



Università  
Ca' Foscari  
Venezia

*Corso di Laurea magistrale  
in Economia e Finanza*

(ordinamento ex *D.M. 270/2004*)

Tesi di Laurea

—  
Ca' Foscari  
Dorsoduro 3246  
30123 Venezia

**Titolo**

Assicurazioni R.C.A.:  
Un Modello per l'Uso  
della Scatola Nera

**Relatore**

Ch.mo Marco Tolotti

**Laureando**

Mattia Fracassi

Matricola 815923

**Anno Accademico**

2012 / 2013

## INDICE

<u>INDICE .....</u>	<u>2</u>
<u>INTRODUZIONE.....</u>	<u>4</u>
<u>1 ASSICURAZIONI.....</u>	<u>6</u>
1.1 RAMO DANNI .....	8
1.2 PREMIO PURO .....	16
1.3 CLASSI DI RISCHIO .....	19
1.4 GESTIONE DEL PREMIO .....	23
<u>2 BONUS-MALUS .....</u>	<u>26</u>
2.1 BONUS-MALUS IN ITALIA .....	34
<u>3 LA DISTRIBUZIONE DI POISSON .....</u>	<u>36</u>
3.1 PROCESSO DI POISSON OMOGENEO.....	37
3.2 PROCESSO DI POISSON INOMOGENEO .....	38
3.3 TEMPI DI ARRIVO E INTERARRIVO .....	39
3.4 DISTRIBUZIONE CONGIUNTA ARRIVAL-INTERARRIVAL TIMES .....	42
<u>4 UN MODELLO PER L'ASSICURAZIONE TELEMATICA .....</u>	<u>43</u>
4.1 LA SCATOLA NERA .....	43
4.2 IL MODELLO.....	49
4.3 LA STRUTTURA DEL MODELLO.....	57
4.4 IL MODELLO SIMULATO .....	60
4.4.1 L'ELEMENTO NUOVO .....	62
4.4.2 I RISULTATI DEL MODELLO .....	66
4.4.3 ALTRE CONSIDERAZIONI.....	68
4.4.4 UN POSSIBILE SVILUPPO .....	70

<u>CONCLUSIONE .....</u>	<u>71</u>
<u>APPENDICE 1 .....</u>	<u>73</u>
<u>RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI.....</u>	<u>76</u>
<u>RIFERIMENTI NORMATIVI .....</u>	<u>77</u>
<u>SITOGRAFIA.....</u>	<u>77</u>

## INTRODUZIONE

Quando si parla di assicurazione di Responsabilità Civile Auto, la prima cosa che viene in mente al possessore di un veicolo a motore è la cifra spesso elevata che ogni anno (o comunque all'inizio di ogni periodo di copertura) deve obbligatoriamente versare e che, in situazioni di difficoltà economica (per esempio quella attuale), risulta essere un onere rilevante, anche nel bilancio familiare<sup>1</sup>. Tutto questo fa nascere un'esigenza di flessibilità degli importi, che comporti un allineamento del prezzo pagato con le reali esigenze dei clienti, oltre che con il loro stile di guida. Tecnicamente parlando, l'esigenza si può leggere come una implicita richiesta di diminuzione dell'effetto "solidarietà" tra i vari soggetti che sottoscrivono un contratto di assicurazione con la stessa compagnia. Attualmente, infatti, i premi sono configurati in modo tale da premiare i cattivi guidatori, i quali si trovano a pagare meno di quello che sarebbe equo, rispetto al loro grado di rischio. Succede esattamente l'opposto per i buoni guidatori, che di fatto compensano l'altra categoria. In questo modo si viene a formare un circolo vizioso per cui i guidatori con uno stile pericoloso non sono incentivati a migliorarlo, poiché i costi della cattiva guida vengono in larga parte scaricati sulla collettività. Facciamo inoltre notare che lo stile pericoloso viene individuato solo se si verifica il sinistro<sup>2</sup>.

Il contributo che si cerca qui di dare parte dal presupposto che ognuno deve farsi carico del costo del proprio rischio (quantomeno della maggior parte di esso). Questo non significa che deve essere

---

<sup>1</sup> Pensiamo immediatamente a quelli che rimangono senza lavoro, e non hanno nemmeno le possibilità economiche per rinnovare la polizza.

<sup>2</sup> Oltretutto, l'individuazione dei soggetti è del tutto approssimativa perché anche soggetti con un buono stile possono avere degli incidenti, sebbene la probabilità, rapportata al rischio, sia in realtà minore.

cancellato il principio di solidarietà, fondamentale quando si parla di assicurazioni, ma solo che il suo effetto deve essere mitigato e sfruttato in larga parte per le situazioni eccezionali<sup>3</sup>. Questa caratteristica sembra possa creare un circolo virtuoso per cui ognuno è valorizzato pienamente per il modo in cui si comporta.

Purtroppo, attualmente sul mercato esistono pochi esempi di contratti che seguono questa logica, e sono perlopiù marginali, ma vi è comunque evidenza (anche da parte della Comunità Europea) che questa è la via maestra perseguita. Ciò che esiste invece è il dispositivo chiamato “scatola nera”, che ha la possibilità di rilevare in tempo reale una serie ampia di dati, utili a valutare gli assicurati. Il lavoro seguente è fondato sulle possibilità dell’innovativo dispositivo, in quanto si cercherà, dopo un’analisi degli elementi matematici e tecnici fondamentali per la costruzione della polizza, di fornire un modello il più possibile realistico ed efficace, che sfrutti le rilevazioni fatte. Inoltre si proverà a fornire alcuni suggerimenti per studi futuri secondo due linee principali: in primis su quali dati può avere senso catturare e in secundis su come possono essere rilevati i dati.

---

<sup>3</sup> Con eccezionali ci si vuole riferire ai casi in cui, sebbene il comportamento abituale sia corretto, si verificano dei sinistri anche molto onerosi dal punto di vista economico.

# 1 ASSICURAZIONI

Ogni volta che utilizziamo la parola assicurazione, ci riferiamo ad una tutela contro eventi aleatori, che possono verificarsi durante la vita di una persona. Alcuni tipi di assicurazione hanno carattere obbligatorio (per esempio la R.C. Auto, per poter circolare con l'automobile), altre sono facoltative e vengono stipulate da parte di un soggetto che ritiene conveniente proteggersi dall'esposizione ad alcuni rischi a cui si sente soggetto (parliamo di molte delle assicurazioni del ramo vita e non solo, per esempio per tutelare gli eredi del contraente che va incontro al decesso). Il denominatore comune rimane sempre il carattere aleatorio degli eventi rischiosi, difficilmente fronteggiabili autonomamente dal soggetto che sceglie di assicurarsi.

In questo ambito ha senso la presenza di imprese di assicurazione che hanno la funzione di accollarsi un gran numero di rischi dello stesso tipo in cambio di pagamenti relativamente ridotti, ma da parte di molti di soggetti. Le somme accumulate permettono di fronteggiare efficacemente il verificarsi degli eventi aleatori senza finire in rovina. Naturalmente, il poter sopperire alle richieste di pagamento senza conseguenze negative dipende dalla bontà delle stime fatte in precedenza sul rischio realmente presente. I crescenti volumi di contratti stipulati con analoghe caratteristiche aiutano la precisione delle stime da parte dell'impresa. Ricordiamo che per quanto i conti possano essere precisi non determinano mai ciò che effettivamente accade nella realtà ma hanno carattere di "supposizione", la quale può verificarsi con probabilità più o meno elevata. Perciò le imprese di assicurazione rimangono comunque

soggette a un rischio (seppur piccolo) di non riuscire ad adempiere ai pagamenti richiesti<sup>4</sup>.

L'attività assicurativa ha la peculiarità di avere un ciclo di produzione invertito rispetto alle altre attività. Infatti, i ricavi sono anticipati rispetto ai costi poiché sono questi che permettono di effettuare i pagamenti richiesti dal verificarsi dei rischi. Se ci immaginiamo un bilancio, dovremo dare un nome alle poste che troviamo al passivo e queste vengono chiamate riserve tecniche. Esse determinano la quantità di impegni che l'assicuratore ha nei confronti della massa degli assicurati. Il senso delle riserve tecniche nasce dallo sfasamento tra le prestazioni dell'assicuratore rispetto a quelle dei clienti. Questi ultimi esauriscono il loro impegno nel momento della stipula del contratto, con il pagamento del premio<sup>5</sup> richiesto per il trasferimento dei rischi per un certo periodo di copertura. Al contrario, il vincolo dell'assicuratore prosegue per tutto il tempo per cui è stato sottoscritto il contratto<sup>6</sup>. Il concetto di riserva nasce proprio dalla parte di impegno che rimane a carico dell'assicuratore. Le riserve portano con sé varie criticità legate all'aleatorietà della frequenza dei sinistri e della onerosità degli stessi dal punto di vista economico, ma legate anche all'incertezza sul momento della liquidazione<sup>7</sup>. Le riserve tecniche vanno distinte quindi in varie sottocategorie e ognuna di queste ha una funzione specifica. Dato lo scopo della trattazione ci riferiremo in particolare

---

<sup>4</sup> Per la legge dei grandi numeri, più aumentano i contratti, più è probabile che le stime si verifichino. Tuttavia, per avere la certezza che la probabilità effettivamente sia realizzata, è necessario un numero infinito di contratti che non è possibile avere nella realtà.

<sup>5</sup> Così viene chiamato il corrispettivo versato.

<sup>6</sup> Se parliamo di assicurazioni per infortunio permanente, possiamo anche avere dei pagamenti che proseguono per tutta la vita del contraente che ha subito l'incidente (vedi Pitacco (2009), cap.4).

<sup>7</sup> Per completezza vanno inoltre considerati i sinistri avvenuti e non ancora denunciati, che non sono quindi a bilancio anche se avvenuti dopo la chiusura di questo.

alle riserve del ramo danni, rimandando ad altri testi per ciò che riguarda il ramo vita<sup>8</sup>.

Quando parliamo di assicurazioni, è necessario fare immediatamente una netta distinzione tra i due ambiti principali di cui il settore si occupa: in particolare parliamo di ramo “danni” e ramo “vita”. Dal punto di vista attuariale, il modo di trattare i due rami è profondamente diverso perché ci si occupa aspetti differenti: in linea generale pensiamo che le assicurazioni danni hanno un orizzonte temporale breve (di solito 6 mesi – 1 anno) e si configurano come pagamenti anticipati da parte di un soggetto assicurato in cambio di tutela contro eventuali sinistri che si possono verificare nel corso del periodo di interesse; dall’altro lato abbiamo il ramo “vita”, nel quale l’orizzonte temporale è più lungo, caratterizzato di solito da una serie di pagamenti periodici dell’assicurato che porteranno in futuro ad una rendita, subordinata all’accadimento di eventi aleatori<sup>9</sup>.

## 1.1 RAMO DANNI

Con il termine “ramo danni”, ci riferiamo a tutte quelle assicurazioni che offrono tutela al sottoscrittore (persona o organizzazione) contro una perdita o da un danno che può subire o che può causare (in maniera involontaria) a terzi. La caratteristica della protezione è che questa diventa operativa se il sinistro segue

---

<sup>8</sup> Le riserve tecniche del ramo vita sono: riserva matematica, riserva per somme da pagare, riserva per spese future. Per un approfondimento vedi Cappiello (2008).

<sup>9</sup> L’aleatorietà in questo caso può essere di due tipi: aleatorietà in quanto tale, nel senso che l’evento che porta ai pagamenti da parte dell’assicuratore può verificarsi o meno (per esempio la sopravvivenza o meno del soggetto nel periodo in cui viene pagata l’assicurazione), oppure un’aleatorietà legata al tempo dove è stabilito che i pagamenti da parte dell’assicurazione avverranno, solo che non è conosciuta l’epoca di inizio, in quanto l’evento può verificarsi in un intervallo di tempo più o meno esteso. Per approfondimenti sul ramo vita delle assicurazioni vedi Pitacco (2009).

delle modalità specifiche, stabilite dal contratto<sup>10</sup>. Le assicurazioni che rientrano in questo ramo risultano essere le più diffuse poiché alcune di queste (ed in particolare una) sono obbligatorie in Italia: stiamo parlando della R. C. Auto, come già detto precedentemente. Perché un veicolo possa immettersi in modo non abusivo nella circolazione, deve essere in possesso di questo tipo di copertura<sup>11</sup>, senza alcuna eccezione.

Come abbiamo già accennato sopra, dal punto di vista della gestione delle imprese di assicurazione, ricoprono un ruolo fondamentale le riserve tecniche, cioè le somme poste per far fronte ai sinistri effettivamente accaduti. Per quanto concerne questo ramo, possiamo ricondurle a due aspetti specifici: la cadenza dei contratti che, pur essendo spesso annuale, non coincide quasi mai con l'anno di bilancio e la durata dell'impegno, che non si esaurisce con lo scadere della polizza, poiché, ad esempio, la liquidazione del sinistro non avviene mai in concomitanza con il suo verificarsi, ma spesso il lasso di tempo che intercorre è rilevante (possono anche passare anni). Le riserve per il ramo danni si suddividono in alcune categorie che hanno un ruolo specifico nell'ambito della copertura: la riserva premi, la riserva sinistri, le riserve di perequazione, e altre riserve (la riserva di senescenza e la riserva per partecipazione agli utili e ristorni).

La riserva premi si configura come quella quota di premi contabilizzati che sono riferiti all'esercizio (o esercizi) successivo, in quanto la durata delle assicurazioni non coincide con l'anno di bilancio. Dobbiamo in questo caso andare oltre il principio di

---

<sup>10</sup> Prendiamo per esempio un'assicurazione contro l'incendio della casa. Se la casa subirà dei danni dovuti ad eventi naturali l'assicurazione non è tenuta a coprire il danno.

<sup>11</sup> Se sprovvisti si va incontro a sanzione amministrativa e sequestro del veicolo.

competenza (pur tenendolo in considerazione), poiché, ponendoci dal punto di vista tecnico-assicurativo, i sinistri non sono uniformemente distribuiti nell'arco dell'anno. La riserva serve a fronteggiare i costi incontrati, per i quali si erano precedentemente conseguiti i relativi ricavi. Se consideriamo l'uguaglianza<sup>12</sup>:

$$Pcp = Pc + Rp1 - Rp2$$

Pcp= premi di competenza

Pc= premi contabilizzati

Rp1= riserva premi esercizio precedente

Rp2= riserva premi esercizio di bilancio

L'elemento più importante dei ricavi è dato dai premi di competenza e questi risentono in maniera rilevante del valore attribuito alla riserva premi. Ricordiamo che vi sono di conseguenza norme specifiche per il calcolo della riserva premi, che consentono di mantenere l'equilibrio tecnico<sup>13</sup>.

La riserva sinistri ha uno scopo diverso dalla riserva premi (che è vista come un accantonamento volto ad attribuire i premi incassati al giusto anno di bilancio), ed in particolare quello di accantonare risorse per sinistri già avvenuti ma non ancora pagati. Perciò ha carattere di debiti già formati, anche se ancora non è conosciuto il valore effettivo delle somme da liquidare. Sono compresi negli oneri i sinistri avvenuti e non ancora liquidati, quelli liquidati e non ancora pagati e quelli avvenuti e non ancora denunciati. Naturalmente, ci riferiamo a stime perché in molti casi i pagamenti non sono ancora determinati nel loro ammontare. La loro valutazione, fatta in base a statistiche più o meno affidabili (dovute

---

<sup>12</sup> L'uguaglianza è presa da Cappiello (2008).

<sup>13</sup> Vedi Cappiello (2008), capitolo terzo.

anche alla bravura dei tecnici incaricati), è soggetta a molti elementi incerti perciò non vi è una metodologia di calcolo stringente come per la riserva premi, ma solo alcuni elementi da considerare nella stima. Ricordiamo che vi sono vari elementi che aumentano di molto l'incertezza legata alle somme da accantonare (per esempio la gravità del danno, il tempo per arrivare a liquidazione, etc.) e un'efficiente gestione tecnica può ridurre di molto questa aleatorietà.

Le riserve di perequazione hanno la caratteristica di accantonamenti pluriennali per rischi con grande variabilità, non compresi nelle previsioni precedenti. Parliamo di quegli accadimenti poco frequenti che possono compromettere il funzionamento dell'impresa, come ad esempio le calamità naturali. Sono difficilmente prevedibili e per questo vengono valutate in maniera estremamente prudentiale e sono oggetto molte volte di operazioni di riassicurazione e coassicurazione<sup>14</sup>.

Le altre riserve citate si occupano di alcuni contratti specifici del ramo danni che esulano dallo scopo della trattazione e rimandiamo quindi a testi che se ne occupano più diffusamente<sup>15</sup>.

Ora che abbiamo parlato del ramo danni dal punto di vista aziendalistico attraverso le quantità da iscrivere a bilancio, cercheremo di capire in generale come questo possa essere calcolato e gestito efficacemente da parte dell'impresa di assicurazione.

---

<sup>14</sup> Riassicurazione: quando un'impresa di assicurazione non è in grado di gestire dei rischi specifici, può trasferirli, a fronte di un pagamento, ad altre imprese che possono occuparsene più efficacemente. Questo risulta essere di fatto un servizio aggiuntivo, volto ad agevolare le richieste dei propri clienti.

Coassicurazione: suddivisione in quote di un rischio da parte di più imprese assicuratrici che saranno tenute a pagare, appunto, solo la quota assunta e non tutto l'ammontare.

<sup>15</sup> Vedi Cappiello (2008). Pag. 110 – 112.

