



Università  
Ca' Foscari  
Venezia

Corso di Laurea magistrale  
in Economia e Finanza

Tesi di Laurea

# Metodi innovativi per il credit rating

**Relatore**

Ch. Prof.ssa Antonella Basso

**Correlatore**

Ch. Prof. Giovanni Fasano

**Laureando**

Giovanni Facchin

Matricola

988181

**Anno Accademico**

2018 / 2019

## Sommario

<b>INTRODUZIONE</b> .....	4
<b>CAPITOLO 1 IL CREDIT SCORING E LE INNOVAZIONI PRINCIPALI DI BASILEA</b> .....	5
<b>1.1 IL CREDIT SCORING</b> .....	5
<b>1.2 IL COMITATO DI BASILEA: UN’OTTICA DI INSIEME</b> .....	9
<b>1.3 BASILEA 2</b> .....	16
<i>1.3.1 IL METODO STANDARDIZZATO</i> .....	18
<i>1.3.2 IL METODO DEI RATING INTERNI</i> .....	20
<b>1.4 CLASSI DI ATTIVITA’</b> .....	21
<i>1.4.1 COME VIENE COMPUTATO IL RISCHIO DI CREDITO</i> .....	22
<b>1.5 LA DEFINIZIONE DI DEFAULT</b> .....	23
<b>1.6 EXPECTED LOSS (PERDITA ATTESA) VS UNEXPECTED LOSS (PERDITA INATTESA)</b> .....	24
<i>1.6.1 DISCONTINUITA’ CICLICHE</i> .....	25
<b>1.7 COSA SI INTENDE PER SISTEMA DI RATING?</b> .....	28
<i>1.7.1 REQUISITI QUANTITATIVI</i> .....	29
<i>1.7.2 I REQUISITI ORGANIZZATIVI</i> .....	33
<b>1.8 REGOLE DI CALCOLO</b> .....	38
<b>1.9 BASILEA 3</b> .....	43
<i>1.9.1 LA NUOVA STRUTTURA DEL CAPITALE REGOLAMENTARE</i> .....	48
<i>1.9.1.1 RWA</i> .....	51
<b>1.10 BASILEA 4 E L’IRB 2.0</b> .....	53
<i>1.10.1 CAMPO DI APPLICAZIONE DEI MODELLI INTERNI</i> .....	55
<i>1.10.2 IMPATTO DI BASILEA IV</i> .....	56
<b>CAPITOLO 2 LE TECNICHE CLASSICHE DI CREDIT SCORING</b> .....	56
<i>2.1 INTRODUZIONE AI MODELLI MULTIVARIATI</i> .....	56
<b>2.2 MODELLO LOGISTICO</b> .....	65
<i>2.2.1 ASSUNZIONI DEL MODELLO E INTERPRETAZIONE DEI PARAMETRI</i> .....	68
<b>2.3 TEST PER LA VALIDAZIONE DEI RISULTATI</b> .....	69
<i>2.3.1 LA CUMULATIVE ACCURACY PROFILE (CAP)</i> .....	69
<i>2.3.2 ACCURACY RATIO</i> .....	71
<i>2.3.3 ALTRE STATISTICHE DI CONVALIDA</i> .....	71
<i>2.3.4 RECEIVER OPERATING CHARACTERISTIC(ROC):</i> .....	73
<b>CAPITOLO 3 I MODELLI MULTICRITERIALI</b> .....	73
<b>3.1 INTRODUZIONE AGLI APPROCCI MULTICRITERIALI</b> .....	73

<b>3.2 IL METODO ELECTRE (ELEMNAZIONE E SCELTA DEI CRITERI CHE ESPRIMONO LA REALTA')</b> .....	76
<b>3.3 IL METODO ELECTRE III</b> .....	79
<b>3.4 L'ELECTRE TRI</b> .....	80
<b>3.5 IL METODO ELECTRE TRI NC</b> .....	82
3.5.1 <i>LA PROCEDURA DI ASSEGNAZIONE DECRESCENTE</i> .....	82
<b>3.6 I METODI PROMETHEE</b> .....	84
3.6.1 <i>ESTENSIONE DELLA NOZIONE DI CRITERIO</i> .....	85
3.6.2 <i>IL PROMETHEE 1</i> .....	91
3.6.3 <i>IL PROMETHEE 2</i> .....	92
<b>3.7 IL MURAME</b> .....	92
<b>CAPITOLO 4 UN'ANALISI EMPIRICA</b> .....	96
<b>4.2 SELEZIONE DELLE VARIABILI</b> .....	99
<b>4.3 ANALISI UNIVARIATA</b> .....	106
<b>4.3 ANALISI MULTIVARIATA DISCRIMINANTE</b> .....	107
<b>4.4 ANALISI DELLA REGRESSIONE LOGISTICA</b> .....	113
<b>4.5 ANALISI PER IL METODO MURAME</b> .....	115
<b>CONCLUSIONI</b> .....	119
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	120
Sitografia .....	122
<b>APPENDICE</b> .....	123

## INTRODUZIONE

In questa tesi analizzeremo i metodi innovativi per il credit rating, ovvero la valutazione del merito di credito, delle PMI<sup>1</sup>.

Le PMI costituiscono un insieme non uniforme in quanto variano per dimensione, per modello di business, per struttura proprietaria, per complessità organizzativa, per fase di crescita e per propensione all'innovazione. Per questo motivo l'offerta di finanziamento, che la banca o l'intermediario propone a tali aziende, dovrà essere differenziata secondo le diverse casistiche.

Le banche e gli intermediari finanziari italiani sono attualmente abbastanza ricchi nell'offerta di servizi di finanziamento sia tradizionali che innovativi. All'ampia gamma di strumenti e servizi finanziari non corrisponde un adeguato incontro fra domanda e offerta, questo è colpa delle banche che non sempre sanno proporre gli strumenti di finanziamento adeguati e delle imprese che non hanno ancora una cultura finanziaria.

Un aspetto evidenziato in Caruso e Palmucci<sup>2</sup> è appunto che le aziende tendono a finanziarsi mediante i canali tradizionali quali il cosiddetto corporate banking interbancario, seguito dalle riscossioni automatiche (Ri.Ba, RID, MAV), le carte di credito aziendali e lo smobilizzo di effetti (sconto di cambiali, anticipo s.b.f, anticipazioni). Mentre i canali meno utilizzati sono rappresentati da quelli più avanzati quali: il project finance, la cartolarizzazione, il debito mezzazino e quelli connessi alle operazioni di leveraged buy out (LBO).

Per tale motivo si sono affermati i sistemi di credit rating che ci permettono una valutazione con procedure automatiche della decisione di concessione del finanziamento senza elementi di soggettività. Tali metodi sono stati sviluppati per le difficoltà delle imprese a finanziarsi a medio lungo termine. Questa difficoltà la si riscontra in quanto, nella maggior parte dei casi, c'è la tendenza da parte delle PMI a finanziarsi mediante un finanziamento a breve termine o ad autofinanziarsi mediante capitale proprio dei soci. Le

---

<sup>1</sup> Le PMI vengono definite dall'Allegato I regolamento (UE) n. 651-2014 in questo modo : "La categoria delle microimprese, delle piccole imprese e delle medie imprese (PMI) è costituita da imprese che occupano meno di 250 persone, il cui fatturato annuo non supera i 50 milioni di EUR e/o il cui totale di bilancio annuo non supera i 43 milioni di EUR".

<sup>2</sup> Caruso A., Palmucci F., Scelte di finanziamento della crescita: Un'indagine sulle pmi italiane, pp. 453-475. 2008

tecniche di scoring permettono di giungere ad una valutazione quantitativa da parte dell'ente finanziatore della rischiosità di una controparte arrivando a segmentare la clientela che consentirà, pertanto, una valutazione del prezzo da attribuire alla singola transazione. Inoltre, le caratteristiche di coerenza, velocità e accuratezza hanno reso tali tecniche indispensabili anche nell'ambito della gestione dei crediti, come supporto a decisioni quali, ad esempio, le modifiche di linee di credito esistenti, la vendita di nuovi prodotti e le strategie di riduzione delle perdite, una volta che si è dimostrata l'insolvenza.

