valori assunti dal valore di acquisizione fuzzy di Fratelli Averna sono riportati nella tabella 37, calcolati sempre in corrispondenza dei soliti valori di α , e nella figura 3.34 ne viene data rappresentazione.

Tabella 37. $\widetilde{W}_{acq AV}^\alpha$

α	$\widetilde{W}_{acq AV}^\alpha$	
	$\underline{W}_{acq AV}^\alpha$	$\overline{W}_{acq AV}^\alpha$
0	-399.562.047	730.266.091
0,1	-343.259.024	674.464.443
0,2	-286.349.482	618.557.207
0,3	-229.923.448	561.422.344
0,4	-173.092.577	505.420.848
0,5	-116.353.416	449.316.807
0,6	-59.790.219	392.328.384
0,7	-3.132.530	336.133.506
0,8	53.430.894	279.838.972
0,9	110.133.522	222.994.592
1	166.612.513	166.612.513

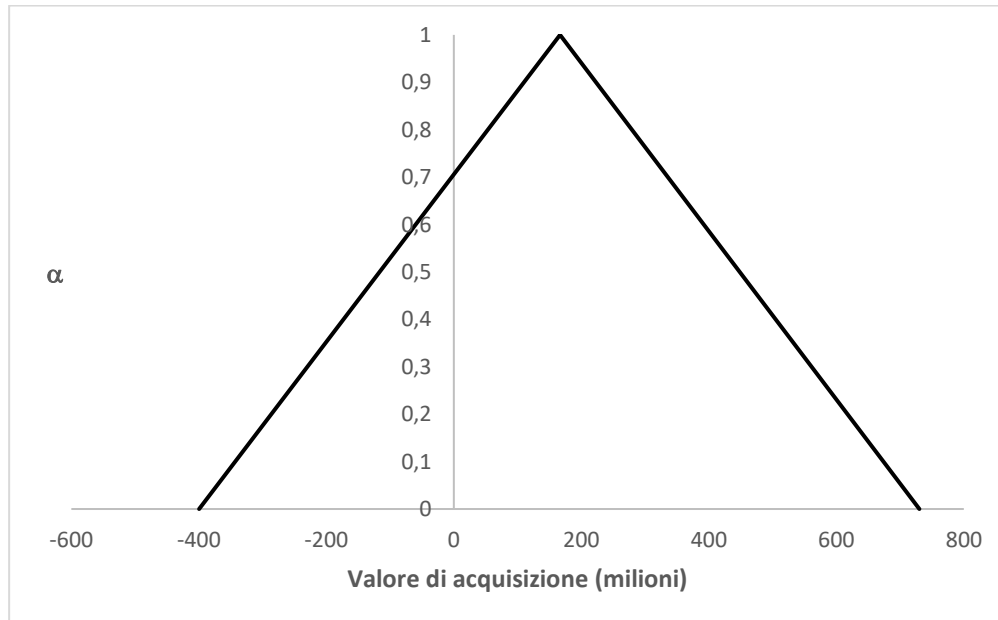


Figura 3.34 – Valore fuzzy di acquisizione.

Per poter determinare il Valore Attuale Netto fuzzy dell'acquisizione creato per il Gruppo Campari, è necessario andare a sottrarre dal valore fuzzy di acquisizione stimato $\widetilde{W}_{acq AV}^\alpha$ il costo sostenuto per acquisire Fratelli Averna (103.750.000,00 €) che, essendo un dato

puntuale, corrisponde a un numero crisp. Dunque, il Valore Attuale Netto fuzzy generato dall'acquisizione del Gruppo Averna corrisponde a:

$$\begin{aligned} \widetilde{VAN}_{acq AV}^\alpha &= [\widetilde{W}_{acq AV}^\alpha - P_0] \\ &= [\underline{W}_{acq AV}^\alpha - 103.750.000, \overline{W}_{acq AV}^\alpha - 103.750.000] \\ &= [\underline{VAN}^\alpha, \overline{VAN}^\alpha] \end{aligned}$$

Per ogni diverso valore di $\alpha=0, 0.1, \dots, 0.9, 1$, i risultati sono rappresentati nella tabella 38 e nella figura 3.35.