Anzitutto dobbiamo dire che, in linea teorica, possiamo determinare la quantità:

$$\Pi = P_{equo} + \text{caricamento di sicurezza}$$

dove  $\Pi$  è il premio puro, cioè il valore richiesto dall'assicuratore, in modo che possa far fronte ai pagamenti aleatori dovuti agli assicurati;  $P_{equo}$  è invece il valore atteso della somma dei risarcimenti aleatori dovuti ad un assicurato che ha sottoscritto un contratto con la compagnia di assicurazione; il *caricamento di sicurezza* si configura come la differenza tra i due termini precedenti, cioè la quantità in più richiesta per la gestione. Tuttavia, per arrivare alla somma effettivamente versata dal contraente dobbiamo aggiungere le spese di amministrazione. Ricordiamo infine che al valore trovato andranno aggiunte le tasse, secondo le modalità stabilite dalla legge.

Il pagamento del premio (in questo caso di tariffa), come abbiamo detto, serve a tutelarsi contro la possibilità di avere danni di valore molto superiore al valore pagato annualmente (o secondo altra scadenza). Se noi però ci mettiamo nei panni dell'assicuratore, avremo un valore aleatorio  $X_j$  che rappresenta il danno e un valore  $Y_j$  per il risarcimento. Possiamo quindi stabilire che:

$$Y_j = \phi(X_j)$$

Per cui il valore del risarcimento è funzione del danno, con il vincolo  $Y_j \leq X_j$ , poiché il risarcimento non può essere maggiore del danno totale. Teniamo conto che, se consideriamo  $V$  il valore totale del bene assicurato, questa quantità può essere oggetto di assicurazione ma l'assicurazione può esser fatta anche per un

valore minore di  $V$  (che possiamo chiamare  $V^I$ ). Inoltre consideriamo che può essere utile individuare un valore di massima perdita probabile (MPL: maximum probable loss), che potrà essere utilizzato per stabilire una quantità massima di risarcimento. Questo è un caso di sottoassicurazione, poiché il risarcimento massimo sarà inferiore al valore  $V$  del bene. È utile qui ricordare che le assicurazioni di responsabilità civile (da ora in poi R.C.) non sono riferite ad uno specifico bene perciò non potremo fare riferimento alla quantità  $V$ , poiché il danno causato potrebbe essere di entità decisamente maggiore. Vi sono comunque varie tipologie di risarcimento per le quali si può optare, perciò ne daremo conto di seguito:

- Possiamo avere un'assicurazione che copre il valore totale del bene (come già accennato), perciò avremo che  $Y = X$ . Questa viene chiamata copertura a valore intero o a garanzia illimitata se ci riferiamo ad assicurazioni R.C.
- Se il contraente assicurato non vuole trasferire tutto il rischio a suo carico, può trasferirne solo una parte perciò avremo:  $Y = \theta X$  con  $0 \leq \theta \leq 1$  e di conseguenza  $(1 - \theta)$  è chiamata aliquota di scoperto. Se parliamo di danni alla proprietà  $\theta = \frac{V^I}{V}$  (con  $V^I < V$ , altrimenti cade l'idea di sottoassicurazione); per quanto riguarda le R.C. invece  $\theta$  è stabilito a livello contrattuale.
- Un'ulteriore configurazione del risarcimento può essere data da  $Y = \min(X, M)$ , per cui  $M$  è il limite di risarcimento (spesso stabilito in relazione a MPL) quando ci riferiamo a danni alla proprietà (è scontato che  $M < V$ ), mentre è il massimale di copertura per quanto riguarda le R.C.

- Infine abbiamo il caso di copertura chiamata a “primo rischio relativo”. La configurazione dei risarcimenti dovuti è:

$$Y = \begin{cases} \min(X, M) & \text{se } V^I \geq V \\ \min(\theta X, M) & \text{se } V^I < V \end{cases}$$

$V^I$  funge da franchigia, cioè l'importo minimo che deve essere superato perché l'assicuratore si accoli il rischio totale<sup>16</sup> (in questo caso il risarcimento sarà comunque limitato al valore  $M$ , come visto precedentemente).

La determinazione dei premi viene fatta da parte di ogni assicuratore definendo anzitutto un valore del risarcimento totale per i sinistri avvenuti nel periodo contrattuale in oggetto:

$$S = \sum_{j=0}^N Y_j$$

per stabilire il premio equo dobbiamo determinare:

$$P_{equo} = E(S)$$

per quello che concerne il premio puro avremo che:

$$\Pi = H(S)$$

dove  $H$  è un funzionale che associa un numero reale ( $\Pi$ ) a ogni possibile distribuzione della v.a.  $S$ . La determinazione di questo valore risulta essere molto complicata, perciò è più conveniente procedere attraverso  $P_{equo}$ , che necessita della conoscenza di alcuni valori sintetici della distribuzione, cioè  $E(S)$  e  $var(S)$ .

Nonostante sia relativamente meno complicato determinare  $P_{equo}$ , non possiamo dire che trovare il valore giusto sia semplice.

---

<sup>16</sup> Esistono varie configurazioni di franchigia per le quali rimandiamo a Pitacco (2009).

Infatti, la determinazione di  $S$  comporta dei problemi di duplice natura: in primis è difficile conoscere l'entità dei risarcimenti, inoltre non è conosciuto a priori il numero di sinistri. A questo proposito, è necessario fare delle ipotesi semplificatrici che ci aiutino nel calcolo:

- Per ogni determinazione  $n$  di  $N$ , i valori  $Y_j = Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  sono tra loro stocasticamente indipendenti e hanno uguale distribuzione di probabilità;
- $Y_1, Y_2, \dots$  e  $N$  sono stocasticamente indipendenti<sup>17</sup>.

Data la prima ipotesi, possiamo scrivere

$$E(Y_j) = E(Y) \text{ per } j = 1, 2, \dots$$

questo mi indica che  $Y$  ha una distribuzione di probabilità uguale a  $Y_j$ . Inoltre stabiliamo che per  $n = 1, 2, \dots$

$$p_n = \Pr(N = n)$$

Date queste premesse possiamo determinare  $E(S)$  come

$$E(S) = \sum_{n=0}^{+\infty} p_n E(S | N = n) = \sum_{n=1}^{+\infty} p_n \sum_{j=1}^n E(Y_j | N = n) = \sum_{n=0}^{+\infty} p_n n E(Y)$$

Il passaggio è reso possibile per le due ipotesi iniziali<sup>18</sup>.

Concludendo, avremo che

$$\sum_{n=0}^{+\infty} p_n n E(Y) = E(N) E(Y) = E(S)$$

quindi il valore atteso del risarcimento è uguale al numero di sinistri moltiplicato per l'entità di ogni singolo sinistro. Questo risultato è molto importante perché è il punto di partenza dal quale determinare

<sup>17</sup> Sarebbe più realistico pensare che con il crescere di  $N$  si riduca  $Y_j$ .

<sup>18</sup> Dalla seconda ipotesi ricaviamo che  $E(Y_j | N = n) = E(Y_j)$

un modello (con qualche elemento di complessità in più) che possa risultare efficace per il calcolo del premio di una qualsiasi assicurazione.

## 1.2 PREMIO PURO

Ora che abbiamo trovato un modo, seppur semplificato, per calcolare il premio equo, cerchiamo di analizzare un po' più nel dettaglio il premio puro. Vi sono dei principi che vanno rispettati per il calcolo di quest'ultimo e sono:

1. Principio del valore atteso:

$$\Pi = (1 + \alpha)E(S)$$

con  $\alpha > 0$ ; la formula è molto semplice e mi dice che il valore del premio è interamente racchiuso nel valore atteso dei risarcimenti. La quantità  $\alpha$  incorpora il caricamento di sicurezza, che è rapportato anch'esso a  $E(S)$ ;

2. Principio della varianza:

$$\Pi = E(S) + \lambda var(S)$$

In questo caso abbiamo una quantità che viene aggiunta a  $E(S)$  ed è caratterizzata per il fatto che tiene in considerazione il rischio associato al valore  $S$ . La quantità sarà quindi proporzionale al rischio;  $\lambda$ , ancora una volta, è positivo perché, per non incorrere in rovina certa, il valore del premio non può essere inferiore a  $E(S)$ ;

3. Principio dello scarto quadratico medio:

$$\Pi = E(S) + \beta \sigma(S)$$

lo scarto quadratico medio deriva dalla varianza ed è a sua volta una misura del rischio; il vantaggio sta nel fatto che la formula è di più facile lettura<sup>19</sup>;

4. Principio dell'utilità attesa

$$E[u(\Pi - S)] = 0$$

5. Principio del percentile: se consideriamo uno qualsiasi dei percentili  $\varepsilon$

$$Pr[S > \Pi] = \varepsilon$$

e se stabiliamo  $F$  come funzione di ripartizione avremo che

$$1 - F(\Pi) = \varepsilon$$

in questo caso  $\varepsilon$  si configura come la probabilità di subire una perdita sul singolo contratto, perciò verrà fissato  $\Pi$  per trovare un valore desiderato di  $\varepsilon$ . La soluzione esiste ed è unica perché sceglieremo una conveniente funzione di ripartizione che sarà monotona crescente.

I Principi sopra elencati soddisfano delle proprietà che sono importanti per il loro utilizzo:

I. Positività del caricamento di sicurezza:

$$H(S) > E(S)$$

II. Additività:

$$H(S_1 + S_2) = H(S_1) + H(S_2)$$

questa proprietà vale quando  $S_1$  e  $S_2$  sono stocasticamente indipendenti; avendo dei rischi che sono indipendenti la somma non va ad influire sulla misura del premio;

III. Traslatività:

$$H(S + c) = H(S) + c$$

con  $c$  reale; la costante va sommata al premio calcolato;

---

<sup>19</sup> Per la varianza il coefficiente  $\lambda$  ha una dimensione (pari al reciproco di un importo) mentre, più semplicemente  $\beta$  è adimensionale.

IV. Omogeneità di importo:

$$H(aS) = aH(S)$$

questa proprietà comporta che la crescita del premio sia proporzionale anche per somme molto alte. Nella realtà questo non accade e i modelli utilizzati spesso utilizzano una proporzionalità “a tratti” (vedi Grafico 1.1<sup>20</sup>).

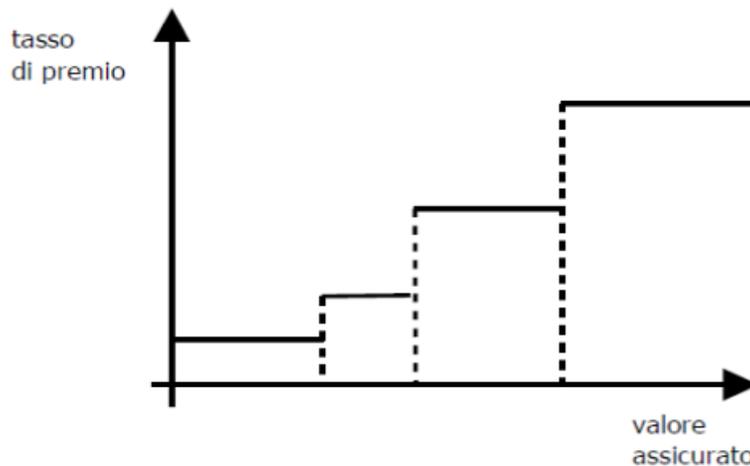


GRAFICO 1.1: il grafico riporta la proporzionalità a tratti, per cui il tasso di premio varia al raggiungimento di alcune soglie.

I precedenti principi per il calcolo del premio non rispettano tutte le proprietà elencate, ma solo una parte di esse. La griglia sottostante schematizza questo aspetto:

Principio/ Proprietà	I.	II.	III.	IV.
1.	Si	Si	No	Si
2.	Si	Si	Si	No
3.	Si	Si	Si	No
4.	-	-	-	-
5.	No	Si	Si	Si

TABELLA 1.1: la tabella riporta le proprietà rispettate dai cinque diversi principi elencati. Il principio dell'utilità si discosta dagli altri e non viene valutato secondo le proprietà.

<sup>20</sup> Il grafico è ripreso da Pitacco (2009), cap. 4.5.

Dalla tabella rileviamo che i principi 2. e 3. hanno le stesse proprietà, essendo il principio dello scarto quadratico medio solo una semplificazione del calcolo; per il principio dell'utilità attesa (che si discosta un po') non possiamo riferirci alle proprietà elencate; nel principio del percentile dovremo fare attenzione che il caricamento sia positivo, per non incorrere in un errore di tipo logico (se il premio risulta minore di quello equo avremo il necessario fallimento dell'impresa).

### 1.3 CLASSI DI RISCHIO

Adesso che abbiamo capito come calcolare in via teorica il premio equo e puro, dobbiamo occuparci di un altro elemento importante, le classi di rischio. Siccome la pluralità degli individui è vasta, ai fini del calcolo del premio, vi sono delle caratteristiche rilevanti che differiscono tra soggetti diversi. Lo scopo dell'impresa di assicurazione è di suddividere la popolazione in "classi" che siano al loro interno omogenee rispetto ad alcuni criteri<sup>21</sup>. Siccome la differenza tra le classi sarà data da una diversa esposizione a rischi (che possano compromettere l'attività assicurativa), è compito dell'impresa definire dei fattori di rischio e individuare per ognuno di questi le modalità di suddivisione. Se consideriamo due fattori di rischio, i quali si suddividono in  $c_1$  e  $c_2$  modalità, avremo:

$$c = c_1 c_2$$

---

<sup>21</sup> Ricordiamo che questo è possibile perché vi è un gran numero di contratti che permette di avere delle classi con molti soggetti all'interno, altrimenti questa operazione risulterebbe inefficace.

con  $c$  che rappresenta il numero di classi di rischio<sup>22</sup>. Avendo definito fattori e modalità di questi, non ci rimane che abbozzare un modello di tariffazione in base a questi elementi. In particolare, l'obiettivo sarà quello determinare un coefficiente  $\rho$ , il quale tenga conto delle informazioni sui fattori di rischio. Tornando al semplice modello precedente e avendo

- $\rho$ : tasso di premio medio
- $\rho_{ij}$ : tasso di premio specifico, con  $i = 1, 2, \dots, c_1$  e  $j = 1, 2, \dots, c_2$

possiamo stabilire un legame con il tasso di premio, che sarà determinato da una forma funzionale specifica.

Accenniamo a due modelli abbastanza semplici:

1. Modello Additivo:

$$\rho_{ij}^I = \rho + \alpha_i + \beta_j$$

in questo caso ogni modalità del fattore di rischio ha effetti particolari, che vanno a sommarsi al valore medio del tasso di premio; notiamo che le modalità di ogni fattore operano autonomamente;

2. Modello Moltiplicativo:

$$\rho_{ij}^I = \gamma_i \delta_j \rho$$

le modalità vengono moltiplicate per il tasso di premio. Questo modello è comunemente utilizzato per le assicurazioni R.C. Auto.

Ricordiamo che la tariffa non rimane fissa ma varia perché variano le modalità attribuite ad ogni singolo soggetto<sup>23</sup>, le quali sono legate all'esperienza fatta da parte dell'impresa su di esso.

---

<sup>22</sup> Se vi sono casi di incompatibilità tra le modalità avremo un valore di classi di rischio  $c^I < c$ .

<sup>23</sup> Le tariffe variano per una moltitudine di elementi, comunque il passaggio da una modalità all'altra si nota in sede di rinnovo di assicurazione.

Il cambio di tariffazione in base all'esperienza merita qualche approfondimento in più. Nel momento in cui parliamo di premio di esperienza, ci riferiamo al fatto che il passare del tempo ha effetti sui contratti assicurativi in essere. Infatti, la tariffa applicata cambia nel corso degli anni, in base alla modifica delle caratteristiche dell'assicurato. Essa cambia anche perché, mentre all'inizio l'impresa deve rifarsi a informazioni mutate da altri assicuratori, con la crescita dell'esperienza sugli assicurati può creare un proprio database che gli permette di avere informazioni molto più precise su contraenti e contratti. Se definiamo il premio equo (mutuandolo da un altro assicuratore)  $\Pi^I$ , all'inizio avremo un valore di premio pari a

$$\bar{\Pi}_0 = \Pi^I$$

molto semplicemente il valore medio sarà in valore di partenza determinato da altri. Dopo un certo periodo, però, il portafoglio comincerà ad assumere una dimensione propria, con sinistrosità specifica, passando da  $\bar{\Pi}_0$  a  $\bar{\Pi}_1$ , determinato in base alla struttura di portafoglio. Possiamo avere una struttura del tipo:

$$\bar{\Pi}_1 = \alpha_1 \Pi_1 + (1 - \alpha_1) \Pi^I \quad \text{con} \quad 0 < \alpha_1 \leq 1$$

In questo caso notiamo che  $\alpha_1$  mi dice il peso che devo attribuire alle mie informazioni e che quindi devo togliere alle informazioni che già avevo. Se pensiamo ai due casi estremi, con  $\alpha_1 = 0$  torniamo al caso iniziale dove l'impresa era senza informazioni proprie; invece, con  $\alpha_1 = 1$  scompare il termine mutuato e l'assicurazione si basa solo sull'andamento sinistroso avuto nei propri contratti. Naturalmente sembra sensato pensare a un coefficiente  $\alpha_k$  piccolo nei primi anni che va crescendo con l'aumento di esperienza. Possiamo allora scrivere il modellino come:

$$\bar{\Pi}_k = \alpha_k \Pi_k + (1 - \alpha_k) \Pi^l \quad \text{con} \quad 0 < \alpha_k \leq 1$$

chiameremo  $\bar{\Pi}_k$  tasso di premio di esperienza; è plausibile quindi pensare che  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_k$ , quindi in aumento con l'esperienza acquisita.  $\alpha_k$  è denominato fattore di credibilità e nel caso  $\alpha_k = 1$  avremo la piena credibilità, perciò la dimensione del portafoglio sarà sufficiente da bastare da sola. L'arricchimento delle informazioni deve avvenire secondo dei criteri prestabiliti, con formule di adeguamento che tengono conto delle quantità legate all'esperienza di sinistrosità. Se consideriamo:

$$\bar{n}_k = \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_k}{k}$$

dove  $\bar{n}_k$  è il numero medio di sinistri per anno calcolato nell'anno  $k$ . Possiamo considerare diverse funzioni, per esempio:

$$\bar{\Pi}_k = f(\Pi^l, \bar{n}_k)$$

con  $f$  funzione crescente con  $\Pi^l$  e  $\bar{n}_k$ . Tuttavia possiamo avere anche una funzione dove l'esperienza considerata riguarda solo l'ultimo anno di contratto  $n_k$ . Prendiamo in considerazione infine la funzione

$$\bar{\Pi}_k = g[\Pi^l, n_k, \phi(n_1, n_2, \dots, n_{k-1})]$$

quest'ultima ha la particolarità di considerare una funzione  $\phi$ , che racchiude all'interno (in maniera pesata) le informazioni riguardanti i sinistri dei periodi da  $n_1$  a  $n_{k-1}$ . I sistemi Bonus-malus delle assicurazioni R.C. spesso si rifanno a questo modello, come vedremo successivamente (si veda Cap. 2).