Connesso a tali tecniche di scoring analizzeremo l'evoluzione della regolamentazione del comitato di Basilea che al fine di agevolare l'erogazione al credito alle imprese minori ha permesso di adottare regole prudenziali più favorevoli di quanto non accada per aziende di maggiore dimensione, tutelando le banche mediante buffer prudenziali. Ciò verrà ampiamente discusso con particolare riferimento a Basilea 3 e nella successiva riforma Basilea 4, ancora in fase di discussione. In tale riforma verrà attuata una attenuazione dei requisiti di rischio di credito per le banche, una revisione della metodologia del rischio di credito e del capitale minimo che una banca deve detenere.

## **CAPITOLO 1 IL CREDIT SCORING E LE INNOVAZIONI PRINCIPALI DI BASILEA**

### **1.1 IL CREDIT SCORING**

Il credit scoring è definito come “l'insieme delle tecniche statistiche che permettono di giungere ad una misura quantitativa del rischio connesso ad una operazione di finanziamento” (Stanghellini, 2009).

Il credit scoring è il punteggio di merito che viene dato ad un potenziale cliente che richiede il credito. In base a tale punteggio vogliamo valutare se il soggetto sarà in grado di far fronte ai propri impegni contrattuali. L'analisi del credito si avvale di tecniche quantitative basate sull'elaborazione automatica di informazioni standardizzate. L'insieme delle tecniche quantitative, note come credit scoring, permettono di valutare il rischio connesso ad un'operazione di finanziamento. Il risultato ottenuto da tali tecniche si sostanzia in un punteggio, o anche detto “score” che rappresenta una misura indiretta

della probabilità di default del cliente. La probabilità di default è la probabilità che il cliente risulti in stato di default.<sup>3</sup>

I primi modelli di scoring si svilupparono attorno agli anni '50 e il loro utilizzo sempre più diffuso portò le banche e le altre società finanziarie ad una migliore capacità di discriminare tra clienti meritevoli e non meritevoli con una conseguente riduzione delle perdite, senza tuttavia, avere una contrazione delle transazioni favorevoli.

Prima di allora gli analisti fondavano le loro valutazioni sul merito di credito sulla base di valutazioni soggettive/discrezionali basate sulla conoscenza del cliente. Un'evoluzione di tale consuetudine è data dalla logica buoni/cattivi, basata su metodi previsivi della solvibilità del cliente. Tuttavia, questo metodo si rivela inefficace la suddivisione in classi omogenee delle controparti.

A questi primi modelli sono seguiti molti altri con lo scopo di richiamare all'oggettività nella decisione di concessione del credito ed alla coerenza fra la valutazione del merito e la rischiosità dell'operazione di finanziamento. Si è ricorsi a sistemi di elaborazione automatica dei dati per avere un criterio coerente, ripetibile ed oggettivo.

Le tecniche di scoring in ragione della loro velocità e trasparenza hanno portato a modificare le linee di credito esistenti, alla vendita di nuovi prodotti e a strategie di riduzione delle perdite una volta che si siano verificate. In tale ambito prendiamo a riferimento due modelli statistici: il modello logistico e l'analisi discriminante. Tali modelli costituiscono un punto di riferimento anche per le altre tecniche.

L'impiego precipuo delle tecniche di scoring è associato al rischio di insolvenza collegato ad una operazione. Si parla di "application scoring" o accettazione quando l'operazione riguarda la concessione del credito.

---

<sup>3</sup> Lo stato di default viene definito dalla Banca d'Italia alla luce dell'articolo 178 del Regolamento (UE), che recita:

"Un debitore è considerato in stato di default quando ricorre almeno una delle seguenti condizioni:

- a. condizione oggettiva ("past-due criterion") – il debitore è in arretrato da oltre 90 giorni consecutivi nel pagamento di un'obbligazione rilevante (nel caso di approccio per debitore, per determinare se l'obbligazione è rilevante si fa riferimento al complesso delle obbligazioni del medesimo debitore verso l'ente);
- b. condizione soggettiva ("unlikeliness to pay") – la banca giudica improbabile che, senza il ricorso ad azioni quale l'escussione delle garanzie, il debitore adempia integralmente alla sua obbligazione (o alle sue obbligazioni, nell'approccio per debitore)."

Si parla di “behavioural scoring “ o comportamentale quando l’operazione riguarda la gestione di un cliente già affidato.

Parlando dello scoring di accettazione l’evento che vogliamo prendere in considerazione è la solvibilità del potenziale cliente quando richiede un finanziamento. Possiamo suddividere la clientela con una variabile binaria ovvero dividerla tramite tecniche statistiche in buoni e cattivi pagatori. Questo vale anche per lo scoring comportamentale con la variabile di previsione che misura la massima affidabilità del cliente.

Nella previsione, entra anche la variabile di risposta che comprende oltre ad una variabile binaria anche altri aspetti che possono essere sia quantitativi che qualitativi. Perciò, nello scoring comportamentale si introducono altre tecniche con lo scopo di avere il profilo del cliente ottimale con più variabili di risposta aggregate.

Con il Secondo Accordo sul capitale di Basilea si è resa obbligatoria sia la determinazione del capitale minimo di vigilanza, sia la ponderazione delle posizioni di rischio con una certa misura di probabilità di insolvenza mediante le tecniche quantitative di scoring.

Lo scoring di accettazione è quindi “il processo attraverso cui alcune informazioni relative ad un richiedente vengono combinate e convertite in un punteggio, score, costituito in modo tale da essere proporzionale alla probabilità stimata che il richiedente sia solvibile.” (Stanghellini,2009)

Esiste un valore soglia (cut-off) sopra il quale il richiedente è solvibile e quindi gli si concede il finanziamento, qualora sia sotto soglia viene classificato come “non solvibile” e quindi non finanziabile.

Delineiamo ora le fasi del credit scoring:

- 1) La prima fase consta nella definizione di una popolazione obiettivo, il modello deve essere sviluppato per una popolazione ben definita, omogenea rispetto a caratteristiche economiche. Tali sono nel caso del credito alle imprese: la dimensione dell’impresa, il settore merceologico e il volume del fatturato.

Il sistema di scoring può risultare inadeguato a causa di effetti congiunturali che determinino in tempi brevi cambiamenti della popolazione in studio.

- 2) Nella seconda fase si passa a definire la variabile di classificazione definita come “il manifestarsi dell’evento oggetto di studio in un intervallo temporale prefissato, che può

essere pari alla durata del piano di rimborso o ad una sua frazione” ( Stanghellini, 2009). Tale variabile di classificazione è detta Flag, collegata all'inefficace rimborso del debito secondo lo schema concordato.

L'impresa è collocata in default nel caso di mancato pagamento del secondo o terzo rateo; è da stabilire con precisione quale quantitativo di insolvenza crei disagio al finanziatore.

- 3) Nella terza fase si definiscono: (a) quali unità devono formare il campione per mettere in pratica la metodologia e (b) per ciascuna unità quali informazioni acquisire. Il campione oltre a riflettere la popolazione obiettivo deve essere in termini statistici casuale ovvero rappresentativo delle unità che hanno richiesto il finanziamento in un determinato periodo di tempo. Per ogni unità del campione, le variabili sono sia di carattere economico (per quanto riguarda la durata e l'ammontare) sia riguardanti il profilo del cliente.

Le variabili per il credito al consumo sono in vasta parte composte da variabili di natura sociodemografica e provengono dal modulo di richiesta del finanziamento.

Per il periodo di tempo fissato vengono fissate le unità del campione, al termine del quale ogni elemento viene ordinato in una delle due categorie della variabile Flag. Importante in tale contesto che la finestra di osservazione temporale sia costante per tutte le osservazioni.

- 4) Nella quarta fase si prende in considerazione la metodologia di scoring più adeguata secondo gli obiettivi e i risultati già validati. In secondo piano si implementa tale tecnica in un campione dato.