Tabella 38. $\widetilde{VAN}_{acq AV}^\alpha$

α	$\widetilde{VAN}_{acq AV}^\alpha$	
	\underline{VAN}^α	\overline{VAN}^α
0	-503.312.047	626.516.091
0,1	-447.009.024	570.714.443
0,2	-390.099.482	514.807.207
0,3	-333.673.448	457.672.344
0,4	-276.842.577	401.670.848
0,5	-220.103.416	345.566.807
0,6	-163.540.219	288.578.384
0,7	-106.882.530	232.383.506
0,8	-50.319.106	176.088.972
0,9	6.383.522	119.244.592
1	62.862.512	62.862.512

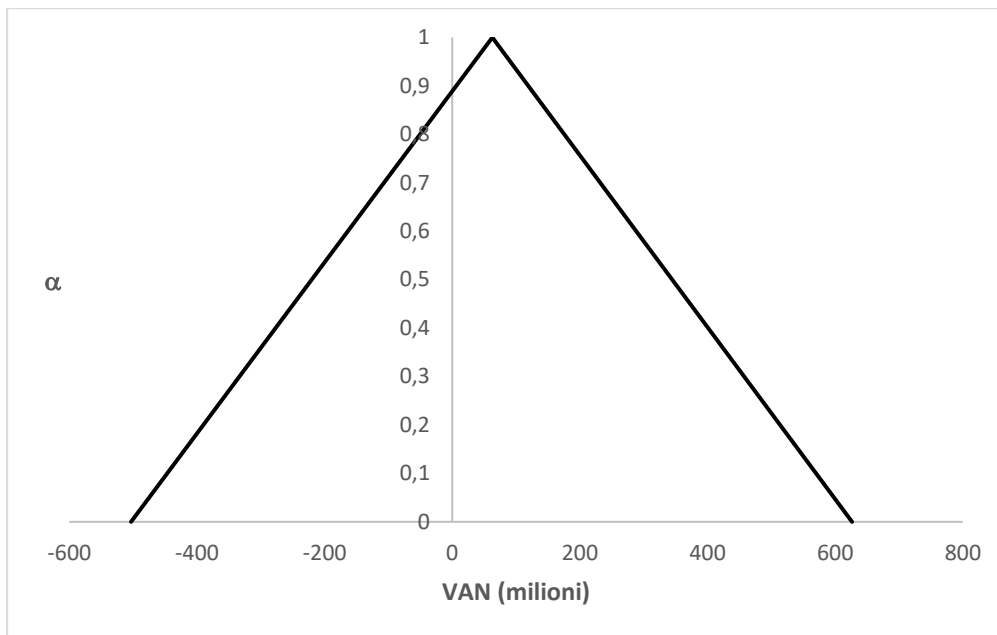


Figura 3.35 – Valore Attuale Netto fuzzy dell'acquisizione di Fratelli Averna.

Dalla figura 3.35 è possibile notare come il Valore Attuale Netto fuzzy presenti un intervallo, per ogni livello di α , molto ampio indice della maggiore incertezza che possiamo riscontrare nelle sinergie, incerte per definizione. In particolare, il valore fuzzy dei flussi differenziali $\widetilde{W}_{\Delta F}^{\alpha}$ presenta un intervallo molto ampio il cui limite inferiore è di segno negativo. Come detto precedentemente, l'effetto quantità costituisce la fonte di valore più rilevante nella determinazione del valore di acquisizione, motivo per cui ha una notevole incidenza sul valore fuzzy dell'acquisizione $\widetilde{W}_{acq\ AV}^{\alpha}$ e quindi sul VAN fuzzy $\widetilde{VAN}_{acq\ AV}^{\alpha}$. Infatti, il limite inferiore del Valore Attuale Netto fuzzy è pari a $-503.312.047,00$ € corrispondente al minor valore che Campari si attende possa essere creato dall'acquisizione del Gruppo Averna.

Quindi, l'utilizzo dei numeri fuzzy all'interno delle stime necessarie per individuare il valore effettivamente creabile dall'acquisizione oggetto di studio ha consentito di mettere in luce come una sovrastima delle sinergie possa portare l'acquirente a intraprendere un'operazione con VAN negativo e, di conseguenza, a subire ingenti perdite.