## 1.4 GESTIONE DEL PREMIO

Ci sembra ora opportuno dare conto brevemente dei costi ai quali un'assicurazione danni deve sopperire, tramite il pagamento dei premi. A questo proposito chiamiamo  $\Pi^T$  il valore totale dei premi che entrano nell'impresa (comprese le tasse) e che servono a sostenere i costi (ed eventualmente remunerare gli imprenditori). Con questo importo si deve:

- Pagare gli agenti che si occupano della vendita di polizze. Ciò avverrà al tempo  $t = 0$ , tramite una parte dei premi totali che possiamo stabilire essere  $\alpha\Pi^T$ ;
- Sostenere le spese di gestione, che possono essere determinate in base a un coefficiente  $\beta$ . Questo tipo di spese vengono sostenute nel arco di tempo dell'anno con continuità; perciò possiamo scrivere  $\beta\Pi_t^T$  con  $0 < t < 1$ ;
- Prevedere delle somme per i danni non ancora denunciati.

Alla fine potremmo avere un valore di premio (al netto delle spese sopra indicate):

$$\Pi(t) = \Pi^T(1 - \alpha - \beta t)$$

dove  $0 \leq t \leq 1$ , a seconda del momento temporale all'interno dell'anno in cui ci troviamo. Possiamo anche definire

$$D(t) = \Pi(t) - S(t)$$

dove  $D(t)$  sono le disponibilità in un certo momento  $t$  mentre  $S(t)$  rappresenta il danno cumulato fino al momento  $t$ . Ricordiamo che questi valori sono poco realistici perché supponiamo che i danni vengano pagati in maniera uniforme e continua (questo non accade nella realtà).

Avendo dato la definizione di disponibilità, possiamo tornare, tramite questa, a un concetto già espresso in precedenza (anche se dal punto di vista aziendalistico): la riserva premi. Infatti, essendo in un certo momento temporale  $t$ , in cui le risorse disponibili sono  $D(t)$ , dobbiamo tenere conto dell'intervallo che va da  $t$  a 1, in cui vi saranno delle richieste di risarcimento. Questo dà senso alla riserva premi, predisposta per sopperire ai sinistri che dovranno essere pagati tra  $t$  (momento dell'anno in cui siamo) e la fine dell'anno. Possiamo definire la riserva premi:

$$R_{\Pi}(t) = (1 - t)\Pi^T(1 - \alpha) = (1 - t)\Pi_0 \quad \text{con } 0 \leq t \leq 1$$

In base al valore della riserva premi stabiliamo quindi il guadagno dell'impresa<sup>24</sup>:

$$G(t) = D(t) - R_{\Pi}(t) \quad \text{con } 0 \leq t \leq 1$$

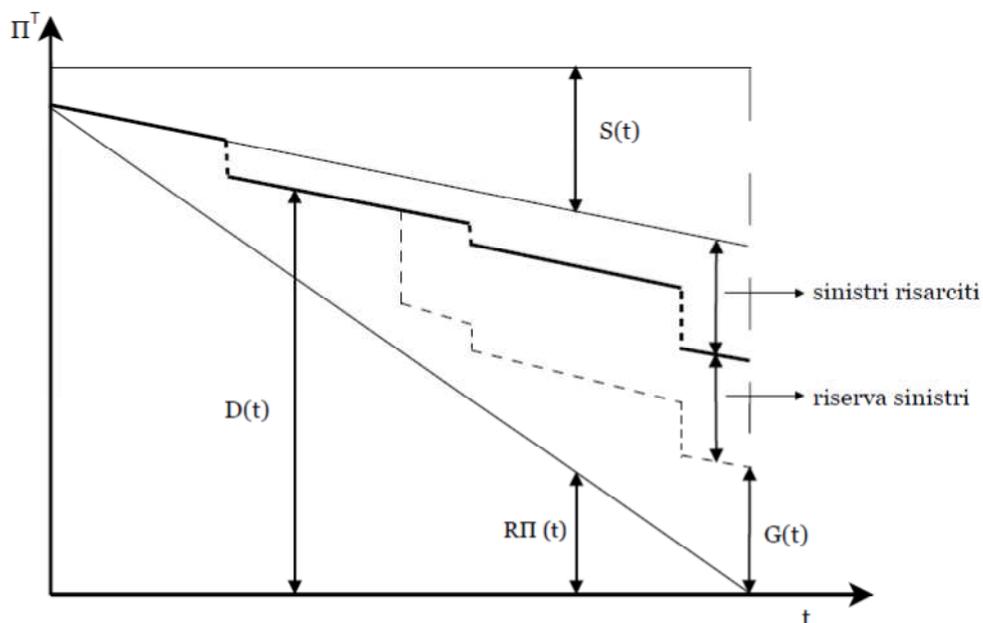


GRAFICO 1.2: sono rappresentate qui tutte le quantità che vanno a formare il valore del premio  $\Pi^T$ .

<sup>24</sup> Il guadagno si verifica se il valore della riserva premi è corretto in quanto parliamo di eventi che devono ancora realizzarsi.

Il Grafico 1.2 rappresenta la collocazione di tutte le grandezze fondamentali che hanno a che fare col premio. Pur essendo molto semplice da capire, lo schema merita qualche precisazione. La riserva sinistri, come abbiamo visto, è data da accantonamenti dell'impresa e andrà a incidere sulle disponibilità in un momento futuro, quando saranno realizzati i suoi effetti. Per questo il valore  $D(t)$  viene ridotto. Potrebbe anche capitare che, per gli accantonamenti (il valore della riserva sinistri segue delle regole di calcolo), possiamo avere  $G(t)$  sempre più eroso, fino a diventare negativo. In questo caso avremo una perdita da parte dell'assicurazione che, se effettivamente verificata, in futuro richiederebbe capitale per sopperirne (capitale che abbiamo accantonato). Naturalmente, ricordiamo che qui parliamo di un orizzonte annuale: se questo si ripettesse più volte si andrebbe verso la rovina dell'assicurazione<sup>25</sup>.

Qui si chiude la parte dedicata alla assicurazione danni. Ora andremo a sviluppare la fattispecie dell'assicurazione auto, che afferisce più direttamente alla trattazione.

---

<sup>25</sup> Diciamo che ci possono essere delle tipologie di contratto che presentano delle perdite, ma devono essere controbilanciate da altre categorie che portano a dei guadagni.

## 2 BONUS-MALUS

Il sistema Bonus-Malus è un elemento chiave nel ramo danni delle assicurazioni. Esso si basa su di un meccanismo di premio/penalizzazione, in base al numero di incidenti che si verificano nel corso del periodo di durata della copertura. Il verificarsi o meno di sinistri si ripercuote sulla polizza dell'anno successivo, che subirà rispettivamente una riduzione (assenza di sinistri) o un aumento (uno o più sinistri), per compensare, almeno in parte (come vedremo successivamente), il costo sostenuto dall'impresa di assicurazione per farsi carico dell'incertezza legata all'esborso dovuto per gli eventuali incidenti causati dai propri clienti assicurati. Il risultato è che soggetti che hanno la stessa tipologia di polizza pagheranno prezzi diversi in virtù del numero di sinistri che hanno provocato. Infatti, questo elemento è finora apparso la miglior proxy per determinare in maniera efficace il grado di rischio degli assicurati alla guida: sembra ragionevole pensare che gli incidenti si verifichino più spesso per coloro che sono meno prudenti sulla strada (in seguito vedremo che questa idea tende a cadere con le nuove frontiere raggiunte).

L'attuale processo di formazione di una polizza parte da alcuni dati rilevabili senza conoscere la storia di guida dell'assicurato, quali le informazioni sul veicolo (specifiche dell'auto, tipo di utilizzo, tipo di polizza che si ha intenzione di stipulare), sul soggetto (età, sesso) e sul luogo geografico (le tariffe variano in base al luogo di appartenenza). Questi elementi immediatamente rilevabili danno delle indicazioni sul modo in cui probabilmente il mezzo viene sfruttato: per esempio, se la potenza del veicolo è bassa, statisticamente possiamo aspettarci una guida tendenzialmente più

tranquilla (anche se non possiamo darlo per scontato). Se da un lato queste informazioni sono utili, soprattutto in sede di prima assicurazione, possono risultare ambigue per altri aspetti: la frequenza degli incidenti nelle regioni più popolate è di certo più elevata in media, tuttavia la gravità (e il conseguente esborso) risultano in media più limitati. Questo pone dei problemi in sede di valutazione del rischio, almeno in prima battuta. Abbiamo inoltre un altro aspetto critico: alcuni degli elementi che possiamo considerare rilevanti non possono essere presi in considerazione per stabilire il premio, in quanto non sono misurabili. Parliamo ad esempio della capacità di guida o della velocità di riflessi, tutti elementi importanti ma non valutabili, se non in maniera indiretta e spesso fuorviante, ricorrendo a fattori che sono rilevabili (la velocità di riflessi è certamente collegabile all'età del conducente ma non possiamo stabilire quanto). Tutto ciò ci porta a sostenere, come detto in precedenza, che è necessario riferirci ad elementi osservabili, e questo inevitabilmente ci riporta al numero di incidenti verificatisi.

A questo proposito, a partire dai primi anni '60, sono nati tutta una serie di sistemi Bonus-malus incentrati sull'idea di commisurare la polizza assicurativa alla variabile incidenti. Da qui consegue un gran numero di tabelle, legate al concetto di classe di merito, che tengono conto dei sinistri avvenuti nel corso della durata di vita nel tempo dell'assicurazione. Naturalmente, i vari sistemi racchiudono le loro peculiarità che si espletano nel variabile numero di classi e nella sofisticazione dei sistemi di passaggio da una classe all'altra<sup>26</sup>, che rendono più complesso il calcolo del premio stesso. Ciò che ci si

---

<sup>26</sup> Per un approfondimento si rinvia a Lemaire (1998). Si dà qui evidenza del fatto che sistemi Bonus-malus di Paesi avanzati (Belgio, Svizzera) risultano tendenzialmente più sofisticati dei Paesi in via di sviluppo (Brasile, Taiwan). Un indice della complessità del sistema è dato dal periodo necessario per arrivare alla stazionarietà del premio che aumenta con il crescere della sofisticazione del modello.

chiede a questo punto è come si può arrivare al calcolo del premio partendo dalla suddivisione in classi di merito dell'insieme degli assicurati.

I sistemi Bonus-malus possono essere rappresentati da opportuni procedi tipo markoviano. In questi processi viene descritta la probabilità di transizione da uno stato ad un altro in un certo periodo. I processi di Markov hanno la caratteristica che la previsione sul comportamento futuro non dipende dal passato (ma piuttosto solo dallo stato attuale), nel senso che ad un certo punto non si tiene più conto dei dati iniziali per determinare il premio. Questa peculiarità (proprietà di Markov) è chiamata assenza di memoria. Questa proprietà permette poi di determinare la percentuale di assicurati appartenenti ad una classe, oltre che capire l'efficienza del sistema nello specificare il rischio attuale. Proviamo quindi a capire come si arriva alla definizione del premio equo secondo un modello markoviano.

ESEMPIO 2.1: Di seguito esemplificheremo il funzionamento della Bonus-malus nel semplice caso di un sistema a tre classi.

Nel nostro esempio siamo interessati anzitutto al numero di sinistri e non alla loro entità e prendiamo in considerazione 2 valori di premio:  $m$  nel caso in cui l'assicurato abbia commesso uno o più sinistri negli ultimi 2 anni;  $n < m$  nel caso in cui non siano avvenuti sinistri negli ultimi 2 anni. Possiamo individuare così 3 diverse classi:

- 1) Soggetti che hanno avuto incidenti nel corso dell'anno appena passato;
- 2) Soggetti che hanno avuto incidenti nell'anno precedente;
- 3) Soggetti che non hanno avuto incidenti negli ultimi 2 anni.

Coloro che si trovano nella classe 3) pagheranno il premio  $n$  mentre gli altri 2 gruppi dovranno pagare  $m$  (però coloro che si trovano nella

classe 2) potranno beneficiare del premio ridotto l'anno prossimo, se non commetteranno sinistri fino a quel momento). Con questi dati iniziali, ci è possibile specificare una matrice di transizione  $P$  per determinare i diversi stati:

$$P = \begin{pmatrix} x & y & 0 \\ x & 0 & y \\ x & 0 & y \end{pmatrix}$$

Con  $x$  ci riferiamo alla probabilità di avere uno o più incidenti nell'anno di durata della polizza mentre  $y = 1 - x$  si riferisce all'assenza di incidenti nello stesso periodo.  $P$  è una matrice stocastica<sup>27</sup>. La matrice è facilmente spiegabile considerando le righe  $i = 1,2,3$  intese come classe di partenza, e le colonne  $j = 1,2,3$  intese come classi di arrivo al momento del rinnovo della polizza. Per esempio avremo che:

- Il passaggio dalla classe 3 alla classe 1 è possibile con probabilità  $x$  (situazione in cui si è verificato uno o più sinistri nell'anno della polizza);
- Il passaggio dalla classe 3 alla classe 2 non è possibile, perciò la probabilità è 0 (partendo dalla classe 3 già si sa che nell'anno appena passato non vi sono stati incidenti);
- Il mantenimento della stessa classe è possibile con probabilità  $y$  (probabilità che non vi siano incidenti nel corso dell'anno dell'ultima polizza).

è possibile determinare gli altri elementi della matrice con ragionamento analogo.

Ora assumiamo inizialmente che le frequenze  $f_j$ , con  $j = 1,2,3$  sono date da un vettore riga  $l(0) = (f_1, f_2, f_3)$  con  $f_j \geq 0$  e

---

<sup>27</sup> Una matrice stocastica è una matrice di valori non negativi e la somma dei valori di ogni riga ha come risultato 1.

$f_1 + f_2 + f_3 = 1$ . Dato uno stato iniziale  $i$  con  $f_j = 1$ , consideriamo la probabilità di arrivare allo stato  $j$  fra un anno, che sarà  $f_i p_{ij}$ , quindi la probabilità totale sarà  $\sum_i f_i p_{ij}$ . Questo valore può essere scritto in notazione matriciale, arrivando a definire un vettore  $l(1)$ , dato dal prodotto matriciale tra il vettore  $l(0)$  e la matrice  $P$  :

$$l(1) = l(0)P = (f_1, f_2, f_3) \begin{pmatrix} x & y & 0 \\ x & 0 & y \\ x & 0 & y \end{pmatrix} = (x, yf_1, y(f_2 + f_3))$$

È facile intuire che la somma dei tre nuovi stati sarà ancora una volta pari a 1, cioè al numero totale della popolazione presa in considerazione. I valori delle tre frequenze risultano ancora dipendenti dal numero di assicurati appartenenti ad una classe. Applichiamo ancora una volta la matrice  $P$  al vettore trovato:

$$l(2) = l(1)P = (x, yf_1, y(f_2 + f_3)) \begin{pmatrix} x & y & 0 \\ x & 0 & y \\ x & 0 & y \end{pmatrix} = \\ = (x(x + yf_1 + y(f_2 + f_3)), xy, y^2f_1 + y^2(f_2 + f_3)) = (x, xy, y^2)$$

Il risultato ottenuto è molto interessante perché, come possiamo vedere, la distribuzione non dipende più dai valori di  $f_j$ , ma solamente dalla probabilità di  $x^{28}$ . Ecco che abbiamo dimostrato con questo semplice esempio la markovianità del processo, che definisce le tre classi ricercate. Infatti, avremo che tutti i valori di  $l(t)$  con  $t \geq 2$  risulteranno pari a  $l(2)$ . Naturalmente, pur essendo il procedimento analogo, quando ci riferiamo a sistemi Bonus-malus più realistici e complessi, la stazionarietà del processo avverrà dopo molti più passi rispetto all'esempio, anche perché le classi di suddivisione della popolazione saranno molte di più. In ogni caso, ci

---

<sup>28</sup>  $y$  è facilmente determinabile (vedi sopra).

sarà un certo valore  $l(t)$  con  $t = 1, 2, 3, \dots$  che risulterà essere la distribuzione di frequenza di equilibrio del processo.