Per evitare la duplicazione di questo campione si utilizza tale tecnica: nel sistema di scoring e nella convalida, lo suddividiamo in due sottocampioni: uno di sviluppo (training sample) ed uno meno numeroso di convalida (test sample). Ciononostante, ci possono essere due tipi di errori: l'errata classificazione di clienti solvibili che non lo sono in realtà o, viceversa, definire non solvibili clienti che in realtà lo sono. Occorre allora fare delle scelte per aumentare l'accuratezza, sulle informazioni da inserire nel modello.

A tale scopo ci aiutano tecniche descrittive fondate sul campione di convalide e tecniche statistiche inferenziali volte a dirimere andamenti formali del fenomeno rispetto a quelli casuali causati dal campione utilizzato. Mentre i primi sono presenti nella popolazione, i secondi cambiano con un altro campione. Dobbiamo, pertanto, separare i due aspetti per salvaguardare l'accuratezza della metodologia.

Validato il modello, la tecnica di scoring si può esprimere con un sistema di pesi, o parametri, che caratterizzano le variabili descrittive del cliente. Un tempo si preparava una scheda, score card, in cui i singoli pesi apparivano insieme alle caratteristiche a cui

si riferivano e la loro somma ci forniva lo scoring. Ora questa tecnica è totalmente automatizzata e dà come output la valutazione dello score.

- 5) Nella quinta fase trattiamo lo scoring di accettazione, ossia se concedere o meno il finanziamento ad un soggetto, tale fase si articola scegliendo un valore soglia e stimando gli errori di classificazione. Il valore di soglia tiene conto di esigenze aziendali, perché l'ammettere al finanziamento un soggetto insolubile può non dipendere dal costo ma dal mancato profitto del perdere un cliente solvibile. Quindi il valore di soglia diventa quello che minimizza il valore atteso e si rapporta ai costi che l'azienda deve sopportare in caso di errata classificazione. Una volta scelto il valore di soglia, è possibile ottenere una stima della probabilità di compiere un errore di classificazione.
- 6) Nella sesta fase si verifica l'efficacia nel tempo della tecnica di scoring una volta implementata. In tale fase si valutano:
  - “(a) la capacità della funzione di score di separare il gruppo delle unità solvibili da quelle delle non solvibili detta capacità discriminante,
  - (b) l'aderenza fra la probabilità di insolvenza stimata sulla base del modello e quella osservata, detta calibrazione”. (Stanghellini, 2009)

Nello scoring di accettazione è possibile monitorare solo la popolazione di clienti giudicati solvibili, perché di quelli non solvibili ovvero non ammessi al finanziamento abbiamo perso la loro storia creditizia.

L'azienda potrà monitorare il sistema di scoring basandosi sulla distanza fra il tasso di insolvenza atteso e quello osservato nella popolazione finanziata. In caso di distanza elevata, in entrambe le direzioni, si ha un logoramento del sistema di scoring che necessita quindi di essere aggiornato. Per ovviare a tale problematica molti istituti di credito hanno adottato una flessibilità per quanto riguarda il livello di soglia. Tali scostamenti sono oggetto di studio di un sistema noto come reject reference, ovvero un metodo per aumentare la qualità dello score card basato sull'uso dei dati contenuti nelle domande di credito rifiutate per ovviare a possibili distorsioni derivanti dalla non considerazione di esse.

## **1.2 IL COMITATO DI BASILEA: UN'OTTICA DI INSIEME**

Prima di definire il quadro odierno nel quale si inserisce l'erogazione del credito in accordo con le normative del Comitato di Basilea, vediamo le motivazioni e gli eventi che hanno segnato la necessità di istituire un organo per supportare il funzionamento e la

stabilità del sistema finanziario globale. Il Comitato di Basilea venne istituito nel 1974 dalle banche centrali dei 10 paesi più industrializzati (G10) in seguito al fallimento di un istituto di credito tedesco, tale fenomeno ebbe ripercussioni sull'intero sistema globale. La dinamica del fallimento della banca tedesca in questione ha evidenziato come il rischio di regolamento (costituito del rischio di credito e dal rischio di liquidità<sup>4</sup>) crei delle implicazioni sistemiche che il mancato adempimento da parte di una banca preclude la capacità di altri operatori di far fronte alle proprie obbligazioni.

Il primo 'Basel Accord: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards', rilasciato nel Luglio del 1988, prevede un'innovazione radicale e nell'ottica del rafforzamento patrimoniale delle banche, viene imposto di accantonare una quota di Patrimonio, detto Patrimonio di Vigilanza, il quale deve essere pari all'8% della loro esposizione complessiva al rischio di credito.

Questa quota di accantonamento è determinata nel seguente modo, ovvero come rapporto tra patrimonio e attivo a rischio:

$$RAR_{Basilea1} = \frac{\text{Patrimonio di vigilanza}}{RWA} > 8\%$$

L'RWA era rappresentato dalle attività bancarie, opportunamente ponderate per specifici fattori di rischio.

Possiamo a titolo esemplificativo, vedere le seguenti ponderazioni:

---

<sup>4</sup> Il rischio di credito nell'ambito di un'operazione creditizia è legato al fatto che il creditore non assolva, anche solo in misura marginale, all'obbligo di rimborso del capitale o al pagamento di interesse al creditore

Rischio di liquidità consiste nel rischio che il creditore non sia in grado di regolare l'intero ammontare alla scadenza prevista, ma in una data successiva

TABELLA 1- Basilea 1: le principali ponderazioni delle attività in bilancio

0%	20%	50%	100%
cassa	crediti verso banche dei paesi OCSE	crediti ipotecari su immobili residenziali	crediti verso privati
crediti verso banche centrali dei paesi OCSE	crediti verso (o garantiti da) banche multilaterali di sviluppo		crediti verso controparti non OCSE e verso banche non OCSE con durata residua > 1 anno
titoli di Stato emessi da governi dei paesi OCSE	crediti verso banche dei paesi non OCSE con durata residua <= 1 anno		partecipazioni, attività subordinate e strumenti ibridi di patrimonializzazione non dedotti dal patrimonio di vigilanza

(Fonte: Cannata, 2006)

Il Comitato definisce il quadro per misurare l'adeguatezza patrimoniale e i livelli minimi di capitale per le banche attive a livello internazionale e si concentra solo sul rischio di credito delle attività (ovvero il rischio di fallimento della controparte), inoltre, l'Accordo fornisce una definizione internazionale comune di capitale bancario che divide il capitale in due livelli differenti di patrimonio (Tier 1 e Tier 2) e assegna vari pesi a grandi categorie di rischio di credito nel portafoglio di attività di una banca (0, 10, 20, 50 e 100%). Le attività a basso rischio di credito come: liquidità, crediti verso amministrazioni centrali e banche centrali denominate in valuta nazionale e crediti verso amministrazioni centrali dell'OCSE, hanno un requisito patrimoniale basato sul rischio dello 0%. I crediti verso banche multilaterali di sviluppo, banche incorporate nell'OCSE e banche costituite al di fuori dell'OCSE con scadenza a un anno avranno un requisito patrimoniale basato sul rischio del 20%. Mentre i prestiti interamente garantiti da ipoteca su immobili residenziali avranno una ponderazione del rischio del 50%. Infine, l'Accordo attribuisce pesi elevati, ad esempio, ai crediti per il settore privato, ai crediti a lungo termine nei confronti di banche costituite al di fuori dell'OCSE, ai crediti nei confronti dei governi centrali al di fuori dell'OCSE, alle immobilizzazioni e agli investimenti immobiliari e sarà ponderato al 100%.

Il Patrimonio di Vigilanza è definito dalla somma algebrica di elementi positivi e negativi e può essere distinto in due componenti ovvero patrimonio di base o Tier1 e patrimonio supplementare o Tier2.