Tale conseguenza non si sarebbe potuta cogliere utilizzando l'approccio tradizionale da cui sarebbe risultato un VAN positivo. Per di più, come abbiamo potuto constatare, la stima "puntuale" del Valore Attuale Netto altro non è che il risultato delle migliori approssimazioni che si sono potute ricavare sulla base delle informazioni disponibili, e quindi se ne deduce che anche il VAN tradizionale è soggetto all'incertezza.

Conclusioni

Le operazioni di acquisizione non sono mai neutrali: possono creare oppure distruggere valore per gli azionisti delle società coinvolte. Secondo alcuni studi, più della metà delle operazioni di M&A si concludono con un esito negativo riconducibile a due cause principali. La prima è da ricercare nel fatto che, nella maggior parte dei casi, il costo sostenuto dall'acquirente risulta essere troppo elevato a seguito di un'errata valutazione delle sinergie e dei relativi oneri di realizzazione, con la conseguenza che i risultati post acquisizione non riflettono le previsioni effettuate ex ante. La seconda è legata ad un'inefficace esecuzione della delicata fase di integrazione delle aziende coinvolte nell'operazione.

Particolarmente interessante da indagare è stata la prima causa: il fatto che spesso le sinergie vengano sovrastimate o, comunque, che non vengano valutati con attenzione i costi da sostenere affinché tali benefici sinergici trovino realizzazione, indica la presenza di una discrepanza tra le valutazioni effettuate ante acquisizione e le conseguenze dell'operazione che si manifestano solo successivamente. Ciò è riconducibile all'incertezza che inevitabilmente si incontra nel momento in cui si vanno ad effettuare delle previsioni in merito a un evento che si verificherà in futuro e che, quindi, ancora non si può conoscere. Si rende quindi necessario sviluppare un modello di valutazione della convenienza economica delle acquisizioni in grado di incorporare le fonti di incertezza che si possono incontrare, sia in sede di stima del valore potenziale dell'operazione, sia nel momento in cui si realizzano gli effetti sinergici.

In questo elaborato si è cercato di mettere in luce il potenziale che può offrire la logica fuzzy nelle valutazioni strategiche, con riferimento alle operazioni di acquisizione. Si è scelto questo approccio rispetto a quelli probabilistici in virtù sia della sua semplicità e quindi della facilità di utilizzo, sia perché meglio risponde alle esigenze valutative. Difatti, ciò che viene indagato non è tanto la probabilità che le sinergie attese si verifichino o meno, ma in che misura si verificheranno poiché ciò modifica sensibilmente l'esito dell'operazione in termini di creazione o distruzione di valore.

I numeri fuzzy sono strumenti utili in tutte quelle situazioni in cui si ha a che fare con dati imprecisi in quanto relativi a fluttuazioni, valutazioni o previsioni, come nel nostro caso.

Esprimendo tali numeri in funzione del loro α -cut, è possibile individuare il limite inferiore e il limite superiore dell'intervallo di confidenza associato ad un dato α . In questo modo, le stime effettuate non vengono limitate ad un unico valore ma possiedono dei confini sfumati, *fuzzy* appunto, che permettono di incorporare la loro natura incerta per definizione, migliorando significativamente la qualità del processo valutativo.

Questo approccio risulta particolarmente vantaggioso nel momento in cui si svolge la valutazione delle sinergie in quanto, essendo il risultato di previsioni, sono quantità numeriche imprecise per definizione. Esse costituiscono la parte più rilevante nella creazione di valore per l'acquirente e, di conseguenza, hanno un'importanza decisiva nella definizione dei prezzi di acquisizione. Inoltre, una loro errata stima può portare l'acquirente ad intraprendere un'operazione con Valore Attuale Netto negativo, che avrebbe senso solo nel caso in cui fosse inserita all'interno di una più ampia strategia.

Dal caso studio è emerso come, attraverso l'utilizzo dei numeri fuzzy, sia possibile ricomprendere in sede di valutazione l'eventualità di una sovrastima, oltre che di una sottostima, delle sinergie ottenibili dall'acquisizione, fornendo all'acquirente un intervallo di potenziali valori entro cui può posizionarsi il valore effettivamente creabile dall'acquisizione.