Ricordando che lo scopo finale di un sistema Bonus-malus è quello di trovare il premio equo per ogni assicurato, dobbiamo ora cercare di calcolarlo in base al risultato ottenuto. Data la distribuzione di frequenza appena trovata (se sommante le tre componenti danno sempre 1) e conoscendo la suddivisione in classi specificata precedentemente (vedi sopra), sappiamo che le prime due, reduci da incidenti negli ultimi due anni pagheranno  $m$  mentre l'ultima pagherà  $n$ . Possiamo allora stabilire il premio equo di equilibrio, cioè il premio che sarà corrisposto all'entrata da un nuovo individuo, senza storia di guida, ed è:

$$\pi(x) = m(x + xy) + ny^2$$

Avendo che  $y = 1 - x$ , possiamo scrivere, sostituendo:

$$\pi(x) = 2mx - mx^2 + n + nx^2 - 2nx$$

Ricordiamo inoltre che il premio equo sarà dato da  $\pi(x) = E(z)$ , cioè dal valore atteso della frequenza dei sinistri. Se consideriamo il numero di incidenti distribuito come una Poisson ( $\lambda$ )<sup>29</sup> possiamo scrivere

$$\pi(\lambda) = E(z) = \lambda$$

Sostituendo  $x = 1 - e^{-\lambda}$  si arriva a determinare

---

<sup>29</sup> La distribuzione di Poisson può essere scritta come  $P(z = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$  con  $E[z] = \lambda$  e  $Var[x] = \lambda$ . Nel nostro caso consideriamo solo 2 eventi possibili:

- a) Assenza di incidenti:  $P(z = 0) = e^{-\lambda} = y$ ;
- b) 1 o più incidenti:  $P(z \neq 0) = 1 - e^{-\lambda} = x$

$$\pi(\lambda) = m(1 - e^{-2\lambda}) + ne^{-2\lambda}$$

È possibile dimostrare che esiste, per ogni  $\lambda^*$ , un'unica quantità del premio  $\pi(\lambda^*)$  equo, cioè che permette che il valore totale dei premi raccolti sia sufficiente a pagare l'ammontare totale dei sinistri verificatisi nell'anno considerato.

Una caratteristica importante delle assicurazioni Bonus-malus è il fatto che i cattivi guidatori pagano meno di quello che dovrebbero e il contrario accade per i buoni guidatori, e questo viene definito effetto *solidarietà*. Se infatti consideriamo la frequenza  $\lambda^*$ , per cui abbiamo il premio equo  $\pi(\lambda^*)$ , ci saranno dei guidatori che hanno  $\lambda < \lambda^*$ , che quindi andranno a pagare di più rispetto al rischio effettivo al quale sono sottoposti; viceversa accadrà per i soggetti con  $\lambda > \lambda^*$ , che verranno agevolati sul valore del premio rispetto al rischio che corrono. Se è pur vero che la Bonus-malus nasce per ridurre questo effetto (tramite riduzione del premio per buona condotta), il fenomeno persiste anche se mitigato dal sistema considerato.

Un ultimo aspetto, riguardante i sistemi Bonus-malus, che merita di essere analizzato è il cosiddetto 'appetito per i bonus': quando si commette un incidente, ci si trova nel dubbio se denunciarlo e far quindi pagare i danni all'assicurazione o rinunciare alla denuncia e pagare autonomamente i danni commessi. Questo accade perché, con la denuncia del sinistro e in base al sistema Bonus-malus, vi sarà un aumento del premio nella polizza dell'anno successivo. Se accade che l'entità del danno è ridotta, risulta più conveniente all'assicurato (o a chi per lui) pagare in contanti il danno commesso. La valutazione può essere fatta in maniera abbastanza

precisa<sup>30</sup>. Prendiamo nuovamente in considerazione l'ESEMPIO 2.1 (vedi sopra) e consideriamo i prossimi due anni di polizza: se l'incidente viene denunciato, il guidatore pagherà  $m$  per i successivi due anni (perciò  $2m$ ); se invece l'incidente non viene denunciato, si aprono due strade:

- a) se l'anno prossimo non vi sono incidenti egli pagherà  $n + n + q$ , con  $q$  costo in contanti del risarcimento; la probabilità di questo evento è  $1 - x$ ;
- b) se l'anno prossimo vi sono incidenti egli pagherà  $n + m + q$  con probabilità  $x$ .

A questo punto, con una semplice disequazione, possiamo determinare quando è conveniente pagare in contanti e rinunciare alla denuncia. Ciò accade quando il valore della somma che si andrà a versare (pesato per la probabilità di avere incidenti o meno) è minore del valore della somma del costo dei prossimi due anni di polizza, al valore più alto  $m$ :

$$(1 - x)(n + n + q) + x(n + m + q) \leq 2m$$

Da qui ci ricaviamo il valore di  $q$ :

$$q \leq (2 - x)(m - n)$$

Il modello è semplice e, come già detto, può essere complicato a seconda del sistema Bonus-malus considerato. Inoltre, per quanto riguarda quest'ultimo aspetto, risulta utile, ai fini del calcolo, sapere anche il periodo dell'anno in cui l'incidente accade. In ogni caso quelli sopra elencati sono gli elementi basilari per capire il funzionamento di un sistema Bonus-malus.

---

<sup>30</sup> Continuiamo con le quantità dell'esempio precedente.

## 2.1 BONUS-MALUS IN ITALIA

Sembra opportuno dare alcune informazioni sul sistema Bonus-malus utilizzato in Italia. Come abbiamo detto, questo tipo di assicurazione si basa su un sistema di premio/penalizzazione, in base al numero di incidenti causati. In base a quanto stabilito dall'ISVAP (ora IVASS), vi sono 18 classi di rischio diverse, alle quali è associato un livello stabilito di premio. Il meccanismo funziona in modo che l'assenza di incidenti nel periodo considerato permetta l'abbassamento di una classe per il periodo successivo, mentre il verificarsi di un incidente fa in modo che si aumenti di due classi<sup>31</sup>, perciò la penalizzazione è più rilevante del premio. La classe di entrata dei nuovi assicurati è la 14 e la percentuale sul valore del premio base (che è l'oggetto principale della nostra ricerca) è stabilita da una scala:

classe	Coefficiente di premio	classe	Coefficiente di premio
1	0,5	10	0,82
2	0,53	11	0,88
3	0,56	12	0,94
4	0,59	13	1
5	0,62	14	1,15
6	0,66	15	1,3
7	0,7	16	1,5
8	0,74	17	1,75
9	0,78	18	2

TABELLA 2.1: la tabella rappresenta i coefficienti di conversione universale, adottati anche dall'ordinamento Italiano.

Tuttavia, vi è una certa discrezionalità nella costituzione di una scala personalizzata da parte delle imprese di assicurazione, che

---

<sup>31</sup> Dal secondo incidente nel periodo considerato abbiamo che si cresce di 3 classi ogni incidente che va a sommarsi.

devono però rispettare alcuni vincoli. Esse sono in particolare obbligate a fornire una “tabella di conversione alla classe universale”, così da non osteggiare il cliente che volesse cambiare compagnia, che potrà fornire un valore univocamente riconosciuto della propria posizione. Ricordiamo inoltre che il periodo di osservazione per determinare la tariffa della polizza dell’anno successivo scade due mesi prima della scadenza della polizza.

### 3 LA DISTRIBUZIONE DI POISSON

Come abbiamo visto, il premio può essere scomposto in due componenti che sono l'oggetto del calcolo: il numero di sinistri e l'entità di ogni sinistro. Avremo perciò

$$\Pi_j = E[Y_j] = E[N]E[X_i] \text{ se } N \perp X_i$$

La formula è banale in quanto ci dice solo che il premio deve essere pari al valore atteso dei danni commessi dall'assicurato, che richiedono pagamento da parte dell'assicurazione. Questa quantità può essere scomposta in due parti: il valore atteso del numero di sinistri ( $N$ ) e il valore atteso dell'ammontare di ogni sinistro ( $X_i$ ). Possiamo fare il prodotto di questi due termini se le quantità sono ortogonali, quindi indipendenti tra loro. Questa ipotesi risulta realistica perché non c'è ragione di credere che ci sia un legame tra numero di sinistri e loro entità individuale. Da qui possiamo scrivere

$$\Pi_j = E[\lambda]E[X_i];$$

questo passaggio a  $\lambda$  è dato dal fatto che utilizziamo una distribuzione di Poisson per determinare il numero di sinistri<sup>32</sup>. In questo caso rimane l'ipotesi di indipendenza. Essa ci permette di semplificare i calcoli ma può risultare un po' restrittiva nella realtà perché ci sono dei fattori che vanno ad influenzare entrambe le quantità, anche se con rilevanza diversa<sup>33</sup>. La determinazione di  $\lambda$  è centrale per arrivare al premio, perciò merita un approfondimento.

---

<sup>32</sup> La Poisson è appunto una variabile che conta. Per approfondimenti vedi Parpinel, Provasi (2004).

<sup>33</sup> Successivamente attribuiremo i fattori scelti ad una sola delle due componenti così da agevolare lo svolgimento delle operazioni (Cap. 5).

### 3.1 PROCESSO DI POISSON OMOGENEO

Definiamo il processo di danni cumulati fino a  $t$ :

$$S(t) = \sum_i^{N(t)} X_i$$

Il premio, che dobbiamo calcolare, può anche essere scritto

$$\Pi = E[S(t)] = E \left[ \sum_i^{N(t)} X_i \right] = E[N(t)]E[X]$$

$N(t)$  è un processo che chiamiamo “numero di sinistri” e che possiamo scrivere

$$N(t) = \max\{i \geq 0 \mid T_i \leq t\}$$

dove  $t$  rappresenta l'epoca che abbiamo raggiunto<sup>34</sup>.  $N(t)$  conta il numero di realizzazioni di una binomiale e possiede delle proprietà utili che permetteranno poi delle semplificazioni:

- $N(t)$  è una variabile intera per tutti i valori di  $t$ ;
- Se  $t_1 < t_2$ , avremo che  $N(t_1) \leq N(t_2)$  perciò il processo è non decrescente; il numero di sinistri sarà  $N(t_2) - N(t_1)$ ;
- Gli incrementi sono (poniamo  $0 < t_1 < t_2$ )
  - a. Indipendenti:  $N(t_2) - N(t_1)$  è indipendente da  $N(t_1)$ ;
  - b. Stazionari:  $N(t_2) - N(t_1)$  e  $N(t_2 + h) - N(t_1 + h)$  hanno la stessa distribuzione<sup>35</sup>;
- $\lim_{h \rightarrow 0} (N(h) \geq 2) = 0$  ci dice che non possono esserci due incrementi contemporanei;

---

<sup>34</sup> Ricordiamo inoltre che  $T_0 = 0$ , perciò all'epoca 0 non ci possono essere sinistri.

<sup>35</sup> Ciò che importa è la lunghezza dell'intervallo e non in quale momento temporale si trova.

- Esiste  $\lambda > 0$  tale che  $\Pr(N(h) = 1) = \lambda h + o(h)$ <sup>36</sup> con  $\lambda$  denominato tasso del sinistro.

Ora che abbiamo messo in luce alcuni aspetti utili della distribuzione omogenea, passiamo a parlare della Poisson inomogenea.

### 3.2 PROCESSO DI POISSON INOMOGENEO

Con processo di Poisson inomogeneo ci riferiamo al fatto che facciamo cadere l'ipotesi di tempo deterministico, perciò avremo un valore  $\lambda(t)$  che dipende appunto dal tempo e non più costante.

Se diamo una definizione di  $\mu$

$$E[N(t)] = \mu(t)$$

e ci rifacciamo a un processo omogeneo standard  $\tilde{N}$ , possiamo scrivere

$$\hat{N}(t) = \tilde{N}(\mu(t)) \text{ con } t \geq 0$$

$\hat{N}$  è ancora un processo di Poisson definito nell'intervallo  $[0, +\infty]$ . Vale inoltre

$$\hat{\mu}(t) = E[\hat{N}(t)] = E[\tilde{N}(\mu(t))] = \mu(t) \text{ con } t \geq 0$$

In base alle caratteristiche di una distribuzione di Poisson, che viene determinata dalla propria media, avremo che la nostra  $\hat{N}$  sarà determinata da  $\hat{\mu}$ , risultato del valore atteso<sup>37</sup>. Dal punto di vista

---

<sup>36</sup>  $\lim_{h \rightarrow 0} o(h)/h = 0$  e quindi  $\lim_{h \rightarrow 0} (\lambda h + o(h))/h = \lambda + 0$

<sup>37</sup>  $E[\hat{N}(t)] = \hat{\mu}(t)$

probabilistico non distinguiamo tra  $N$  e  $\widehat{N}$ , in quanto hanno la stessa distribuzione<sup>38</sup>.

Ora assumiamo che  $N$  sia una funzione con valor medio  $\mu$  continua e crescente<sup>39</sup>. Questa proprietà è vera se  $N$  ha una funzione di intensità  $\lambda$  positiva. Allora esiste  $\mu^{-1}$ , cioè la funzione inversa di  $\mu$ , e possiamo quindi scrivere

$$\tilde{N}(t) = N(\mu^{-1}(t))$$

che è una Poisson standard omogenea, quindi più facile da trattare. Infatti, passando da inomogenea ad omogenea possiamo attuare un cambio di tempo che torna ad essere deterministico.

<p>POISSON OMOGENEA (<math>\lambda(t) = \lambda \quad \forall t</math>)</p> $\mu(0, t) = \int_0^t (\lambda) \delta y = \lambda t$ $E(N(t)) = \lambda t$	<p>POISSON INOMOGENEA (<math>\lambda</math> dipende da <math>t</math>)</p> $\mu(0, t) = \int_0^t \lambda(t) \delta y$ $E(N(t)) = \mu(t)$
---	--

### 3.3 TEMPI DI ARRIVO E INTERARRIVO

Importanti, per quanto riguarda i processi di Poisson inomogenei, sono i tempi di arrivo (o in inglese *arrival times*). Con

<sup>38</sup> Rifacendoci al *Kolmogorov consistency theorem*, due processi hanno stessa distribuzione se le loro distribuzioni coincidono (vedi Mikosch (2009), p.14)

<sup>39</sup> Teniamo presente anche che  $\lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t) = \infty$ .

questo termine ci riferiamo agli istanti all'interno dell'intervallo  $(0, t]$  nei quali accade un sinistro (è ovvio che possono essere più d'uno). Per quanto riguarda il processo omogeneo, avremo una serie di eventi con cadenza regolare nel tempo. Facendone quindi una simulazione potremmo avere per esempio  $\tau_1 \sim Exp(\lambda)$  con  $E[\tau_1] = \lambda^{-1}$ . Ciò che conta è che  $\lambda$  risulta essere costante.

Passando al processo inomogeneo le cose si complicano un po' perché viene a cadere l'idea di  $\lambda$  costante, perciò non possiamo supporre cadenze regolari dei sinistri. Ci giunge comodo definire il concetto di tempi di interarrivo (in inglese *interarrival times*), cioè periodi che intercorrono tra un accadimento e il successivo<sup>40</sup>.

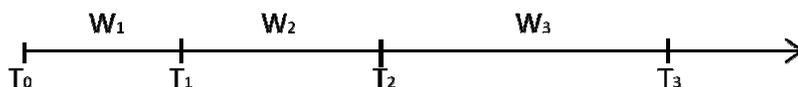


GRAFICO 3.1: La retta rappresenta la variabilità degli intervalli di interarrivo  $W_i$ .

Se chiamiamo  $W_i$  i tempi di interarrivo, possiamo scrivere

$$\tilde{N}(t) = \sum_{i=1}^n W_i$$

dove  $n$  è il primo intero tale che  $\sum_{i=1}^n W_i \geq t$ , quindi il primo valore dei tempi di interarrivo che supera il valore  $t$ .

Venendo a parlare della distribuzione dei tempi di interarrivo, partiamo ancora una volta dal processo omogeneo. Definiamo

$$T_n = W_1 + W_2 + \dots + W_n \quad \text{con } n \geq 1$$

<sup>40</sup> Se prendiamo un asse temporale, avremo dei punti, che indicano i sinistri avvenuti (tempi di arrivo  $T_i$ ), a distanze diverse uno dall'altro. I tempi di interarrivo ( $W_i$ ) sono le distanze tra due punti successivi, che risultano essere diverse di volta in volta.

con  $T_n$  che rappresenta una *random walk* e  $W_i$  sono le dimensioni dei passi. Come già di Poisson omogeneo con tempo non più deterministico; avremo

$$(N(t))_{t \geq 0} = (\tilde{N}(\mu(t)))_{t \geq 0}$$

Come già sostenuto in precedenza,  $\mu$  è crescente e continua perciò può essere invertita e la funzione inversa sarà  $\mu^{-1}$ . Inoltre

$$N^I(t) = \max\{i \geq 1: \tilde{T}_i \leq \mu(t)\} = \max\{i \geq 1: \mu^{-1}\tilde{T}_i \leq t\} \quad \text{con } t \geq 0$$

è la rappresentazione di  $N$  nel senso di identità della distribuzione a dimensione finita ( $N = N^I$ ).

Pur valendo

$$\{N(t) = n\} = \{T_n \leq t < T_{n+1}\} \quad \text{con } n \geq 0$$

possiamo determinare i tempi di arrivo di un processo di Poisson inhomogeneo con una funzione di valore medio  $\mu$

$$T_n = \mu^{-1}(\tilde{T}_n),$$

dove

$$\tilde{T}_n = \tilde{W}_1 + \tilde{W}_2 + \dots + \tilde{W}_n \quad \text{con } n \geq 1 \quad \text{e } \tilde{W}_i \sim \text{Exp}(1)$$

Inoltre i tempi di interarrivo  $\tilde{W}_i$  sono indipendentemente e identicamente distribuiti (iid)<sup>41</sup>.