TABELLA 2- Quadro sinottico di costruzione del capitale bancario

Elementi di capitale	Definizione degli elementi di capitale	Limiti e restrizioni
Tier 1: (Capitale di base)	Dato da elementi del patrimonio netto	
a) Capitale sociale associato/ azioni ordinarie	permanente ( azioni ordinarie/ titoli azionari e completamente versati dagli azionisti e azioni privilegiate perpetue non cumulative) e riserve dichiarate ( azioni sovrapprezzo, profitti ritenuti, riserve generali e riserve legali)	Almeno il 50% del capitale base della banca
b) Riserve dichiarate		
Tier 2: (Capitale supplementare)	Consiste in strumenti di capitale meno durevoli.	
a) Riserve non dichiarate	Riserve latenti consistono nell'eccedenza degli utili non distribuiti al netto delle imposte. Tali risorse servono per affrontare perdite impreviste.	Gli elementi del Tier 2 (supplementari) saranno limitati ad un massimo del 100% del totale degli elementi del Tier1.
b) Riserve da rivalutazione attività	Riserve derivanti dalle rivalutazioni di attività fisse della banca (strutture) o detenzione a lungo termine di titoli azionari	Lo sconto del 55% sarà applicato ai guadagni latenti su titoli latenti
c) Riserve per perdite su prestiti	Riserve create per imprevisti futuri, perdite non identificate e attività deteriorate di non immediata manifestazione	Massimo del 1.25% o eccezionalmente 2% del rischio sulle attività
d) Strumenti ibridi di capitale	Strumenti che includono le caratteristiche di capitale azionario e di debito	
e) Strumenti subordinati	Strumenti con una scadenza fissata minima di 5 anni. Durante gli ultimi 5 anni a tali strumenti saranno applicati uno sconto del 20% all'anno per riflettere la diminuzione di valore.	Massimo del 50% sugli elementi del Tier 1

( Fonte: ElBannan, 2017)

Nel Tier1 venivano inclusi gli elementi con più alta qualità, su tale componente vengono computati: capitale versato, le riserve palesi (quali la riserva sovrapprezzo azioni, la

riserva legale, gli ultimi accantonati, alcuni fondi generali, quali, il fondo rischi bancari generali) e alcuni strumenti ibridi di capitale. Questi ultimi possono essere computati a capitale di base entro il 15% dello stesso; l'eventuale eccedenza rispetto a tale limite poteva essere computata nel Tier2.

Nella seconda componente vengono incluse le riserve da rivalutazione, le riserve occulte, i fondi rischi, gli strumenti ibridi di patrimonializzazione (upper Tier2) e le passività subordinate (lower Tier2).

Infine, il Tier3, introdotto nel 1996, veniva riconosciuto nel computo del patrimonio di vigilanza unicamente ai fini del rispetto del requisito patrimoniale a fronte dei rischi di mercato.

Dalla somma delle prime due componenti si devono sottrarre le partecipazioni e gli strumenti di capitale detenuti dalle banche e da società finanziarie al fine di evitare il doppio computo del patrimonio (double gearing).

La ponderazione che troviamo al denominatore segue questa regola generale: i crediti assistiti da un'adeguata garanzia reale in contanti o in titoli pubblici erano considerati privi di rischio(ponderazione=0), mentre ai prestiti assistiti da specifiche garanzie personali veniva associato il fattore di ponderazione riferito al garante, se meno rischioso del debitore principale.

Nel tempo risultano evidenti i limiti di Basilea 1, quali la non differenziazione delle misure di rischio per la stessa tipologia di clientela, la non considerazione della data di scadenza del prestito, la non considerazione dei rischi cosiddetti "operativi" e il non tener conto della differenziazione come elemento di riduzione del rischio e la considerazione che occorreva una legge più restrittiva sul capitale di rischio venne ideata Basilea 2.

Tale riforma portò a requisiti minimi di capitale per rischio credito, rischio mercato e rischio operativo.

Con Basilea 2 vengono introdotti dei meccanismi complessi in grado di attribuire alle posizioni già finanziate o da finanziare una misura di sintesi del rischio (rating). Tale misura inerente ad un dato orizzonte temporale viene determinata sulla base di tutte le informazioni in possesso (siano esse di natura quantitativa che qualitativa) ed espressa mediante una classificazione su scala ordinale. Tale misurazione rappresenta la capacità

di un soggetto affidato o da affidare di far fronte alle proprie obbligazioni contrattuali. Ad ogni classe di rating è associata una Probabilità di Default (PD).

Vengono proposti due metodi per il calcolo dei requisiti patrimoniali a fronte del rischio di credito ai fini di vigilanza da parte della Banca d'Italia:

- 1) Il metodo standardizzato
- 2) Il metodo IRB, Internal Rating Based (metodo dei rating interni). Il quale presenta due gradi di sofisticazione:
  - IRB base o foundation internal rating based ovvero un metodo solo parzialmente determinati dalle banche/ intermediari finanziari nelle loro variabili costitutive
  - IRB avanzato o advanced internal rating based ovvero un metodo solo parzialmente determinati dalle banche/intermediari finanziari nelle loro variabili costitutive.

Tali metodi verranno analizzati in dettaglio nel seguito della trattazione.

I sistemi di rating vengono definiti come “l’insieme strutturato e documentato delle metodologie, dei processi organizzativi e di controllo, delle modalità di organizzazione delle basi dati che consente la raccolta e l’elaborazione delle informazioni rilevanti per la formulazione di valutazioni sintetiche della rischiosità di una controparte e delle singole operazioni creditizie”. (Banca d'Italia, 2006)

In tal modo si calcolano i coefficienti di ponderazione tenendo conto dei seguenti elementi qualitativi:

- Esposizione al momento del default (EAD): è l’esposizione che potrebbe essere difficoltoso recuperare, una volta che si sia verificato il default. È quindi un valore condizionato al fatto che il default si sia verificato. In questa trattazione faremo riferimento solo ad un portafoglio di clienti aventi EAD deterministica, ovvero aventi prodotti con piano di ammortamento definito.

Tuttavia, l’EAD può essere stocastica per prodotti, quali l’apertura di credito, con esposizione non nota a priori. Per considerare tali prodotti viene convertito

l'importo in un "equivalente creditizio" moltiplicando il valore dell'attività per un apposito fattore di conversione (Credit Conversion Factor, CCF)<sup>5</sup>.

- La probabilità di default: caratterizza la credit quality ovvero il merito di credito della controparte e rappresenta la variabile dipendente del credit scoring.
- La perdita in caso di default (LGD): è un oggetto complesso, caratterizzato da incertezza sull'esposizione e sul processo di recupero. La normativa prevede di considerare la perdita subita nel caso peggiore (downturn): si utilizzano tassi di recupero molto prudenziali, ovvero molto bassi.
- Tassi di recupero (recovery rate): tale misura è condizionale al default, e rappresenta una stima di ciò che si prevede di recuperare da un'esposizione. Essa dipende da diversi fattori quali: valore di realizzo, tempo di recupero e costo del processo di recupero.
- La scadenza effettiva: consiste in una media delle durate residue contrattuali, per una data esposizione, ciascuna ponderata per l'importo.
- La ponderazione dei rischi: ovvero l'RWA.
- L'aggiustamento per il grado di frazionamento del portafoglio: consiste in un aggiustamento del totale delle attività ponderate per il rischio per includere il livello di diversificazione dell'attivo.

Condizione necessaria per l'utilizzo dei metodi IRB è il rispetto delle banche di precisi criteri, qualitativi e quantitativi, definiti dalle autorità in base alle migliori pratiche seguite dagli operatori internazionali.

Tra i requisiti di natura quantitativa si rilevano quelli attinenti alla struttura dei rating e alle modalità dei parametri di rischio; tra i requisiti organizzativi, vanno menzionate l'indipendenza della struttura chiamata ad assegnare i rating da quella che, all'interno della banca, possa trarne beneficio e la necessità che il sistema IRB nel suo complesso sia utilizzato correttamente nella gestione aziendale, e non solo per il calcolo del requisito patrimoniale.