Infatti, utilizzando il modello della stratificazione del valore secondo il metodo tradizionale, ovvero senza avvalersi dei numeri fuzzy, il Valore Attuale Netto atteso dall'operazione risulta essere positivo e quindi l'acquisizione redditizia, in quanto consente la creazione di valore per l'acquirente. Nel momento in cui sono stati utilizzati i numeri fuzzy, invece, è emerso che nel caso ci fosse stata una sovrastima delle sinergie, esse avrebbero portato ad un Valore Attuale Netto negativo e l'operazione non sarebbe più risultata conveniente. La causa è da ricercare nei valori fuzzy delle sinergie stimate, in particolare nel valore dei flussi differenziali. Difatti, è possibile notare come la maggior parte dei limiti inferiori associati ai diversi livelli di α siano di segno negativo, prova del fatto che nel caso in cui le sinergie operative e i relativi oneri fossero sopravvalutati si verificherebbe una distruzione di valore. Inoltre tali numeri presentano un intervallo per ogni livello di α molto ampio, indice dell'incertezza insita nella loro valutazione. Ciò inevitabilmente si riflette sul Valore Attuale Netto fuzzy dell'acquisizione che presenta le stesse caratteristiche.

Il caso studio ha quindi evidenziato come i numeri fuzzy facciano emergere la possibilità di un esito negativo dell'operazione che con l'approccio tradizionale non si sarebbe palesato.

Attraverso i numeri fuzzy, l'acquirente ha in mano uno strumento che gli consente di essere più consapevole sia in merito alla convenienza economica dell'operazione, che del range di prezzo entro cui può muoversi al fine di ottenere un VAN positivo.

Allo stesso modo, i numeri fuzzy si rivelano all'acquirente uno strumento utile sia nel caso di perdita per errore valutativo o per la mancata realizzazione delle sinergie attese, che nel caso di perdita calcolata ed accettata al fine di accrescere o ottenere un vantaggio competitivo: in entrambi i casi descritti, l'acquirente potrà così cercare di limitare le perdite.

Bibliografia

Beltrame F., Cappelletto R., *Valutazione finanziaria e rischio nelle piccole e medie imprese*, Giappichelli, Torino, 2013.

Bojadziev G., Bojadziev M., *Fuzzy logic for business, finance and management*, World Scientific Pub Co Inc, Singapore, 1997.

Cammarata S., *Sistemi a logica fuzzy : come rendere intelligenti le macchine*, II edizione, ETAS libri, Milano, 1997.

Carlsson C., Fedrizzi M., Fuller R., *Fuzzy logic in management*, Kluwer Academic Pub, Boston, 2004.

Coletti G., Scozzafava R., Vantaggi B., *Coherent conditional probability, fuzzy inclusion and default rules*, in Yager R., Abbasov A. M., Reformat M. Z., Shahbazova S. N. (eds), *Soft Computing: State of the Art Theory and Novel Applications. Studies in fuzziness and Soft Computing*, vol. 291, pp. 193 – 208, Springer Heidelberg, 2013.

Coletti G., Scozzafava R., *Conditional probability, fuzzy sets, and possibility: a unifying view*, *Fuzzy Sets and Systems*, 144 (2004), pp. 227-249.

Coletti G., Scozzafava R., *Conditional probability and fuzzy information*, *Computational Statistics & Data Analysis* 51, pp. 115 – 132, 2006.

Coletti G., Scozzafava R., *Probabilistic logic in a coherent setting*, *Trends in logic*, vol. 15, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.

Corazza M.; Giove S., *Fuzzy interval net present value*, *New directions in Neural Networks*, 18th Italian Workshop on Neural Networks WIRN 2008, Apolloni, Bassis, Marinaro eds., IOS press, 2009, www.researchgate.net .

Dymowa L., *Soft computing in economics and finance*, Volume 6 di *Intelligent Systems Reference Library*, Springer Science & Business Media, 2011.

Fedrizzi M., *Gli insiemi sfocati nei modelli di supporto alle decisioni*, Provincia Autonoma di Trento, Trento, 1988.

Gutiérrez I., *Fuzzy numbers and net present value*, Scandinavian Journal of Management, Volume 5, Issue 2, 1989, Pages 149-159, www.sciencedirect.com .