---

<sup>41</sup> Questa proprietà distingue la Poisson omogenea dalle altre.

### 3.4 DISTRIBUZIONE CONGIUNTA ARRIVAL-INTERARRIVAL TIMES

Dato  $N$ , processo di Poisson con funzione di intensità  $\lambda(t)$  continua e positiva, la funzione di densità del vettore dei tempi di arrivo  $(T_1, \dots, T_n)$  è

$$f_{T_1, \dots, T_n}(x_1, \dots, x_n) = e^{-\mu(x_n)} \prod_{i=1}^n \lambda(x_i) I_{\{0 < x_1 < \dots < x_n\}}$$

Per quanto riguarda invece il vettore dei tempi di interarrivo, la funzione di densità è

$$f_{W_1, \dots, W_n}(x_1, \dots, x_n) = e^{-\mu(x_1 + \dots + x_n)} \prod_{i=1}^n \lambda(x_1 + \dots + x_i) \quad \text{con } x_i \geq 0$$

Quest'ultima funzione ci dice che la densità congiunta  $W_1, \dots, W_n$  può esser scritta come prodotto delle densità  $W_i$  se e solo se  $\lambda(\cdot) \equiv \lambda$  per un qualche valore costante di  $\lambda$ . Ciò significa che solo nel caso di Poisson omogenea i tempi di interarrivo  $W_1, \dots, W_n$  sono iid.

Adesso che le componenti fondamentali per lo scopo finale di determinazione di un modello sono state definite, entreremo nel merito della sua costruzione e degli strumenti di rilevazione necessari per poterlo utilizzare.

## 4 UN MODELLO PER L'ASSICURAZIONE TELEMATICA

### 4.1 LA SCATOLA NERA

Nel 1994, è stata attuata una svolta fondamentale nel mercato delle assicurazioni: è stata introdotta la liberalizzazione delle tariffe. Lo scopo di questa decisione era quello di portare dei vantaggi per i fruitori delle polizze che, grazie alla concorrenza instaurata tra le varie compagnie assicurative, avrebbero potuto godere della prevista riduzione dei prezzi e del miglioramento dei servizi offerti. Tuttavia, questo non si è verificato; al contrario, vi è stata una lievitazione dei costi delle polizze, senza peraltro che vi fossero reali miglioramenti della qualità dei prodotti. La causa di questo inaspettato movimento (che fa in modo che l'Italia si trovi a pagare in media quasi il doppio del prezzo medio che troviamo in Europa) è da ricercarsi nella Legge n. 990/69, che ha istituito l'obbligo di assicurazione R.C.A. Così le compagnie hanno potuto far lievitare i prezzi senza che vi fossero nuovi vantaggi. Nel 2007 sono state attuate nuove misure<sup>42</sup>, anche queste con scarso successo. Sono stati inoltre forniti dei suggerimenti e degli strumenti<sup>43</sup> nel 2012 da parte dell'autorità di vigilanza, utili al fine di trovare la polizza

---

<sup>42</sup> Parliamo del d.l. n. 7 del 31/1/2007 (il cosiddetto decreto Bersani, poi convertito nella legge 40/2007), che ha introdotto alcune facilitazioni:

- Convenzione di indennizzo diretto per presentare la richiesta di rimborso direttamente alla propria compagnia;
- Estensione temporale dell'attestato di rischio e consegna dello stesso almeno 30 giorni lavorativi prima della scadenza della polizza;
- Conservazione della classe di merito in caso di cambio dell'auto, applicabile anche agli altri componenti della famiglia.

L'effetto avuto è stato penalizzante perché le assicurazioni, per tutelarsi dal rischio associato alla mancata conoscenza del percorso del nuovo cliente, hanno alzato il costo della polizza per chi ricorreva al decreto in fase di stipula.

<sup>43</sup> Parliamo ad esempio del servizio "Tuo Preventivatore", presente sul sito dell'IVASS, etc.

migliore, che non possono però risolvere il problema di maggiore crescita delle tariffe rispetto all'inflazione.

Un elemento che sta riscuotendo un grande successo e sembra essere effettivamente efficace in questo campo è quella che viene definita "Scatola Nera", che si accompagna alle innovative assicurazioni telematiche. Il progetto ha come obiettivo il risparmio di denaro in sede di stipulazione (o rinnovamento) della polizza assicurativa e parte dall'idea che questo può avvenire se vi è una maggiore personalizzazione, che viene attuata tramite un maggior controllo del cliente<sup>44</sup>. Lo scopo rimane quindi lo stesso della Bonus-malus classica, come visto in precedenza<sup>45</sup>, ma viene modificato il modo per raggiungere efficacemente l'obiettivo.

La Scatola Nera è un piccolo dispositivo che viene installato sull'automobile interessata, controllandone una serie di parametri che risultano rilevanti per determinare lo stile di guida utilizzato sul veicolo. In particolare rileva varie caratteristiche, tra cui:

- Posizione dell'auto;
- Chilometri percorsi;
- Velocità di percorrenza;
- Regime di rotazione del motore;
- Marcia inserita;
- Accelerazione laterale<sup>46</sup>.

Fondamentalmente questi dati danno un'accurata descrizione del funzionamento dell'automobile e permettono alla compagnia assicurativa, tramite un'analisi peculiare, di stabilire una polizza che sia veramente "su misura" dei clienti. Ricordiamo che trasmissione e

---

<sup>44</sup> È intuitivo che le nuove polizze converranno a chi guida con prudenza e saranno penalizzanti per i guidatori più rischiosi.

<sup>45</sup> Vedi Cap. 2.

<sup>46</sup> Valore di accelerazione dell'automobile manifestato in curva.

trattamento dei dati rimangono del tutto confidenziali, e non possono essere divulgati se non a soggetti quali il proprietario e l'autorità di vigilanza<sup>47</sup>. Il dispositivo installato, collegato per via satellitare a un sito di raccolta dati, porta con sé una serie di vantaggi (a fronte dello svantaggio dovuto alla possibile violazione della privacy) a favore di assicurato ed assicuratore:

- Permette un risparmio attualmente stimato tra il 5 e il 30% del valore della polizza per i buoni guidatori;
- Riduce il numero di incidenti, funzionando da incentivo alla guida prudente, e di danni fisici causati dagli incidenti, perché permette ai soccorsi di essere più tempestivi;
- Riduce il numero di furti, poiché l'automobile può essere facilmente localizzata;
- Riduce il rischio di frode, accertando la responsabilità e le dinamiche degli incidenti<sup>48</sup>.

I vantaggi appena elencati sono abbastanza palesi, ed in effetti il numero di aderenti a questo tipo di polizze risulta in crescita negli ultimi anni, come rilevato da Unipol stessa.

Un altro progetto, che merita un accenno, è "Check Box"<sup>49</sup>, varato dal Ministero delle Attività Produttive (ora Ministero dello Sviluppo Economico, delle Infrastrutture e dei Trasporti), partito

---

<sup>47</sup> Riguardo al trattamento di dati personali è in corso una discussione su quanto questo strumento possa essere invasivo della privacy del singolo cliente. Mentre una parte non accetta che un soggetto possa essere strettamente controllato nei suoi spostamenti, un'altra dice che è un sacrificio necessario per i vantaggi che porta in termini di risparmio ma anche di protezione e soccorso tempestivo in caso di incidente. Per maggiori approfondimenti vedi Iqbal, Lim (2006) .

<sup>48</sup> Tutti i vantaggi descritti hanno avuto riscontro nel programma pilota attuato da Unipol Assicurazioni insieme a Octo Telematics (che ha fornito il supporto telematico e di gestione dei dati, oltre ai dispositivi installati sui veicoli) tra il 2003 e 2005, oltre che dai rilevamenti successivi sulla clientela che adotta questo tipo di assicurazione. Vedi articolo Vaia, Carmel, DeLone, Trautsch, Menichetti (2012).

<sup>49</sup> Per informazioni specifiche sul campione, modalità di adesione, compagnie assicurative aderenti vedi sito [www.checkbox.it](http://www.checkbox.it).

nell'agosto 2006 in seguito ad un decreto ministeriale<sup>50</sup>. Il progetto mirava a valutare gli effetti della strumentazione satellitare sugli incidenti stradali. I risultati sono stati incoraggianti in quanto si è ridotto il costo medio per sinistro, con evidente vantaggio per le compagnie assicurative. Si è rilevato subito come vi sia la possibilità di elevare il grado di personalizzazione della polizza in base allo stile di guida del veicolo in oggetto. L'interesse si è quindi spostato sul comportamento alla guida dell'automobilista, che può essere monitorato strettamente<sup>51</sup>.

Dati tutti questi esempi di successo, uniti alle previsioni di incremento da ABI Research, che parla di un mercato forte espansione<sup>52</sup>, possiamo dire che sarà necessaria sempre più innovazione e personale qualificato, che possa sfruttare al meglio questa tecnologia. Per ora sul mercato troviamo principalmente polizze a consumo che sfruttano il dispositivo: una polizza "a giorni" ed una "a chilometri". La prima fornisce una protezione sempre valida, ma subordinata ad un elevato livello di franchigia (da aggiungere ad un premio base iniziale molto basso). Questa franchigia può però essere annullata se viene dato avviso alla compagnia per tempo dell'intenzione di utilizzare l'automobile in alcuni giorni specifici (tramite un servizio predisposto a tale scopo). La polizza risulta vantaggiosa se il numero di giorni di utilizzo dell'automobile è relativamente basso. L'assicurazione "a chilometri"<sup>53</sup>, invece, premia quei soggetti che compiono pochi chilometri nell'arco dell'anno. Vi sono infatti delle soglie

---

<sup>50</sup> Decreto del Ministero delle Attività Produttive n.1157 del 23 novembre 2004.

<sup>51</sup> Abbiamo il passaggio da una filosofia "pay because you drive" a "pay HOW you drive".

<sup>52</sup> Uno studio di giugno 2012 stima che ci sarà un incremento da 1,5 milioni di contratti nel 2010 a 44 milioni nel 2017 in Europa.

<sup>53</sup> Un esempio di questa tariffa è YOU KMSICURI di Unipol Assicurazioni.

chilometriche al di sotto delle quali è possibile avere uno sconto da parte della compagnia assicurativa. Generalmente, dopo un primo anno, nel quale si dichiara la soglia che si ha intenzione di rispettare, verranno applicati ulteriori sconti negli anni successivi se il chilometraggio raggiunto è inferiore a quello previsto inizialmente (il passaggio avviene in maniera automatica). Entrambi i due tipi di polizza si avvalgono del dispositivo di cui sopra, che può testimoniare l'effettività delle dichiarazioni fornite dal cliente. Inoltre, sono previsti dei servizi aggiuntivi legati alla "scatola nera", richiedibili a pagamento (per esempio il servizio di chiamata in caso di incidente). Ricordiamo che queste polizze non pongono vincoli sull'assicurato o sull'automobile, poiché permane la componente di premio base che considera questi elementi a priori.

Le istituzioni hanno avuto modo di saggiare l'apparente efficacia delle assicurazioni telematiche, non solo nella diminuzione del numero di incidenti, comunque rilevante, ma anche dal punto di vista della riduzione di frodi e furti, per il maggior controllo operato. Questo non può che essere visto in maniera positiva per un mercato che ha dei costi elevatissimi nell'ambito del mantenimento degli autoveicoli<sup>54</sup>. Gli alti costi sono dovuti anche all'elevato numero di automobili che viaggiano senza assicurazione, fenomeno molto diffuso in Italia<sup>55</sup>. Infatti, i costi per i non assicurati vengono di fatto scaricati sulla collettività regolarmente pagante. Ci sono stati quindi dei movimenti da parte del ministero competente, tramite decreto legge<sup>56</sup>, per favorire la concorrenza e l'utilizzo delle assicurazioni

---

<sup>54</sup> L'assicurazione in Italia costa in media 738 Euro, cioè il 26% circa del costo medio di mantenimento di un'automobile, mentre la media europea si aggira intorno al 18%.

<sup>55</sup> Sono circa 4 milioni di veicoli di cui 2,8 milioni di automobili, circa l'8% del totale!

<sup>56</sup> D.l. n.1 del 24 gennaio 2012.

telematiche: rileviamo in particolare la smaterializzazione del contrassegno (art.31) e l'obbligo di riduzione del prezzo della polizza telematica, oltre al sostenimento dei costi riguardanti il dispositivo (art.32). Inoltre, l'anno successivo sono state date delle specificazioni tecniche sui dispositivi telematici<sup>57</sup>. Mancano ancora dei provvedimenti attuativi delle norme emanate, ma già ci sono delle opinioni contrastanti in materia. In particolare l'ANIA (Associazione Nazionale Imprese Assicuratrici) lamenta il fatto che viene stabilito per legge qualcosa che già naturalmente accadeva, e cioè la riduzione del prezzo della polizza. Le misure prescrittive sulle tariffe potrebbero annullare i vantaggi a favore dei consumatori perché richiedono delle tutele da parte delle imprese assicuratrici, che si manifesterebbero in termini di aumento delle polizze a monte, anche per sopperire all'imposizione sul sostenimento dei costi. Infatti si sostiene che è proprio il carattere volontario di adesione da parte delle imprese che permette gli sconti.

Come possiamo vedere, l'implementazione della nuova tecnologia rimane ancora ad un livello base, e ruota intorno a tentativi delle compagnie e del legislatore, per cui la imponente mole di dati raccolti viene sfruttata solo in maniera grossolana da parte delle compagnie, che sembrano più che altro interessate a non incorrere in frodi a loro carico (in quanto la situazione del mercato assicurativo è già di per sé in crisi). Tuttavia, sembra opportuno pensare che se si sfruttasse al meglio questa novità, si potrebbero trarre dei vantaggi anche da parte delle assicurazioni in termini di soddisfazione del cliente, che si sentirebbe più valorizzato per la buona condotta attuata. Per questo, in seguito viene proposto un

---

<sup>57</sup> Decreto interministeriale del 25 gennaio 2013, pubblicato nella Gazzetta Ufficiale n.30 del 5 febbraio 2013.

modello che in quest'ottica possa arrivare ad una ben più elevata personalizzazione della polizza, che è la filosofia che aveva ispirato inizialmente la mole di contratti assicurativi basati su un modello di Bonus-malus.

## 4.2 IL MODELLO

Entriamo ora nel merito della discussione riguardante un modello per il calcolo del premio che si avvalga della tecnologia telematica precedentemente descritta. Tutti gli elementi necessari alla formazione del modello sono stati presentati:

- la Bonus-Malus è il modello di partenza, il più comune e utilizzato modello sul mercato, dal quale parte lo sviluppo del nuovo modello;
- la distribuzione di Poisson (inomogenea) ci permette di analizzare una delle due componenti fondamentali del modello, ed in particolare  $\lambda$ , la variabile che conta il numero di sinistri;
- infine, non meno importante è il dispositivo telematico stesso ("scatola nera"), che è l'elemento fondamentale per la raccolta di tutte le informazioni necessarie per il funzionamento effettivo del modello<sup>58</sup>.

Anzitutto dobbiamo definire i fattori di rischio che interessano il nostro modello, che possono essere raggruppati in un valore  $\theta_k$  con  $k = 1, 2, \dots, K$ . Possiamo scrivere il premio  $\Pi$  come:

$$\Pi = F(\theta_k)$$

---

<sup>58</sup> Ricordiamo che tutti i nostri sforzi hanno senso nel momento in cui vi sono effettivamente dei dati da utilizzare, altrimenti rimarrebbe un discorso del tutto teorico, senza alcuna utilità per il sistema.

dove  $F(\cdot)$  è una funzione dei fattori di rischio, che mi permette il calcolo del premio.

È opportuno spendere due parole sui fattori di rischio. Per una buona schematizzazione, sembra efficace suddividerli in tre categorie che riguardano ambiti diversi.

Un primo gruppo è quello delle caratteristiche personali, cioè quegli elementi che vengono raccolti in sede iniziale di stipula del contratto e riguardano il soggetto assicurato in maniera individuale, oltre che il veicolo che si sceglie di coprire con la polizza. Le caratteristiche personali sono sesso, età, residenza, che risultano utili in particolare in mancanza di un attestato di rischio che dia informazioni sullo stile di guida. Per quanto riguarda il veicolo, i dati rilevanti sono marca e modello dell'automobile, unitamente all'anno di costruzione<sup>59</sup>. Naturalmente il tipo di mezzo ha la sua importanza perché è facile immaginare che, per esempio, un soggetto giovane con moto stradale di cilindrata 1000 cc ed elevata potenza avrà, in linea di massima, maggior attitudine ad una guida sportiva rispetto a un possessore anziano di uno scooter (qui ci riferiamo per lo più a un dato statistico, e non all'osservazione di un particolare soggetto assicurato).