Tale metodo si articola lungo una scala continua di valori; la scelta di una funzione continua ("funzione regolamentare") offre il vantaggio di non dover fissare il numero delle classi di rischio, consentendo una più ampia articolazione delle stesse e una

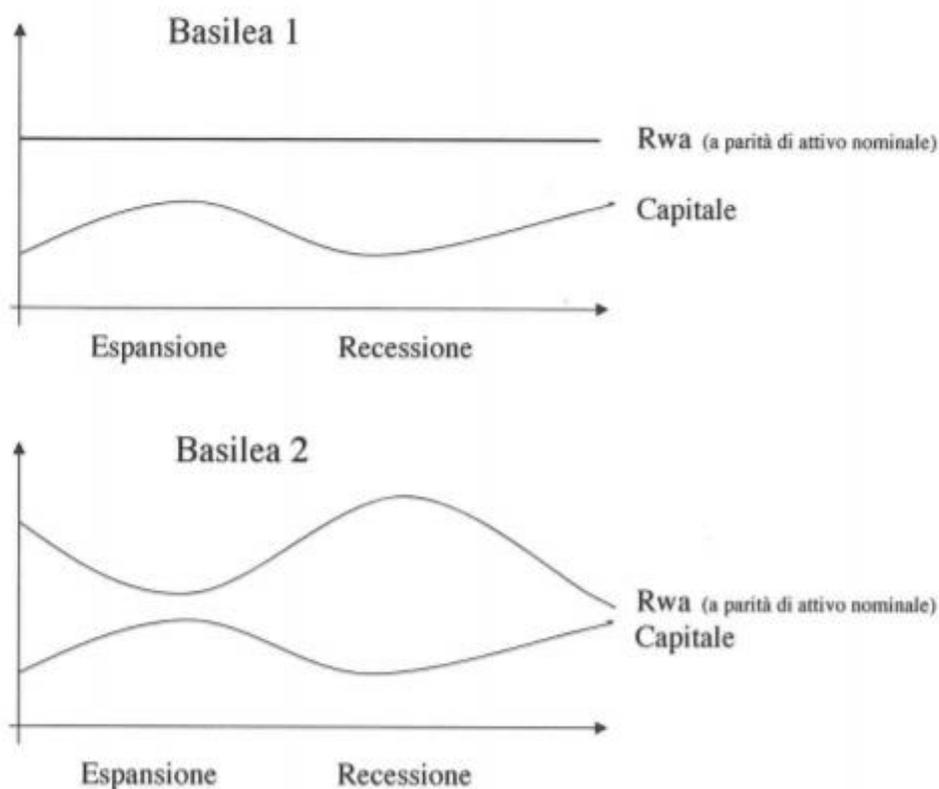
---

<sup>5</sup> Il Credit Conversion Factor viene calcolato nel seguente modo: nel metodo base le banche utilizzano i valori dei CCF prefissati dalle autorità di vigilanza, mentre in quello avanzato devono procedere a stime interne

maggior coerenza con le classificazioni adottate internamente dalle singole banche. Sono previste ponderazioni differenziate per i diversi portafogli di attività: Stati sovrani, banche, imprese, tre tipologie di crediti al dettaglio e gli strumenti di capitale.

Nella struttura di Basilea 2 si incorpora la variazione della rischiosità dell'attivo, avente ad oggetto la variazione della clientela nelle diverse classi di rating. A tale scopo si è rimodulato il processo di pianificazione e gestione di capitale per avere una capitale adeguato (ICAAP) tale da poter affrontare ogni scenario di stress. Questo è ben esemplificato dal seguente grafico.

FIGURA 1-Evoluzione del requisito patrimoniale durante un ciclo economico



(Fonte: Cannata, 2007)

### 1.3 BASILEA 2

La disciplina inerente a Basilea 2, contrariamente a quanto si pensi, non è stata causa della crisi bancaria, ma al contrario, ha mitigato l'impatto della crisi portando le banche ad aumentare il patrimonio a fronte delle esposizioni per attuire le perdite.

C'è continuità con gli obiettivi posti dalla previgente normativa ovvero: la promozione della stabilità dei sistemi bancari, il mantenimento di condizioni di parità concorrenziale tra banche e tra paesi, introduzione di una maggiore correlazione tra patrimonio e rischi.

La promozione della stabilità costituisce la finalità tipica dell'attività di vigilanza. Una dotazione di capitale in linea con il profilo di rischio complessivo degli intermediari consente di assorbire perdite inattese che altrimenti potrebbero portare l'azienda in crisi. Come abbiamo già detto precedentemente, un'adeguata capitalizzazione e una maggiore attenzione alla gestione dei rischi migliorano la stabilità del sistema finanziario.

Il secondo obiettivo prefissato è quello di garantire una competizione equa tra le banche internazionali. Per conseguire questo obiettivo bisogna intervenire sullo schema regolamentare; a tale scopo la legislazione ha introdotto tre diverse forme di controllo (cosiddetti Pilastri).

La definizione di regole quantitative più precise per il calcolo dei requisiti minimi di capitale (Primo Pilastro) viene integrata da indicazioni volte a potenziare i meccanismi interni di governo aziendale (Secondo Pilastro) e da una più efficace disciplina del mercato attraverso la diffusione di maggiori informazioni (Terzo Pilastro).

La combinazione di questi pilastri è essenziale per assicurare la solidità delle banche e la stabilità dei sistemi finanziari. Un adeguato presidio dei rischi deve basarsi sulla capacità delle banche di monitorarli.

Nel Primo Pilastro riguardante i requisiti patrimoniali minimi viene ripresa la normativa preesistente riguardante il patrimonio di vigilanza a fronte del rischio assunto, ovvero il rapporto tra l'ammontare del capitale e le attività a rischio non deve essere inferiore all'8%. Inoltre, viene ripresa l'impostazione dell'attribuzione delle ponderazioni alle attività per tenere conto del diverso profilo di rischio.

Il Secondo Pilastro si occupa in misura preponderante del processo di controllo prudenziale richiedendo un sistema dei rischi e di controllo delle banche ponderato sull'adeguatezza patrimoniale in relazione alle proprie caratteristiche operative e al profilo di rischio. In tale ambito si considera l'impatto sulla situazione aziendale del verificarsi di situazioni congiunturali negative (stress test).

Nel Terzo pilastro si pone l'obiettivo di garantire informazioni affidabili, complete e tempestive mediante trasparenza informativa, avente ad oggetto la pubblicazione di dati in materia di misurazione dei rischi e di procedure gestionali.

Per superare la normativa di Basilea 1 si estende l'obbligo di calcolare i requisiti minimi di capitale a nuove tipologie di rischio, oltre a quello creditizio, per tenere conto degli sviluppi dell'innovazione finanziaria e delle pratiche delle banche ed evitare che queste ultime si spostino verso attività non regolamentate.

Nel secondo Pilastro si richiede alle banche di tenere conto nella valutazione interna del proprio capitale, oltre che degli errori e delle approssimazioni introdotte nel calcolo del requisito del Primo Pilastro (per esempio il rischio di tasso di interesse nel banking book e il rischio di concentrazione dei prestiti).

Rispetto al Risk Asset Ratio di Basilea 1 vengono lasciate inalterate sia la percentuale minima di capitale che le banche devono accantonare (8%) sia la definizione del numeratore:

$$RAR_{\text{Basilea2}} = \frac{\text{Patrimonio di vigilanza}}{RWA(\text{credito}) + 12.5 * K(\text{mercato}) + 12.5 * K(\text{operativo})} > 8\%$$

Il denominatore è dato dalla somma delle attività ponderate per il rischio: per il rischio di credito sono rappresentate le attività a rischio ovvero: le attività a rischio (RWA) mentre per i rischi di mercato e quelli operativi si considera l'ammontare del requisito di capitale (K) moltiplicato per 12.5 (reciproco dell'8%) per garantire omogeneità nel calcolo del denominatore complessivo.

### *1.3.1 IL METODO STANDARDIZZATO*

La nuova disciplina prudenziale prevede nell'ambito del Primo Pilastro due metodi per il calcolo del rischio di credito: un metodo standardizzato e un metodo basato sui rating interni.

Le ponderazioni vengono assegnate in base al tipo di controparte (ad esempio banche, Stati Sovrani, imprese) ovvero alla forma tecnica (mutui ipotecari).