Jaulin L., Kieffer M., Didrit O., Walter E., *Applied interval analysis*, Springer, London, 2001.

Kosko B., *Fuzziness vs Probability*, International Journal of General System, Vol. 17, 1990, pp. 211 – 240.

Kosko B., *Il fuzzy-pensiero: teoria e applicazioni della logica fuzzy*, Baldini & Castoldi, Milano, 1995.

Mancin M., *Operazioni straordinarie e aggregazioni aziendali. Risvolti contabili, civilistici e fiscali*, Giappichelli, Torino, 2016.

Massari M., *Finanza aziendale. Valutazione*, McGraw-Hill, Milano, 1998.

Massari M., Zanetti L., *Valutazione – Fondamenti teorici e best practice nel settore industriale e finanziario*, II edizione, McGraw-Hill, Milano, 2008.

Mukaidono M., *Fuzzy logic for beginners*, World scientific Pub Co Inc, 2001.

Pizzaleo A. G., *Fuzzy logic. Come insegneremo alle macchine a «ragionare da uomini»*, Castelvechi, 2004.

Rossi E., *La finanza della crescita esterna: creazione e distruzione di valore nelle acquisizioni aziendali*, EGEA, Milano, 1999.

Scozzafava R., *The Membership of a Fuzzy Set as Coherent Conditional Probability*, in Seising R., Trillas E., Moraga C., Termini S. (eds), *On Fuzziness. A Homage to Lotfi A. Zadeh – Volume 2*, pp. 631-635, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.

Sòstero U., Ferrarese P., Mancin M., Marcon C., *L'analisi economico-finanziaria di bilancio*, Giuffrè, III edizione, Milano, 2018.

Università Ca' Foscari Venezia, Dipartimento di Management, *Politiche finanziarie e strategie di investimento*, McGraw-Hill Education, 2016.

Veronesi M., Visioli A., *Logica fuzzy. Fondamenti teorici e applicazioni tecniche*, Franco Angeli, 2001.

Zanetti L., *La valutazione delle acquisizioni: sinergie, rischio e prezzi*, EGEA, Milano, 2000.

Zimmermann H. J., *Fuzzy set theory: and its applications*, III edizione, Kluwer Academic Pub, Boston, 1996.

Sitografia

pages.stern.nyu.edu

www.academia.edu

www.amaroaverna.com

www.borsaitaliana.it

www.camparigroup.com

www.corriere.it

www.ilsole24ore.com

www.istat.it

www.kpmg.com

www.researchgate.net

www.sciencedirect.com

www.treccani.it

www.wikipedia.org

Banche dati

Bloomberg

AIDA – Analisi Informatizzata Delle Aziende

Ringraziamenti

Giunta al termine di questo percorso vorrei spendere alcune parole per ringraziare chi mi è stato vicino.

In primis, vorrei ringraziare la mia famiglia per aver creduto in me e per avermi spronata a fare altrettanto, insegnandomi che nella vita non bisogna accontentarsi ma che è importante cercare di ottenere ciò che ci rende veramente felici. In particolare, vorrei rivolgermi ai miei genitori per dire loro che probabilmente hanno ragione nel dire che i genitori perfetti non esistono, ma posso affermare con sicurezza che non avrei desiderato nessun altro al loro posto e che mi ritengo estremamente fortunata.

Vi devo tutto.

Vorrei ringraziare Davide che è stato presente anche quando ancora non me ne rendevo conto e che in quest'ultimo anno è stata sia la spalla che il braccio destro di cui avevo bisogno. Hai portato l'equilibrio che mancava nella mia vita.

Sei l'Amore con la A maiuscola che auguro a tutti di trovare.

Vorrei ringraziare Marta, compagna universitaria anche quando le nostre strade si sono divise e amica del cuore anche se a 70 km di distanza. Hai reso questo percorso uno dei più belli della mia vita. Senza di te non sarebbe stato lo stesso.

"Ad un'amica che anche se lontana rimane sempre vicino a me."

Infine, ringrazio il Professor Corazza per avermi seguita in modo impeccabile durante questo percorso e il Professor Giove per il suo indispensabile supporto.

Grazie.