La seconda categoria riguarda tutto ciò che è legato allo stile di guida. A questo punto entriamo nel campo che più ci interessa, oggetto di rilevamento dei dispositivi telematici. Questi dati, fino alla comparsa sul mercato della nuova tecnologia, sono rimasti celati alle imprese assicurative, poiché non avevano modo di venirne a conoscenza. Ora invece sono diventati (almeno per chi ha sottoscritto questo tipo di polizza) elementi rilevabili, che possono

---

<sup>59</sup> È ovvio che questi sono i dati che permettono di stabilire il valore del veicolo, oltre che il suo "stato di forma", che lo rende più o meno passibile di incidenti, in base alla sua sicurezza.

essere sfruttati per personalizzare più precisamente i contratti. Possiamo comprendere in questa categoria delle grandezze quali la velocità e l'accelerazione, che sono indici affidabili per capire effettivamente il tipo di guidatore, ma anche il chilometraggio e il numero di utilizzi: il primo mi dice quanto viene utilizzato il veicolo<sup>60</sup>, il secondo invece risulta rilevante in quanto i momenti più pericolosi del viaggio sono l'immissione nella circolazione e il momento di uscita da essa; è facile intuire quindi che sarà più soggetto a dei rischi colui che compie molti viaggi per tratti brevi, rispetto al guidatore che invece si trova a fare magari più chilometri, ma con un minor numero di viaggi, poiché i tratti percorsi sono molto più lunghi. Naturalmente, si pone il problema di come rilevare questo dato: siccome per ogni volta che il veicolo viene acceso dovrà anche essere spento in un momento successivo, possiamo contare appunto il numero di partenze dopo l'accensione del mezzo. Le altre variabili, presentano già dati pronti all'utilizzo.

Infine proponiamo una terza categoria, che ancora non viene utilizzata ma che potrà essere presa in considerazione apportando le dovute modifiche ai dispositivi. Parliamo qui dei fattori di rischio di "rete" ed ambientali. Sono necessarie delle precisazioni: i fattori ambientali, che per comodità chiamiamo ambiente, riguardano le condizioni meteo, che incidono pesantemente sui sinistri che si verificano, e il momento del giorno (luce o buio). Per quanto riguarda i fattori che chiamiamo "di rete", ci riferiamo alla posizione ed eventualmente agli altri guidatori. Per il discorso posizione, la svolta operata è rilevante, poiché con questa nuova introduzione è possibile trascurare il dato approssimativo riferito alla residenza, in

---

<sup>60</sup> È vero che il contachilometri già esiste da parecchio tempo, ma allo stesso modo è vero che può essere facilmente manomesso.

favore di un monitoraggio sul luogo in cui il veicolo si trova di volta in volta a circolare<sup>61</sup> (determinabile tramite la rete Gps). L'argomento "altri guidatori" risulta forse più complesso: l'idea che muove da questa variabile è la possibilità dei dispositivi di rilevare anche i mezzi di trasporto che circolano vicino all'assicurato, una sorta di misura della quantità di traffico che ha di certo effetti sul rischio.

Azzardiamo anche un'ulteriore idea che magari potrà essere oggetto di studi futuri. Il rilevamento dei veicoli circostanti ci fa pensare che i dispositivi possano cogliere elementi dell'ambiente esterno. Con la diffusione delle assicurazioni telematiche sempre più mezzi assicurati si troveranno ad avere la "scatola nera" montata sul veicolo. Perciò non sembra assurdo pensare che ad un certo punto si potrebbe mettere in relazione tra loro i vari dispositivi, così da avere informazioni (comunque anonime) sul grado di rischio dei mezzi di trasporto circostanti, che vanno ad influire sul rischio a cui è soggetto un determinato assicurato. Questo rimane ancora un elemento fuori portata, se non altro per la scarsa diffusione dei dispositivi, ma può essere, a parere di chi scrive, un interessante spunto.

Ora che abbiamo definito una suddivisione utile alla comprensione dei vari elementi che utilizzeremo, torniamo al modello iniziale ed in particolare

$$\Pi_j = E[Y_j] = E[\lambda]E[X_j]$$

poiché continuiamo a ritenere indipendenti le due variabili<sup>62</sup>. Ora non ci resta che selezionare i fattori di rischio che riteniamo

---

<sup>61</sup> Sarebbe stolto pensare che questo elemento non comporti dei problemi riguardanti la tutela della privacy, ma questo è un argomento che esula lo scopo della trattazione, per il quale rimandiamo a Iqbal, M.U., Lim, S. (2006).

<sup>62</sup> Questa semplificazione rende più trattabile il modello.

importanti ed inserirli all'interno di uno o dell'altro termine del prodotto. Secondo la scelta operata, dall'accelerazione, dalla concentrazione, dagli utilizzi e dall'ambiente faremo dipendere la componente che conta il numero di sinistri (la Poisson,  $\lambda$ ), perché ci sembra che l'incidenza di queste variabili sia maggiore sul numero di sinistri, rispetto all'entità di ognuno di essi. Infatti, analizzando le variabili individualmente:

- Per quanto riguarda l'ambiente, gli incidenti sono molto più frequenti di notte<sup>63</sup> e con condizioni meteo avverse;
- Il numero di utilizzi, come abbiamo detto incide molto sulla frequenza dei sinistri, più che sul loro ammontare perché è facile immaginare che nella fase di partenza e arrivo la velocità non è mai molto sostenuta;
- La concentrazione, allo stesso modo, aumenta la frequenza di incidenti, ma i danni causati sono relativamente minori se vi è un'elevata concentrazione, ancora una volta perché la velocità dei veicoli è ridotta a causa del traffico;
- Anche l'accelerazione aumenta il rischio di incidenti, poiché l'aumento o riduzione brusca della velocità oltre a rendere più pericolosa la guida, rendono difficile la prevenzione anche da parte dei guidatori circostanti<sup>64</sup>.

Per quanto riguarda la componente legata all'entità dei sinistri, si è deciso di farla dipendere da una sola variabile, fermo restando che è sempre possibile l'aggiunta di altri elementi. La variabile osservabile è la velocità. È facile intuire che con l'aumento della

---

<sup>63</sup> Di notte spesso incide anche la componente dovuta alla stanchezza del conducente, aspetto decisamente rilevante, sul quale vengono impostate anche molte campagne pubblicitarie.

<sup>64</sup> Prendiamo come esempio un guidatore che compie una brusca frenata perché non sta rispettando la distanza di sicurezza dal veicolo antecedente. Il terzo veicolo che segue può non riuscire a evitare a sua volta l'impatto, in particolare se in possesso di un'auto relativamente datata, non munita di sistemi di sicurezza efficaci (per esempio l'ABS).

velocità del veicolo i danni causati saranno maggiori per se stesso e per gli altri<sup>65</sup>.

Descritte le variabili utilizzate e la loro ripartizione, cerchiamo di presentare un modello nel quale verranno inserite.

Parliamo anzitutto della componente che conta il numero di sinistri. Abbiamo scelto di utilizzare la distribuzione di Poisson che sembra adatta al nostro scopo, e la consideriamo inhomogenea, in quanto i sinistri non accadono in maniera regolare: i tempi di interarrivo variano sempre<sup>66</sup>. Per  $\lambda$  individuamo tre valori, che chiameremo  $\lambda_L$  (low o basso),  $\lambda_M$  (medium o medio),  $\lambda_H$  (high o alto), che avranno probabilità rispettivamente  $p_L$ ,  $p_M$ ,  $p_H$ . Naturalmente vale che

$$p_L + p_M + p_H = 1$$

Chiamiamo inoltre le realizzazioni  $e_L, e_M, e_H$ , in base all'intervallo in cui sono comprese. Per quanto riguarda le variabili sopra descritte, per avere un efficace schematizzazione le chiameremo

- $z_1$ : accelerazione;
- $z_2$ : concentrazione;
- $z_3$ : utilizzi;
- $z_4$ : ambiente.

Trattiamo tutte queste variabili come delle binomiali<sup>67</sup>, perciò avremo in generale che

---

<sup>65</sup> Non a caso l'alta velocità è oggetto di controllo peculiare sulle nostre strade e comporta sanzioni rilevanti.

<sup>66</sup> Vedi Cap. 3.

<sup>67</sup> La probabilità di  $x$  successi della distribuzione binomiale di parametro  $p = \frac{\lambda}{n}$  è:

$$z_n(t) \in \{0,1\} \text{ con } n = 1,2,3,4$$

Anche qui sarà necessario definire una soglia rispetto ad ogni variabile che mi permetta di registrare il comportamento riferito a quella variabile come sicuro (0) o rischioso (1). Dovremo in questo caso trovare dei valori rispettivamente  $q_1, q_2, q_3, q_4$ , che stabiliscono la probabilità di ogni binomiale dia come risultato "0". A questo punto possiamo dare una definizione dei valori  $e_L, e_M, e_H$ :

$$e_L(t) = \{\text{almeno tre "0" su quattro}\}$$

$$e_H(t) = \{\text{almeno tre "1" su quattro}\}$$

$$e_M(t) = \{\text{due "1" e due "0"}\}$$

Una volta definiti tutti i valori soglia necessari, risulterà abbastanza semplice applicare il procedimento appena descritto per avere un output numerico utile al calcolo del premio.

Considerando che per la Poisson inhomogenea abbiamo  $\mu(0, t) = \int_0^t \lambda(t) \delta y$  con  $E(N(t)) = \mu(t)$ , e che la funzione che ci interessa è

$$P(X = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x}$$

Se  $n$  tende ad infinito avremo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{x!(n-x)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x} = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Da questo ricaviamo la funzione di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} & \text{per } x = 1, 2, \dots, n \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Possiamo determinare media e varianza di questa funzione che risulteranno essere uguali e pari a  $\lambda$ .

$$f(t) = \lambda_L p_L + \lambda_M p_M + \lambda_H p_H$$

possiamo scrivere

$$\begin{aligned} E[\mu(t)] &= E\left[\int_0^t \lambda(s) ds\right] = \int_0^t E[\lambda(s)] ds = \int_0^t [\lambda_L p_L + \lambda_M p_M + \lambda_H p_H] ds \\ &= [\lambda_L p_L + \lambda_M p_M + \lambda_H p_H] t = \bar{\lambda} \end{aligned}$$

che ci da il valore di  $\lambda$  da applicare per il calcolo del premio del nuovo soggetto che entrasse in una polizza assicurativa<sup>68</sup>. È naturale che i valori da sostituire ( $\lambda$  e le probabilità  $p$ ) cambieranno continuamente in base all'introduzione nel sistema di nuovi dati riguardanti le polizze in essere. Quindi, il valore di  $\bar{\lambda}$  è determinato dalle rilevazioni a disposizione. Ciò che è interessante notare è che ci siamo riportati ad una Poisson omogenea. Questo ci semplifica molto la trattazione dal punto di vista matematico. In ogni caso, dobbiamo ancora capire che funzione utilizzare per inserire le variabili considerate in maniera efficace, in modo che possa restituirmi un valore del premio coerente.

Lo stesso ragionamento appena fatto, può essere agevolmente traslato sull'altra componente che va a formare il premio. Per questa, tutto risulta molto più semplice in quanto abbiamo una sola variabile (la velocità), che nel nostro modello va ad influenzare il valore di  $X$ .

Per essere rigorosi nella trattazione, è opportuno fare una precisazione utile a capire bene quanto segue. Nel modello che proporremo, la componente chilometrica viene scorporata dal fattore  $X$  che abbiamo determinato perciò per stabilire il premio pagato dal nuovo assicurato il modello sarà

---

<sup>68</sup> Chiameremo successivamente  $\bar{x}$  il valore per cui moltiplicare  $\bar{\lambda}$ .

$$\Pi_j = E[Y_j] = E[\lambda]E[X_j] * Km$$

Il principio non cambia ma solo l'unità di misura delle varie componenti (che vedremo successivamente). Per quanto riguarda  $Km$ , sarà l'impresa assicurativa che dovrà scegliere come procedere, ed in particolare se scegliere un valore  $\overline{Km}$ , dato dalla media chilometrica degli assicurati o un valore  $Km$  che verrà previamente dichiarato dal soggetto che si appresta a stipulare un nuovo contratto.

### 4.3 LA STRUTTURA DEL MODELLO

Veniamo ora a parlare della struttura del modello, per cui è necessaria una precisazione.

Si è parlato precedentemente di come sono strutturate alcune polizze, presenti sul mercato, che si discostano leggermente dalla classica Bonus-Malus, per le quali è utilizzata la scatola nera<sup>69</sup>. In base a quanto detto e a quanto sostenuto da Litman (2011), in un articolo che mostra i vantaggi che si hanno a legare la polizza al numero di chilometri percorsi, sembra sensato un modello così composto, per catturare bene tutti gli elementi che concorrono a determinare il premio:

$$\Pi_j = K + BM_j + \lambda_j * X_j * Km$$

con  $K$  che rappresenta la quota di costi fissi, legati al contratto (che sarà molto bassa si suppone);  $BM_j$  è una aggiunta dovuta alla classe Bonus-malus posseduta, che ragionevolmente si può azzerare nel

---

<sup>69</sup> Vedi Par. 4.1 su tariffa "a chilometri" e "a giorni".

momento in cui si è nella classe più bassa<sup>70</sup>;  $\lambda_j$ <sup>71</sup> è il fattore legato al numero di sinistri, riferito al j-esimo attore ed è influenzato dalle variabili di cui abbiamo parlato sopra (Cap. 4.2);  $X_j$  è il fattore legato all'ammontare del singolo incidente, che abbiamo detto dipendere dalla velocità;  $Km$  è il numero di chilometri percorsi.

Un'osservazione va fatta sull'unità di misura utilizzata. Ragionevolmente il premio sarà espresso in Euro (o altra moneta in base allo Stato in cui ci troviamo). Anche  $K$  e  $BM_j$  saranno espressi in Euro, poiché uno è un importo fisso, l'altro un valore che varia con la classe di merito. Per quanto riguarda l'ultimo elemento, per poterlo efficacemente sommare, l'unità di misura deve essere la stessa. Sembra sensato considerare  $\lambda_j$  un coefficiente determinato tramite la metodologia di calcolo sopra illustrata, quindi adimensionale. Siccome  $Km$  sarà per forza misurato in chilometri, l'unità di misura di  $X_j$  è  $\text{€} / \text{chilometri}$ . In questo modo, anche i calcoli avranno un senso matematico rigoroso. Il fatto di mantenere in generale una media di velocità sostenuta andrà ad influire quindi sul valore di  $X_j$  sensibilmente. Questo, unito all'elevato chilometraggio fa lievitare il prezzo della polizza. Il tutto può essere mitigato (o aggravato) però dal coefficiente  $\lambda_j$ , che racchiude gli altri fattori che vanno ad influire sul rischio complessivo dell'assicurato.

Ciò che risulta evidente, è che la componente chilometrica viene mostrata separatamente. Come sostenuto da Litman (2011), questo aspetto ha un forte effetto anche "psicologico" sugli assicurati: anzitutto incide fortemente sull'utilizzo (o meglio, sul

---

<sup>70</sup> È giusto che il numero di incidenti venga in qualche modo tenuto in considerazione, ma non in maniera rilevante come si è fatto finora. La logica che muove il modello è comunque quella di legare il costo dell'assicurazione ad altri fattori che riguardano principalmente lo stile di guida e il numero di chilometri percorsi.

<sup>71</sup> Nella simulazione (si veda Cap. 4.2.2)  $\lambda_j$  prende valori  $\{\lambda_l, \lambda_m, \lambda_n\}$

minor utilizzo) del veicolo sotto vari punti di vista. Il cliente è di fatto disincentivato dalla guida perché facendo meno chilometri risparmia immediatamente sull'assicurazione. Inoltre, in base al modello scelto, vengono mostrati separatamente anche gli elementi che compongono la componente  $\lambda_j$ , che incentivano loro stessi ad una guida prudente. Questo comporta che:

- gli assicurati sono meno a rischio perché guidano con cautela, avendone un immediato vantaggio in termini di costo della polizza;
- gli stessi riducono il rischio anche perché passano meno tempo per strada<sup>72</sup>;
- vi è un conseguente risparmio sulla benzina;
- l'ambiente trae beneficio dalle minori emissioni.

Colui che invece si trova ad avere necessità di utilizzare l'automobile non sarà scoraggiato da questo tipo di tariffa. Risulterà un metodo di risparmio immediato invece per chi riducesse anche in maniera improvvisa il chilometraggio effettuato<sup>73</sup>.

Per quanto riguarda il pagamento della polizza, abbiamo parlato precedentemente del modus operandi dei contratti. I pagamenti della polizza avvengono in fase di stipulazione del contratto, perciò si paga in anticipo in favore di un successivo periodo di protezione. Nel nostro caso, il costo della tariffa sarà determinato dal chilometraggio previsto, poiché ancora non si è realizzato. Un metodo che sembra efficace, per tutelare gli interessi

---

<sup>72</sup> Minor rischio significa minori incidenti, cioè costi minori per le imprese di assicurazione e per lo Stato.

<sup>73</sup> Viene naturale parlare di crisi in questo ambito. Con la perdita del lavoro si riducono le entrate per una famiglia. La trasformazione dell'assicurazione in un costo principalmente variabile, permetterebbe di mantenere magari un veicolo in più (a beneficio anche del settore dell'auto, che è in crisi acuta), al contrario di quello che succede ora, poiché molti si trovano a vendere l'automobile per l'insostenibilità dei costi fissi legati all'assicurazione. Vedi Litman (2011).

di tutte le parti in causa, può essere quello di pagare in base alla media dell'anno precedente, poiché è ragionevole pensare che ci sarà una tendenziale costanza nel chilometraggio di un'automobile, a meno che non cambi proprietario o destinazione. Tuttavia, riprendendo lo spunto di Litman (2011)<sup>74</sup>, per aiutare in particolare chi versasse in condizioni economicamente difficili, potrebbe essere prevista anche una dichiarazione del chilometraggio che si intende percorrere per il periodo successivo, che è soggetto però al pagamento di mora (magari per ogni chilometro in eccesso) se viene superato senza averne dato notizia per tempo (con conseguente incremento del denaro versato) all'assicuratore. Questo, se da un lato può aiutare coloro che sono in difficoltà, dall'altro tutela le compagnie dai tentativi di eludere il ciclo invertito ricavi-costi, tipico delle imprese di assicurazione.