Nella maggior parte dei casi l'elemento che guida il valore delle ponderazioni è il giudizio assegnato alla controparte (o all'emissione) delle società specializzate: tipicamente le agenzie di rating (External Credit Assessment Institutions, ECAIS) o, nel caso di crediti

agli Stati sovrani, le agenzie che assicurano i crediti all'esportazione (Export Credit Agencies, ECAS).

Le ponderazioni sono assegnate a diverse tipologie:

- Crediti agli Stati sovrani: viene ponderato secondo la figura 2
- Crediti alle banche: il Comitato offre alle autorità due opzioni: l'ancoraggio delle ponderazioni al rating assegnato allo Stato sovrano di appartenenza della controparte, prendendo tuttavia in considerazione una categoria meno favorevole rispetto a quella associata al sovrano; il riferimento diretto al rating della banca. In tale caso, sono previste ponderazioni di favore per i crediti con scadenza originaria di tre mesi.
- Crediti alle imprese: la ponderazione fissa del 100% viene sostituita da una direttamente dipendente dal rating esterno assegnato all'impresa; tuttavia ai crediti erogati a soggetti privi di rating si attribuisce un peso del 100%
- Crediti al dettaglio (retail): per tale categoria viene prevista una ponderazione fissa ma più favorevole (75%) rispetto a quella assegnata ai crediti corporate privi di rating
- Crediti scaduti: alla parte non garantita dei prestiti sui quali vi è un ritardo nei pagamenti di oltre 90 giorni si applica una ponderazione penalizzante (150%). Nel caso in cui gli accantonamenti superino determinate percentuali dei singoli prestiti, la ponderazione - a discrezione delle autorità di vigilanza - può essere ridotta al 100%, e, in taluni casi, sino al 50%.
- Crediti ad alto rischio: alle tipologie di prestiti particolarmente rischiosi, quali i crediti alle imprese o alle banche al di sotto di un certo rating, quali operazioni nei confronti di private equity o venture capital, si applica una ponderazione del 150% (Cannata ,2007) .

FIGURA 2-Metodo standardizzato: Le principali ponderazioni

	da AAA a AA-	da A+ a A	da BBB+ a BBB-	da BB+ a BB-	da B+ a B-	Inferiore a B	Senza rating
Crediti a Stati sovrani	0	20	50	100	100	150	100
Crediti a banche							
opzione 1	20	50	100	100	100	150	100
opzione 2	20	50	50	100	100	150	50
opzione 2 (vita residua < 3 mesi)	20	20	20	50	50	150	20
Imprese ( <i>corporate</i> )	20	50	100	100	150	150	100
Crediti al dettaglio ( <i>retail</i> )	75	75	75	75	75	75	75
Mutui residenziali	35	35	35	35	35	35	35
Crediti scaduti ( <i>past due</i> ) <sup>1</sup>	150	150	150	150	150	150	150

<sup>1</sup> Se gli accantonamenti specifici sono pari ad almeno il 20% dell'ammontare del prestito, la ponderazione è pari al 100%; se essi sono pari ad almeno il 50% dell'ammontare del prestito, la ponderazione è pari al 100%, ma l'autorità di vigilanza ha facoltà di ridurla al 50%.

(Cannata , 2007)

Per avvalersi del metodo standardizzato le banche individuano le agenzie con le quali intendono collaborare e assicurare che le relative valutazioni siano usate in modo continuo nel tempo e in maniera non selettiva; tale scelta può essere indirizzata solo verso agenzie che abbiano ottenuto il riconoscimento dalle autorità di vigilanza. La metodologia adottata dall'agenzia deve essere rigorosa, robusta, convalidata internamente e sviluppata in assenza di interferenze e vincoli esterni e tramite un'attenta gestione degli eventuali conflitti di interesse che dovessero derivare, ad esempio, dallo svolgimento di altre attività o dalla posizione dei clienti di particolare rilievo.

### 1.3.2 IL METODO DEI RATING INTERNI

Costituisce la novità principale introdotta da Basilea 2. La sua genesi è dovuta dall'esigenza di tenere conto delle migliori pratiche di mercato per la misurazione e la gestione del rischio di credito e risponde all'esigenza di affiancare ai rating esterni misure di rischio elaborate all'interno delle banche. I rating esterni costituiscono il risultato sintetico dell'analisi di un'ampia gamma di informazioni disponibili presso gli intermediari finanziari; questa qualità rende preferibili le valutazioni dei rating interni rispetto a quelle espresse dalle rating agencies specializzate, particolarmente in termini di sensibilità e prontezza di eventuali revisioni peggiorative di giudizi precedenti, profilo per il quale le rating agencies sono state sovente oggetto di critiche. Dal punto di vista quantitativo, i sistemi interni per la valutazione dell'affidabilità creditizia sono utilizzabili per attribuire un giudizio sintetico anche a soggetti sprovvisti di rating esterno, quali le PMI.

Nel metodo IRB trovano applicazione i principi-cardine dell'intera normativa. Da un lato, la definizione di requisiti di capitale basati sui rating elaborati delle stesse banche assicura una stretta correlazione con il rischio delle controparti. Dall'altro, si definiscono gli elementi essenziali e i criteri che tali sistemi devono rispettare, lasciando alle banche la scelta e all'autorità di vigilanza la valutazione circa il riconoscimento di tali sistemi per fini prudenziali. Pertanto, le banche sono stimolate a migliorare le pratiche di gestione del rischio. La non piena disponibilità di stime attendibili di alcuni parametri necessari per il funzionamento del metodo ha suggerito al Comitato un approccio di tipo "evolutivo". Assistiamo dunque a due varianti, la prima di base (foundation) e l'altra avanzata (advanced), in relazione alla capacità delle banche di stimare direttamente o meno i fattori di rischio ("parametri") che in un sistema di rating concorrono a determinare le perdite. Nel metodo di base è rimessa agli intermediari solo la quantificazione della probabilità di insolvenza dei debitori, mentre gli altri parametri (tasso di recupero, esposizione al verificarsi dell'insolvenza, scadenza) sono prefissati dalle autorità; in quello avanzato le banche devono fornire proprie stime di tutti i parametri previsti. In considerazione della disponibilità degli archivi sui debitori e sui tassi di perdita sufficientemente numerosi ed estesi, per il portafoglio retail il Framework contempla solo il metodo avanzato.

Il metodo IRB è caratterizzato dai seguenti fattori:

- a) Classi di attività ("portafogli");
- b) Parametri di rischio;
- c) Criteri minimi;
- d) Regole di calcolo.

#### **1.4 CLASSI DI ATTIVITA'**

La disciplina individua classi differenziate di esposizioni("portafogli") alle quali corrispondono criteri minimi e regole di calcolo differenziate. Le ragioni sottostanti al default di una controparte e le fonti informative disponibili sono solo alcuni degli elementi che giustificano il raggruppamento delle attività bancarie in diversi portafogli.

Tra i principali portafogli previsti, vi sono i crediti verso le imprese, le banche e gli Stati sovrani; le esposizioni in strumenti di capitale (equity); i prestiti al dettaglio (retail), a loro volta suddivisi in tre sotto-portafogli (mutui, carte di credito, altro retail)

#### *1.4.1 COME VIENE COMPUTATO IL RISCHIO DI CREDITO*

Come abbiamo detto precedentemente il rischio di credito delle controparti viene misurato con due metodi: il metodo standardizzato e il metodo dei rating interni.

Il metodo IRB prevede due versioni, una “di base” e una avanzata”: nella prima ci si basa sul rating esterno assegnato alla controparte, mentre gli altri parametri di rischio vengono stabiliti dalle autorità e stimano il capitale necessario per coprire la massima perdita che potrebbe registrarsi in un dato periodo di tempo con una certa probabilità; nella seconda, per le banche che soddisfano determinati criteri organizzativi più rigorosi, la definizione dei parametri di rischio è rimessa agli intermediari.

La regolamentazione prudenziale disciplina le modalità di quantificazione del valore delle esposizioni, rinviando alle norme in materia di rischio di credito per quanto riguarda i fattori di ponderazione. Sono previsti il metodo del valore corrente, quello standardizzato e quello dei modelli interni di tipo EPE (Expected Positive Exposure), quest’ultimo subordinato all’autorizzazione delle autorità di vigilanza.

Viene confermata la scelta a disposizione delle banche tra una metodologia standard e una basata su modelli interni, quest’ultima subordinata anch’essa all’autorizzazione delle autorità di vigilanza.

Con riferimento al rischio operativo, ovvero il rischio derivante dalla inadeguatezza o disfunzione di procedure, risorse umane e sistemi interni, le banche possono avvalersi di diversi metodi di calcolo caratterizzati da un grado crescente di complessità. Nel metodo Base il requisito è calcolato moltiplicando il margine di intermediazione<sup>6</sup> per il 15%,coefficiente standard. Il metodo standardizzato rappresenta un’evoluzione del primo: il margine di intermediazione viene ripartito in otto linee di business, alla quale sono associati diversi coefficienti regolamentari; la somma dei singoli requisiti costituisce il requisito complessivo a fronte del rischio operativo.

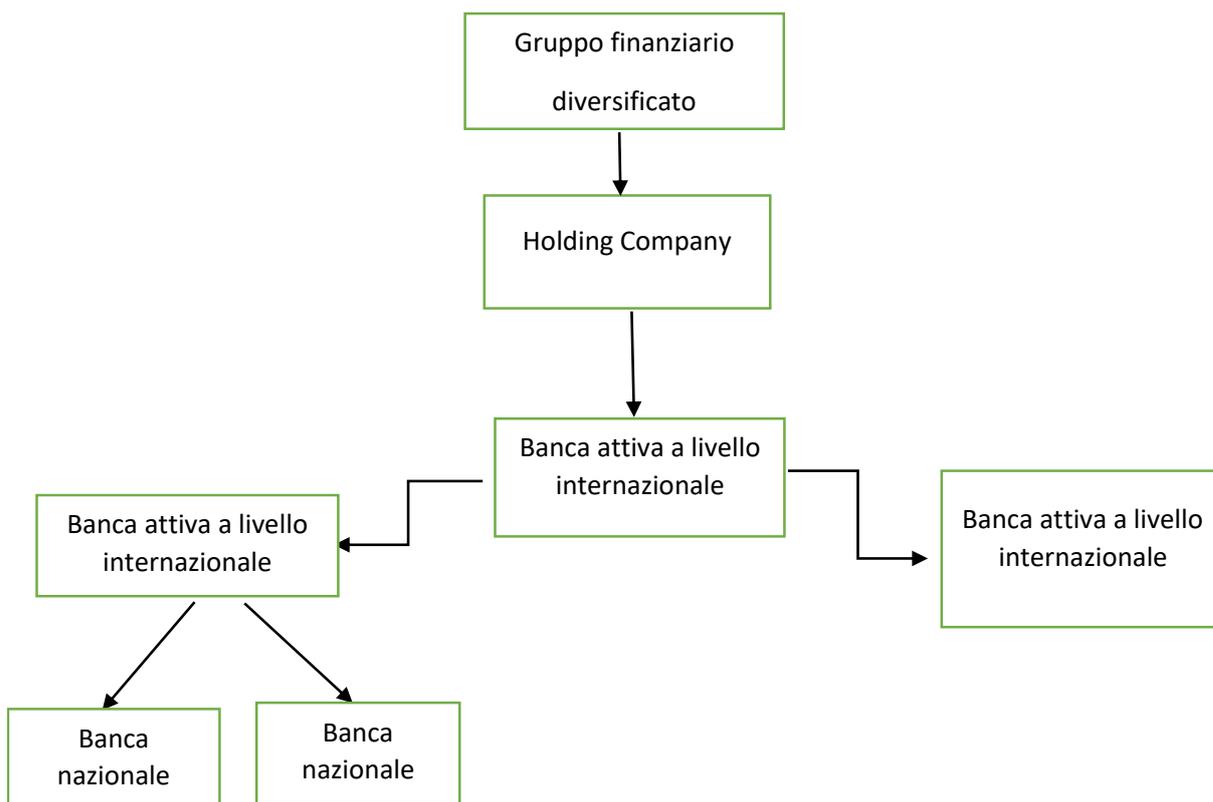
L’applicazione, come nella disciplina precedente, viene confermata per la capogruppo con operatività internazionale, ma estende l’obbligo di rispetto delle regole a tutti i livelli

---

<sup>6</sup> Il margine d’intermediazione è definito come somma del <<reddito netto da interessi>> (net interest income) e dal <<reddito netto non da interessi>> (net non-interest income). Il reddito netto da interessi è il saldo tra gli interessi ricevuti a fronte dei prestiti erogati e gli interessi pagati sui depositi e su altre forme di raccolta. Gli anni in cui il margine d’intermediazione è negativo vengono esclusi dai calcoli. (Hull, 2008)

sottostanti, sempre su base consolidata, se caratterizzati da un'operatività internazionale<sup>7</sup>.  
A titolo esemplificativo riporto il grafico esplicativo nella figura 3.

FIGURA 3- Applicazione del Regolamento di Basilea per i gruppi internazionali



(Fonte: Cannata, 2007)

### 1.5 LA DEFINIZIONE DI DEFAULT

È uno dei temi centrali della discussione normativa che introduce una nuova definizione armonizzata, allo scopo di evitare disparità di condizioni concorrenziali tra banche e tra paesi. Tale definizione punta a conciliare due obiettivi in una certa misura contrastanti,

<sup>7</sup> La normativa di Banca d'Italia (Circolare n. 229 "Istruzioni di vigilanza per le banche") definisce quali gruppi bancari aventi rilievo internazionale quelli che includono succursali o controllate estere.

da una parte cogliere con tempestività lo stato di dissesto della clientela, e dall'altra evitare un'eccessiva soggettività nella classificazione delle esposizioni.

Si perviene, pertanto, ad una definizione "anticipata" di default; infatti per considerare inadempiente il debitore, non si deve necessariamente aspettare il fallimento ma si può agire prima mediante opportuni interventi.

In ogni caso l'inadempimento è uno stato nel quale non è più possibile migrare verso classi migliori o peggiori.

La definizione prevista nel nuovo Accordo per la clientela corporate si compone di un criterio soggettivo, basato sulla presumibile incapacità della controparte di far fronte alle proprie obbligazioni, e di un criterio oggettivo, riferito al ritardo nei pagamenti. La prima condizione fa riferimento al concetto di probabilità di rimborso del prestito (unlikeliness pay). Il Framework suggerisce altri criteri che le banche possono considerare per l'applicazione della norma: tra cui, la presenza di svalutazioni o accantonamenti, la cessione del credito con conseguente perdita economica dovuta al deterioramento della qualità creditizia, la presenza da parte della banca di istanza di fallimento per il debitore.

La seconda condizione che riflette la prassi di molte banche internazionali è quello di considerare inadempiente la controparte corporate che abbia pagamenti scaduti da più di 90 giorni.

Per i clienti retail, la regolamentazione prevede che il default possa essere valutato a livello di transazione invece che di controparte, e che il numero di giorni di mancato pagamento possa essere fissato a 180 al posto di 90.

## **1.6 EXPECTED LOSS (PERDITA ATTESA) VS UNEXPECTED LOSS (PERDITA INATTESA)**

La perdita attesa rappresenta la componente statisticamente prevedibile, ossia il valore medio della distribuzione delle perdite, non rappresenta il vero rischio di un'esposizione creditizia. Tale componente genera la voce in conto economico "accantonamento a fondo rischi". La perdita inattesa rappresenta, invece, il vero rischio per la banca, ovvero il rischio che la perdita ex post si dimostri superiore a quella stimata.

Così fu stabilita la regola secondo la quale "così come gli azionisti beneficiano di eventuali risultati superiori alle aspettative derivanti da perdite inferiori a quelle attese,

analogamente devono sopportare, mediante una copertura patrimoniale, le perdite superiori alle aspettative.” (Cannata , 2007)

Qualora gli accantonamenti effettuati risultino inferiori alla perdita attesa, è previsto che la differenza venga dedotta dal patrimonio, mentre gli accantonamenti in eccesso rispetto alla perdita attesa possono essere inclusi nel Tier2 nel limite dello 0.6% dell’attivo ponderato per il rischio di credito.