L'ultimo passo sta nell'inserire i valori per  $BM_j$ ,  $\lambda_j$ ,  $X_j$ , da sostituire all'interno della formula prospettata, così che possiamo avere il valore del premio per ogni  $j$ -esimo contratto.

#### 4.4 IL MODELLO SIMULATO

Siccome non è stato possibile reperire molti dati utili, si è deciso di compiere delle simulazioni, sfruttando le caratteristiche del modello scelto e cercando di generare valori sensati (partendo, se possibile, da valori medi reali effettivamente forniti), in attesa che in futuro ci possa essere una sostituzione di questi valori con dati effettivamente rilevati<sup>75</sup>. È stata compiuta una simulazione tramite il

---

<sup>74</sup> Egli suggerisce una dichiarazione iniziale del chilometraggio che si suppone di fare nel corso dell'anno.

<sup>75</sup> Va tuttavia rilevato che alcune simulazioni partono da dati medi effettivamente rilevati, e presentano quindi caratteri di verosimiglianza con la realtà.

software Microsoft Excel, creando, per ogni caratteristica, dieci mila valori tramite lo strumento di “generazione di numeri casuali”. Questo ha permesso di calcolare i dati significativi (media, varianza) con una certa precisione, dovuta a un numero sufficiente di osservazioni. Daremo ora conto di come sono state simulate le varie componenti del modello già prospettato:

$$\Pi_j = K + BM_j + \lambda_j * X_j * Km$$

Anzitutto viene dato per noto il valore di  $K$ , che serve a coprire le spese legate al contratto. Questo valore varierà nella realtà in base alla compagnia assicurativa, che calcolerà i propri costi e stabilirà un giusto valore di  $K$ . Nel nostro modello si è scelto di definire  $K = 100\text{€}$ .

Per quanto riguarda la classe Bonus-malus, essa non è più “la” componente fondamentale, ma solo “una” componente che contribuisce alla formazione del premio. Per questa è stata fatta una generazione casuale discreta di numeri interi tra 1 e  $18^{76}$ , tutti equiprobabili. La scelta è stata operata poiché non è stato possibile reperire dati sulla distribuzione effettiva degli assicurati nelle classi.

Pur esistendo la tabella con i coefficienti di conversione universale attualmente utilizzati (vedi Tabella 2.1) , si è scelto, nel nostro caso, di cambiarli (Tabella 4.1) proprio perché la classe Bonus-malus è ora definita “una” componente. Adesso che il suo peso non è più determinante, è sensato credere che il costo ad essa legato possa annullarsi (o quasi), se ci troviamo nelle classi più basse, mentre il peso deve essere rilevante se la classe è alta. Secondo questa logica sono stati scelti dei nuovi coefficienti da

---

<sup>76</sup> 18 è il numero di classi previsto dalla tabella di conversione universale.

utilizzare nel modello, allargando l'intervallo di questi<sup>77</sup>. Nel nostro modello si è stabilito di moltiplicare i coefficienti scelti per 100€.

classe	coefficiente	classe	coefficiente
1	0	10	1
2	0,05	11	1,25
3	0,1	12	1,5
4	0,2	13	1,75
5	0,3	14	2
6	0,4	15	2,4
7	0,5	16	2,8
8	0,6	17	3,2
9	0,8	18	3,6

TABELLA 4.1: nella tabella sono presentati i coefficienti di moltiplicazione che verranno utilizzati nel modello. Nelle prime classi essi sono molto vicini a zero.

#### 4.4.1 L'ELEMENTO NUOVO

L'ultima componente della somma deve essere scomposta nelle sue unità. Per quanto riguarda  $\lambda_j$ , dobbiamo parlare delle variabili ambiente, utilizzi, concentrazione e accelerazione.

##### Ambiente

La variabile ambiente, è suddivisa in due componenti: percentuale di guida notturna e percentuale di guida in condizioni meteo avverse. Si è scelto di generare i dati secondo una distribuzione log-normale, con un accorgimento: siccome si tratta di percentuali, devono essere obbligatoriamente comprese tra 0 e 1, perciò ai numeri che eccedevano questo valore è stata tolta la parte intera, così da non cadere in contraddizione<sup>78</sup>. L'elemento comunque

<sup>77</sup> Siamo passati dall'intervallo  $0,5 < coeff. < 2$  all'intervallo  $0 < coeff. < 3,6$ .

<sup>78</sup> Per quanto riguarda la guida notturna, si è scelto di attribuire un valore 0 a quelle osservazioni che superavano il valore 10, in quanto è sensato credere che alcuni soggetti non guidino di notte per scelta personale.

più rilevante è la media scelta: per quanto riguarda il maltempo, si è deciso per un valore che rispecchiasse effettivamente le condizioni atmosferiche generali italiane, perciò una media di maltempo pari a circa il 25% (la media della simulazione è 25,431%); per la guida notturna, invece, è stato preso un dato medio fornito dall'ISVAP (ora IVASS) del 15.09.2013, pari a circa il 13% (con media della simulazione pari a 13,589%).

La soglia scelta per determinare se le condizioni di guida sono pericolose è stata determinata secondo la seguente formula:

$$Q_{ambiente} = \mu_{\%notte} * \mu_{\%maltempo} + \sigma_{\%notte} * \sigma_{\%maltempo}$$

### Utilizzi

Come abbiamo sostenuto precedentemente, il numero di utilizzi, intesi come immissione e uscita dalla circolazione, incidono sul numero di sinistri perché sono momenti particolarmente rischiosi. Purtroppo non ci è stato possibile trovare dei dati che riguardassero questo elemento. Per questo si è scelto di generare dei dati secondo una distribuzione discreta (così da avere valori di output interi), assegnando a ogni numero una certa probabilità. Le probabilità sono state determinate tramite una Poisson con  $\lambda = 3,5$  e valori interi  $0 < N < 21$ , anche questi con degli accorgimenti<sup>79</sup>. La media della simulazione risulta infatti molto vicina al valore di  $\lambda$  ed è pari a 3,518.

La soglia è così calcolata:

$$Q_{utilizzi} = \mu_{utilizzi} + \sigma_{utilizzi}$$

---

<sup>79</sup> il valore 0 restituisce in realtà il numero 0,2 (che significa un utilizzo ogni 5 giorni), poiché l'assicurazione serve se viene fatto uso del veicolo. Il numero 21 invece simboleggia quei pochi soggetti che fanno più di 20 utilizzi giornalieri (la percentuale è infatti infinitesimale).

### Concentrazione

Anche per il dato sulla concentrazione non ci è stato possibile arrivare a dati effettivamente rilevati, poiché rappresenta comunque un carattere di novità rispetto ai dati che possiamo trovare agevolmente. Per questo valore è stato anche difficile trovare una media sensata, poiché non risulta propriamente intuitiva. Si è scelto di calcolare il numero di automobili nel raggio di 50 metri, provando a stabilire quante effettivamente potessero essere (considerando la presenza in molti casi di più corsie e di strade laterali e svincoli). Si è scelto un valore di 50 auto in media e da questo valore sono stati generati dei dati secondo una distribuzione normale, con deviazione standard pari a 7 (effettivamente la variabilità è elevata e probabilmente cambierà molto il valore tra coloro che vivono in campagna e coloro che guidano abitualmente in città).

La soglia per determinare il comportamento, secondo questo profilo, è pari a:

$$Q_{concentrazione} = \mu_{concentrazione}$$

In questo caso la condizione di pericolosità si manifesta quando i veicoli circostanti in media sono superiori a 50.

### Accelerazione

Il percorso per determinare l'accelerazione è un po' più complesso e fa uso di altri dati generati precedentemente. Sembra corretto, in prima istanza, specificare che il valore dell'accelerazione nasce dalle rilevazioni delle variazioni di velocità nel tempo; le informazioni ricavate sono prese in valore assoluto, così che vengano sommate accelerazioni e decelerazioni (che si hanno in tutte le fasi di rallentamento del veicolo). Data l'unità di misura dell'accelerazione, è stato trasformato in  $m/s$  il valore della velocità,

originariamente in  $km/h$ , e questo è stato diviso per un valore in secondi che sembrava sensato in media<sup>80</sup>. Il risultato trovato è un'accelerazione media pari 0,548.

Il calcolo della soglia è stato il seguente:

$$Q_{accelerazione} = \mu_{accelerazione} + \sigma_{accelerazione}$$

### Velocità

Veniamo ora a parlare della seconda parte della componente: l'elemento  $X_j$ . Quest'ultimo, secondo le nostre previsioni, è funzione della sola velocità. Perciò non resta che spiegare come è stata determinata: la velocità è stata simulata da una generazione di una normale con media pari a quella rilevata dall'ANIA<sup>81</sup> e deviazione standard pari a 3. Il valore medio finale della simulazione è pari a 46,855  $km/h$  con un minimo di 35,318  $km/h$  e un massimo di 58,871  $km/h$ . Nel nostro modello è stata usata una particolare funzione per trasformare il dato sulla velocità, per poi sfruttarlo nel modello, ed in particolare:

$$X_j = f(v_j) = 0,3 * v_j$$

La funzione è molto semplice ma la verifica, data da valori di premio in linea con le aspettative, ci permette di dire che nel nostro caso ha senso<sup>82</sup>.

### Chilometraggio

L'ultima parte della formula riguarda il chilometraggio (dato che andrà direttamente inserito in effetti). Il valore medio, usato per

---

<sup>80</sup> Ancora una volta il valore medio dei secondi è stato generato secondo una distribuzione di Poisson centrata in 24 (secondi) con valori medi dei secondi compresi tra 9 e 30. Siamo coscienti che il dato può sembrare quanto mai azzardato e privo di fondamento scientifico, ma ci sembra comunque coerente per la spiegazione concettuale che si è deciso di operare (N.d.a).

<sup>81</sup> Dato del 15.09.2013.

<sup>82</sup> Naturalmente è compito delle assicurazioni cercare una funzione più precisa.

la simulazione deriva dall'ISVAP (ora IVASS)<sup>83</sup>, e in particolare dai dati che riguardano le ore di viaggio e i chilometri percorsi in alcune zone campione (Roma, Milano, Cuneo, etc.). La generazione ha riguardato i chilometri per singola guida, che sono stati generati secondo una log-normale, avvalendosi del dato precedentemente illustrato sugli utilizzi medi giornalieri. Si è arrivati infine ad un chilometraggio medio coerente con il valore estratto dai dati forniti. La media risultante dal modello è di 9277,76 km annuali con un minimo di 355,39 km e un massimo di 198659,42 km<sup>84</sup>.

#### 4.4.2 I RISULTATI DEL MODELLO

Una volta generati tutti i dati necessari, questi sono stati inseriti nel modello<sup>85</sup>. Oltre alla funzione per trasformare la velocità in un numero utilizzabile, sono stati anche definiti i valori di  $\lambda_l$ ,  $\lambda_m$ ,  $\lambda_h$ , che sono ritenuti coerenti:

$\lambda(e_l)$	$\lambda(e_m)$	$\lambda(e_h)$
0,001	0,003	0,005

Abbiamo inoltre una distribuzione di probabilità delle realizzazioni ( $e_l, e_m, e_h$ ) pari a:

$P(e_l)$	$P(e_m)$	$P(e_h)$
79,87%	17,17%	2,96%

naturalmente, vi è la consapevolezza che la distribuzione di probabilità è dovuta alle soglie scelte, e può essere modificata, ma la ripartizione ci sembra opportuna.

<sup>83</sup> Dati del 15.09.2013.

<sup>84</sup> I valori estremi sono coerenti, se pensiamo per esempio per il massimo a un rappresentante che trascorre molto tempo in auto.

<sup>85</sup> Per capire come sono stati inseriti ed elaborati i dati, vedi APPENDICE 1.

Con tutti i dati appena esposti, è ora possibile trarre delle conclusioni sui risultati. Il primo elemento che risulta evidente, è il valore medio dei premi (di tariffa<sup>86</sup>). Esso è decisamente più basso di quello che ci ritroviamo a pagare attualmente nel nostro Paese e si attesta (secondo il modello) attorno ai 500 €<sup>87</sup>, a fronte invece di una variabilità molto elevata intorno alla media: i premi partono infatti da un valore di circa 130€, per arrivare a cifre superiori ai 5000 €, ma è lecito aspettarsi situazioni ancora più estreme, per esempio se consideriamo un soggetto che guida molto (poniamo  $km = 200000$ ), in condizioni pericolose ( $\lambda_h = 0,005$ ) e ad elevata velocità ( $\bar{v} = 55 km/h$ ). Secondo il modello avremo che il premio pagato sarà:

$$\begin{aligned} \Pi_j &= K + BM_j + \lambda_j * X_j * Km = \\ &= 100€ + 0 + 0,005 * (55 * 0,3) \text{ €/km} * 200000km = 16600€^{88} \end{aligned}$$

A ben vedere, il valore calcolato risulta decisamente elevato e, ad una prima occhiata, potrebbe sembrare fuori mercato. Tuttavia dobbiamo rilevare che la situazione descritta è di certo la più favorevole a causare incidenti, anche molto gravi. Ciò che si vuole mettere in luce è che con questo metodo si riduce l'effetto solidarietà, che viene solitamente sfruttato dai cattivi guidatori, a discapito di quelli virtuosi. Inoltre si realizza una creazione del premio su misura del contratto, scopo che ci si era precedentemente prefissati.

---

<sup>86</sup> Come già illustrato, il premio di tariffa è quello che paga l'assicurato. Si è scelto di applicare una pressione fiscale del 23%, data dal 12,5% di imposta minima (che può essere aumentata fino al 16%) e il 10,5% dovuto alle spese sanitarie per lo Stato.

<sup>87</sup> La media nazionale si attesta intorno a 700€ secondo i dati ISVAP (IVASS).

<sup>88</sup> Valore del premio puro al quale va aggiunta la pressione fiscale. La classe bonus-malus, è stata considerata la migliore (1), tuttavia avrebbe pesato poco in questo caso. Ricordiamo che all'estremo opposto il pagamento minimo è di 100€ (sommando eventualmente il costo legato alla classe) se il veicolo assicurato non viene utilizzato (le spese amministrative); infatti la quantità  $km$  si azzerava.

### 4.4.3 ALTRE CONSIDERAZIONI

Un ulteriore fatto, che crea una spaccatura col passato, riguarda la variabilità all'interno della classe di merito. Se fino a questo momento ad ogni classe corrispondeva un valore di premio abbastanza preciso<sup>89</sup>, ora riscontriamo che i premi sono molto variegati. Questo accade perché il numero di sinistri non è più l'unico elemento che determina il costo del premio, ma solo uno tra gli altri. Il Grafico 4.1 rappresenta proprio questo.

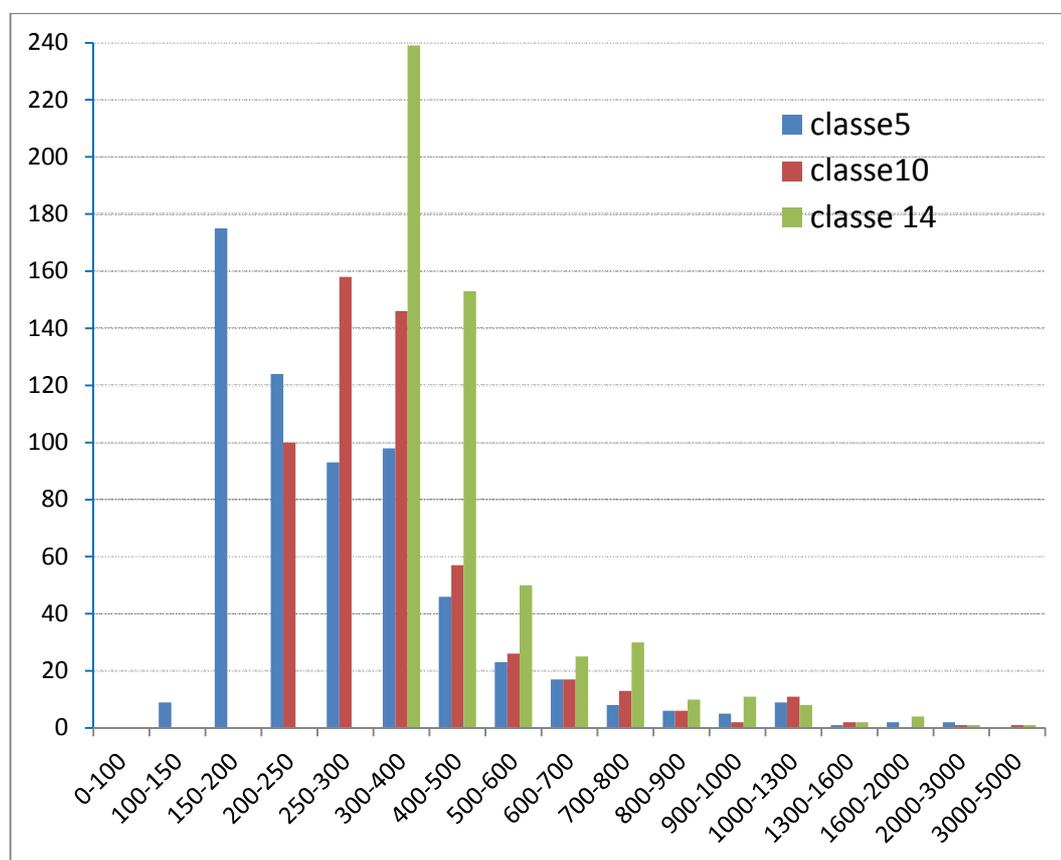


GRAFICO 4.1: sono presentati il numero di premi appartenenti ad ogni intervallo per tre diverse classi Bonus-malus (5, 10, 14). In ascissa ci sono gli intervalli di premio, in ordinata invece il numero di premi appartenenti ad ogni intervallo. È verosimile che, con l'aumento della classe (maggior numero di incidenti), i premi si spostino verso intervalli più alti.

<sup>89</sup> Abbiamo utilizzato il termine "abbastanza" perché vi sono alcune caratteristiche che concorrono alla formazione del premio che non riguardano il numero di incidenti (per esempio età dell'assicurato e caratteristiche del veicolo). Queste caratteristiche dovrebbero essere destinate all'eliminazione, grazie al nuovo metodo.

A dimostrazione dell'elevata variabilità e personalizzazione del premio, viene presentato un altro esempio, che riguarda due soggetti che compiono un simile chilometraggio annuale, ma con due diversi stili di guida (il primo più pericoloso), così da mostrare di quanto possa variare il premio pagato:

KM PERCORSI		31592,783	31554,648
AMBIENTE	Maltempo	21,68%	24,24%
	Notte	13,47%	4,57%
UTILIZZI		7	5
CONCENTRAZIONE		60,087242	37,339761
ACCELERAZIONE		0,7178617	0,5592281
$Q_{ambiente}$	0,078	0	0
$Q_{utilizzi}$	5,40	1	0
$Q_{concentraz.}$	50,01	1	0
$Q_{acceleraz.}$	0,62	1	0
REALIZZAZIONI		eh	el
CATEGORIA	$\lambda$	0,005	0,001
VELOCITÀ	MEDIA	51,686043	46,304087
X	$(V_{media} * 0,3)$	15,505813	13,891226
BONUS-MALUS	classe	14	11
	€ classe	200	125
Premio puro successivo		2749,36	663,33
Premio di tariffa successivo		3381,71	815,90

TABELLA 4.2: sono stati presi due diversi contratti dove è simile il numero di chilometri. La differenza di  $\lambda$  e velocità media, in questo caso, determinano però un costo decisamente diverso della polizza.

È evidente che un'elevata velocità media in condizioni generalmente ritenute pericolose, fa lievitare il premio, che assume valori molto alti. Ovviamente, in questo caso, non si ha la presunzione di aver scelto

delle soglie necessariamente corrette<sup>90</sup>, ma di far passare un concetto di base che sembra solido.

#### 4.4.4 UN POSSIBILE SVILUPPO

A conclusione della trattazione, anche se mancano le possibilità oggettive per svilupparlo, si è deciso di specificare una possibile evoluzione del modello presentato. Essa parte dall'idea che il dispositivo telematico ha la possibilità di fornire dati in tempo reale, caratteristica non priva di efficaci implicazioni. Grazie a questo elemento, sembra del tutto realistico pensare che la valutazione rispetto alle soglie poste possa essere compiuta continuamente. Ad ogni rilevazione effettuata<sup>91</sup>, vengono prodotti dei dati riguardanti le caratteristiche scelte (nel nostro caso ambiente, utilizzi, concentrazione, accelerazione) e di seguito viene restituito come output un valore  $\lambda_l$ ,  $\lambda_m$ ,  $\lambda_h$ , tramite il sistema precedentemente presentato. Alla fine del periodo risulta banale calcolare per quanto tempo un soggetto è stato nelle tre categorie (ogni  $\lambda$  avrà una certa percentuale), formando così un dato di sintesi  $\bar{\lambda}_j$  finale, che sia ancora più personalizzato<sup>92</sup>. A parere di chi scrive, ci sarebbe un effetto positivo (e virtuoso), come già sostenuto, sui guidatori che si troverebbero di volta in volta a valutare il costo opportunità di una guida rischiosa<sup>93</sup>.

---

<sup>90</sup> Nemmeno i dati sono veramente rilevati, ma ciò che conta è che è riscontrabile una verosimiglianza con la realtà, priva di contraddizioni (per esempio ci aspettiamo che velocità e accelerazione media crescano di solito insieme, come accade in questo caso).

<sup>91</sup> Per esempio una rilevazione ogni secondo

<sup>92</sup> In quel caso  $\bar{\lambda}_j$  può assumere tutti i valori compresi tra  $\lambda_l$  e  $\lambda_h$ .

<sup>93</sup> È possibile che un soggetto sia disposto a pagare di più pur di concedersi qualche tratto a velocità più sostenuta in condizioni non del tutto sicure.

## CONCLUSIONE

L'analisi fatta nel corso della trattazione ha evidenziato che il mercato delle assicurazioni R.C.A. è stato soggetto a rilevanti innovazioni negli ultimi anni, le quali permettono un nuovo e più efficace approccio in fase di formazione del premio. Grazie ai dispositivi telematici, infatti, è possibile valutare quasi in tempo reale il modo di guidare degli assicurati, secondo caratteristiche specifiche, tramite dati che le descrivono puntualmente. È emerso però che queste possibilità non vengono attualmente sfruttate appieno (o meglio vengono sfruttate pochissimo), prediligendo un sistema che fonda i costi quasi unicamente sul numero di incidenti. Questo aspetto è limitante secondo molti punti di vista:

- si crea un effetto solidarietà eccessivo, con conseguenti malumori di chi ha uno stile di guida corretto e viene meno la disincentivazione di coloro che guidano in maniera pericolosa;
- vi sono elevati costi per lo Stato (scaricati sulla collettività), invece che per coloro che effettivamente causano la spesa;
- viene valutata una sola caratteristica, che, pur essendo un buon indizio sullo stile di guida, da sola non riesce ad essere esauriente.

L'introduzione della "scatola nera" sembra poter sopperire a tutti questi svantaggi, grazie alle sue rilevazioni. Inoltre, il difetto di privacy sollevato, può essere superato nel momento in cui le rilevazioni non vertono sul dato geografico (ad esempio il dato sulla concentrazione mi dice il numero di veicoli che ho intorno senza specificare il luogo dove mi trovo).

Il passo successivo ora sta nel predisporre i dispositivi per le rilevazioni necessarie e soprattutto cercare dei modelli che possano

valutare correttamente gli utenti della strada. Ciò che si è visto, in questo caso, è che questo tipo di sistemi sembrano utili ad abbassare in media il costo della polizza assicurativa, rispondendo, con degli accorgimenti, in modo tempestivo alle esigenze dei clienti<sup>94</sup>. Risulta quindi verificato lo scopo iniziale di riduzione del costo della polizza, che potrebbe essere eventualmente soggetta anche a una minor pressione fiscale, conseguente a una minor spesa sanitaria per lo Stato. Tuttavia, come ogni riforma profonda richiede del tempo per convincere gli scettici, ma sembra che il sistema (istituzioni statali e europee) si stia muovendo in questa direzione, sebbene in maniera molto più lenta rispetto alle effettive possibilità tecniche offerte.

---

<sup>94</sup> Ci stiamo riferendo per esempio a tutti quelli che versano in condizioni economiche difficili.

# APPENDICE 1

KM PERCORSI	AMBIENTE		UTILIZZI	CONCENTRA- ZIONE	ACCELERA- ZIONE	Qambiente	Qutilizzi	Qconcentraz	Qacceleraz	REALIZZA- ZIONE	CATEGORIA λ	VELOCITÀ		X		BONUS-MALUS		Premio puro	Pr. di Tariffa
	Maltempo	Notte										MEDIA	(Vmedia*0,3)	classe	€ classe				
10609	0,1792	0,0150	5	35,96	0,5647	0,0781	5,4	50,01	0,6179	el	0,001	50,82	15,25	15	240	501,75	617,15		
9611	0,1368	0,0103	2	55,28	0,4987	0	0	1	0	el	0,001	48,48	14,54	14	200	439,77	540,92		
4105	0,0563	0,2166	3	44,44	0,5179	0	0	0	0	el	0,001	44,74	13,42	10	100	255,10	313,78		
4983	0,0567	0,0032	2	48,30	0,6220	0	0	0	1	el	0,001	47,02	14,11	10	100	270,30	332,47		
5278	0,1461	0,0410	4	58,60	0,6152	0	0	1	0	el	0,001	46,51	13,95	7	50	223,64	275,08		
15865	0,1065	0,0061	5	45,10	0,6862	0	0	0	1	el	0,001	46,94	14,08	14	200	523,40	643,78		
7685	0,0777	0,1834	0,2	49,16	0,4671	0	0	0	0	el	0,001	48,76	14,63	9	80	292,43	359,69		
11486	0,0310	0,0042	0,2	43,17	0,5218	0	0	0	0	el	0,001	46,96	14,09	1	0	261,81	322,03		
6312	0,2064	0,3081	8	58,98	0,6069	0	1	1	0	em	0,003	45,88	13,76	4	20	380,61	468,15		
12836	0,0721	0,0006	4	45,76	0,4359	0	0	0	0	el	0,001	42,36	12,71	13	175	438,14	538,91		
9260	0,2541	0,2886	6	57,94	0,4714	0	1	1	0	em	0,003	44,12	13,24	4	20	487,71	599,88		
4670	0,2389	0,1857	4	54,88	0,4834	0	0	1	0	el	0,001	48,72	14,62	1	0	168,26	206,96		
4213	0,0539	0,0021	1	34,58	0,4601	0	0	0	0	el	0,001	46,38	13,91	7	50	208,61	256,59		
6333	0,2135	0,2923	1	43,57	0,5086	0	0	0	0	el	0,001	47,60	14,28	16	280	470,44	578,64		
2833	0,4602	0,1255	3	69,07	0,5203	0	0	1	0	el	0,001	48,70	14,61	11	125	266,39	327,66		
22254	0,0551	0,0611	4	49,10	0,4622	0	0	0	0	el	0,001	48,25	14,48	18	360	782,14	962,03		
3174	0,5257	0,1477	5	55,18	0,5187	0	0	1	0	el	0,001	48,55	14,57	18	360	506,23	622,66		
9814	0,1900	0,4233	1	38,19	0,5398	1	0	0	0	el	0,001	48,58	14,57	14	200	443,02	544,91		
20476	0,0828	0,0347	3	47,16	0,5533	0	0	0	0	el	0,001	47,80	14,34	17	320	713,66	877,80		
4691	0,4934	0,1253	2	52,87	0,5720	0	0	1	0	el	0,001	51,48	15,45	17	320	492,45	605,71		
25309	0,0343	0,0323	2	60,24	0,4664	0	0	1	0	el	0,001	41,97	12,59	13	175	593,68	730,23		
5488	0,2895	0,0521	5	53,48	0,5272	0	0	1	0	el	0,001	47,45	14,24	5	30	208,12	255,99		
16905	0,5793	0,0592	4	54,41	0,6548	0	0	1	1	em	0,003	49,50	14,85	3	10	863,13	1061,65		
5494	0,0359	0,0205	4	38,98	0,5886	0	0	0	0	el	0,001	50,86	15,26	15	240	423,83	521,31		
15353	0,3203	0,0378	4	47,00	0,4470	0	0	0	0	el	0,001	40,23	12,07	17	320	605,29	744,50		
14437	0,6950	0,2473	5	43,04	0,5368	1	0	0	0	el	0,001	48,31	14,49	1	0	309,26	380,39		

"el"	"em"	"eh"	TOT
7987	1717	296	10000

P("el")	P("em")	P("eh")
79,87%	17,17%	2,96%

Lambda(el)	Lambda(em)	Lambda(eh)
0,001	0,003	0,005

Media chilometri 2012	9560
Media chilometri stimata	9277,76261
Velocità media stimata	46,854761
X medio	14,0564283
Lambda medio stimato	0,0014618
K (€)	100

	<b>PRIMO PAGAMENTO</b>
P. puro	490,6365611
P.di tariffa	603,4829702

BONUS-MALUS		B-M unitario
classi	coefficiente	100
1	0	0
2	0,05	5
3	0,1	10
4	0,2	20
5	0,3	30
6	0,4	40
7	0,5	50
8	0,6	60
9	0,8	80
10	1	100
11	1,25	125
12	1,5	150
13	1,75	175
14	2	200
15	2,4	240
16	2,8	280
17	3,2	320
18	3,6	360

L'APPENDICE 1, presenta il foglio di calcolo Excel dove appaiono tutti i risultati delle simulazioni fatte. Nella prima tabella, ogni riga rappresenta un contratto, per il quale sono state compiute delle rilevazioni, oggetto nel nostro caso di simulazione (tutti i termini sottolineati). Nell'ordine abbiamo il dato chilometrico, i quattro dati che riguardano la componente  $\lambda_j$  (ambiente, utilizzi, concentrazione, accelerazione), il dato sulla velocità media e quello sulla classe Bonus-malus di appartenenza. I valori della la componente  $\lambda_j$  sono poi valutati rispetto ai valori di soglia stabiliti  $Q$  (per esempio, nella riga 1 tutte rilevazioni sull'assicurato stanno sotto i valori di soglia), così da restituire per ogni elemento un valore "1" (sopra la soglia) oppure "0" (sotto la soglia). Questo ci permette di capire, in base a quanto detto (Cap. 4.4.2), a che categoria di  $\lambda_j$  appartiene il singolo

soggetto (per esempio, alla riga 1 il soggetto possiede quattro “0” perciò lo consideriamo a basso rischio  $e_l$  mentre alla riga 9 l'assicurato ha due “0” e due “1” perciò è a rischio medio  $e_m$ ). Alla velocità viene applicata la funzione presentata precedentemente (Cap. 4.4.1), che permette di avere un valore utilizzabile. Infine nella colonna “€ classe” sono riportati i valori in Euro pagati a seconda della classe Bonus-malus posseduta. Nelle ultime due colonne (in verde) sono riportati rispettivamente premio puro e premio di tariffa (con pressione fiscale al 23%), calcolati secondo la struttura del modello scelta:

$$\Pi_j = K + BM_j + \lambda_j * X_j * Km$$

Nelle ultime tabelle sono invece riportati il dato probabilistico legato alle tre diverse realizzazioni  $e_l, e_m, e_h$ , i valori di  $\lambda$  applicati in base alle realizzazioni, e la tabella BONUS-MALUS con i coefficienti usati per moltiplicare il valore unitario di 100. Infine troviamo uno schema con tutti i valori medi calcolati che ci servono a determinare il premio per un nuovo soggetto che pagasse per la prima volta il premio (tabella in arancio). La classe Bonus-malus del nuovo entrante, come accade tutt'ora secondo i sistemi tradizionali, è la 14 (evidenziata in giallo).

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

Cappiello, A., *Economia e gestione delle imprese assicurative*, Franco Angeli, 2008;

Iqbal, M. U., Lim, S., *A privacy preserving GPS-based Pay-As-you-Drive insurance scheme*, IGNISS Symposium 2006;

Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., Denuit, M., *Modern Actuarial Risk Theory*, Springer, 2001;

Lemaire, J., *Bonus-malus systems: The European and asian approach to merit-rating*, *North American Actuarial Journal*, Volume 2, Number 1, January 1998;

Litman, T. A., *Pay-As-You-Drive Pricing for Insurance Affordability*, *Victoria Transport Policy Institute*, 2011;

Muermann, A., Straka, D., *Asymmetric Information in Automobile Insurance: New Evidence from Telematic Data*, *working paper*, 2011;

Mikosch, T., *Non-Life Insurance Mathematics: an introduction with the Poisson Process*, Springer, 2009;

Parpinel, F., Provasi, C., *Elementi di probabilità e statistica per le scienze economiche*, G. Geppichelli – Torino, 2004;

Pitacco, E., *Elementi di matematica delle assicurazioni*, II ed., Lint Trieste, 2009;

Unipol Assicurazioni, *Fascicolo informativo YOU KMSICURI*, Maggio 2013;

Vaia, G., Carmel, E., DeLone, W., Trautsch, H., Menichetti, F., *Vehicle Telematics at an Italian Insurer: New Auto Insurance Products and New Industry Ecosystem*, *MIS Quarterly Executive*, vol. 11 , pp. 113 -125, Sept. 2012;

Una Leva per la Ripresa, *Decimo Rapporto sulla mobilità in Italia*, Maggio 2013.

## RIFERIMENTI NORMATIVI

Decreto del Ministero delle Attività Produttive del 23 Nov. 2004, N.1157;

Decreto Legge del 24 Gennaio 2012, N.1;

Decreto Interministeriale 25 Gennaio 2013, Pr. N. 5, Meccanismi elettronici che registrano l'attività del veicolo;

Legge 24 Dic. 1969, N. 990;

Legge 2 aprile 2007, N. 40

## SITOGRAFIA

- [www.ania.it](http://www.ania.it)
- [www.isvap.it](http://www.isvap.it) (IVASS)
- [www.unipolassicurazioni.it](http://www.unipolassicurazioni.it)
- [www.allianz.it](http://www.allianz.it)
- [www.generali.it](http://www.generali.it)
- [www.abiresearch.com](http://www.abiresearch.com)
- [www.octotelematics.it](http://www.octotelematics.it)

## Ringraziamenti

Desidero ringraziare il Prof. Marco Tolotti, che mi ha permesso di arrivare finalmente (e non senza fatica) alla conclusione degli studi, grazie al Suo decisivo supporto e contributo, e a tutti quelli che mi hanno invitato più volte a non mollare.

Un ringraziamento speciale e unico va a GIUSI, perché mi ha sostenuto in ogni momento difficile, che sarebbe stato davvero duro da superare da solo. Grazie.

Mattia Fracassi