### *1.6.1 DISCONTINUITA' CICLICHE*

L’effetto della ciclicità è rilevante per le banche, in quanto le imprese di minore dimensione risentono in maniera significativa di una congiuntura sfavorevole in quanto anche gli operatori con progetti in grado di generare un valore attuale netto positivo possono incontrare difficoltà nel farsi finanziare; il contrario avviene nelle fasi espansive quando gli intermediari concedono più favorevolmente credito. Tuttavia, ciò dipende anche dalla rilevanza di potenziali asimmetrie informative.

Si considera generalmente che il requisito patrimoniale calcolato con il metodo standardizzato sia meno influenzato dalle condizioni economiche di quello calcolato con il metodo dei rating interni, in particolare quello avanzato. Similmente i requisiti derivati da sistemi di rating point-in-time (PIT) saranno più volatili di quelli calcolati con metodo through-the-cycle (TTC). Ciò è dovuto al fatto che un sistema PIT verte verso una valutazione condizionata dalle condizioni economiche e non riesca a cogliere le evoluzioni future. Al contrario, la valutazione di rating TTC fornisce un giudizio su un orizzonte temporale molto più lungo, che talvolta include scenari di recessione.

Si nota, quindi che la disciplina prudenziale della banca è volta a garantire che la probabilità di default della stessa stia al di sotto di una determinata soglia, a prescindere dalle condizioni economiche. In tale contesto si è notato l’esigenza di porre dei buffer di capitale, costruiti nelle fasi cicliche espansive, consentendo alle banche di mantenere politiche del credito accomodanti. Per il metodo dei rating interni viene introdotta, inoltre una curva di ponderazione.

Con riferimento alle Pmi, ovvero le aziende con fatturato inferiore a 50 milioni, è stata introdotta una curva di ponderazione specifica che comporta, a parità di probabilità di insolvenza, uno sconto rilevante in termini di requisito, in considerazione della minore dipendenza del ciclo economico.

Si prevede inoltre una fase di monitoraggio dell'evoluzione dei requisiti nel tempo, anche per le conseguenze che tale evoluzione può avere sulla corretta allocazione delle risorse finanziarie e, dunque, sul sistema economico nel suo complesso. In ambito europeo, si prevede che la Commissione europea, in collaborazione con la Banca Centrale Europea, valuti periodicamente se la nuova disciplina abbia effetti significativi sul ciclo economico e, eventualmente, identifichi possibili misure correttive per contenere tale impatto. Tale controllo deve essere incluso in un rapporto biennale destinato al Parlamento Europeo e al Consiglio.

Vengono previsti degli stress test ovvero uno strumento per determinare il grado di dipendenza della stima dei diversi fattori di rischio dalle condizioni economiche presenti nel periodo di riferimento e, dunque per valutare il grado di ciclicità del requisito; dall'altro, si stima il requisito patrimoniale corrispondente a condizioni di mercato estreme.

Per vedere l'effetto dello shock sul proprio portafoglio si richiede un lasso di tempo abbastanza lungo perché il rischio di credito ha un effetto generalmente ritardato sull'economia, che generalmente è di diversi anni. Le banche non predefiniscono delle tipologie per realizzazione delle prove di stress, ma a volte creano delle strategie ad hoc per valutare prudenzialmente cosa possa portare un tale tipo di rischio in una singola istituzione o su un insieme di intermediari.

Le nuove Disposizioni di vigilanza mettono in atto delle regole comuni per i diversi tipi di rischio, seguite da quelle inerenti ai requisiti patrimoniali minimi (rischio di credito e CRM, rischio di controparte, rischi di mercato e rischi operativi). A ciò si accoda il processo di controllo prudenziale (Secondo Pilastro), l'informativa al pubblico (Terzo Pilastro) e la disciplina di concentrazione dei rischi. Conseguentemente si illustrano le caratteristiche preponderanti riguardanti i rischi: l'ambito di applicazione, la governance e la procedura di convalida. Per quanto riguarda l'ambito di applicazione possiamo suddividerlo in soggettivo (a quali soggetti si applicano le regole) e oggettivo (a quali attività si applicano le regole). Per quanto riguarda la prima accezione la nuova disciplina prevede la differenziazione dei singoli istituti di vigilanza a seconda che le banche siano soggetti indipendenti ovvero appartengano a gruppi. La legislazione si è messa nella direzione dell'applicazione consolidata dei requisiti prudenziali riducendo le regole che

devono contemporaneamente essere rispettate a livello individuale dai soggetti inclusi in un gruppo bancario; si individuano le seguenti tipologie:

- a) I gruppi bancari sono soggetti alle regole in materia di patrimonio di vigilanza, requisito patrimoniale complessivo, valutazione del capitale interno e concentrazione rischi; le regole sull'informativa è differenziato a seconda che si tratti di banche controllate da un'impresa madre europea;
- b) Le banche italiane appartenenti ai gruppi bancari devono inoltre rispettare, su base individuale, la disciplina in materia di patrimonio di vigilanza, requisito patrimoniale complessivo e concentrazione dei rischi; tuttavia, dette banche rispettano un requisito patrimoniale complessivo ridotto di un quarto e limiti alla concentrazione dei rischi meno stringenti di quelli ordinari. (Circolare n. 263 del 27 dicembre 2006, Banca d'Italia)

Il requisito patrimoniale viene ridotto di un quarto e i limiti alla concentrazione dei rischi sono meno stringenti di quelli ordinari.

Per le banche italiane non incluse in un gruppo bancario è richiesta l'applicazione su base individuale delle regole in materia di patrimonio di vigilanza, requisito patrimoniale complessivo, valutazione adeguatezza capitale interno e concentrazione dei rischi. In quest'ottica i dispositivi di governo e i meccanismi di gestione e controllo adottati alle banche devono coprire ogni tipologia di rischio aziendale in linea con le caratteristiche, le dimensioni e la complessità delle attività svolte dagli intermediari. Le banche devono: predisporre le politiche di governo dei rischi, effettuare periodicamente un loro riesame, vigilare sul corretto funzionamento dei processi di gestione e sul controllo dei rischi.

Un ruolo centrale viene assunto dagli organi per la gestione delle banche al fine di garantire un efficiente ed efficace sistema di gestione e controllo del rischio di credito, tale principio si trova riaffermato nelle Disposizioni di Vigilanza dove si analizza il metodo IRB. In tale ottica viene rafforzato il legame tra requisiti patrimoniali e profili organizzativi.

Affrontiamo ora le procedure di convalida, in quanto la vigilanza è chiamata ad esprimersi tramite metodi IRB e la loro progressiva estensione all'interno del gruppo(roll-out) e di utilizzo del metodo standard in via permanente per alcune porzioni di attività.

Per i gruppi bancari e per le banche non controllati da un'impresa madre europea, l'iter consiste in queste fasi:

A. Preconvalida che consiste in:

- 1) Presentazione della domanda
- 2) Istruttoria della Banca d'Italia
- 3) Decisione e comunicazione del provvedimento
- 4) Verifiche successive

B. Vigilanza nel continuo (2° pilastro)

Con quanto previsto dalla CRD, la normativa consente in via transitoria (meccanismo roll-out) o permanente (permanent partial use) alcune esposizioni dal campo di applicazione dell'IRB; in entrambi i casi si applicano le regole del metodo standardizzato.

### **1.7 COSA SI INTENDE PER SISTEMA DI RATING?**

In base alle Disposizioni di Vigilanza, per sistema di rating si intende “l'insieme strutturato e documentato delle metodologie, dei processi organizzativi e di controllo, delle modalità di organizzazione delle basi dati che consente la raccolta e l'elaborazione delle informazioni rilevanti per la formulazione di valutazioni sintetiche delle rischiosità di una singola controparte e delle singole operazioni creditizie” (Banca d'Italia, 2006).

La prima fase consiste nella classificazione delle attività nei portafogli regolamentati (ovvero classi di attività secondo le Disposizioni di Vigilanza). Si individuano, così tipologie di controparti omogenee per profilo di rischio fondato su: categoria della controparte, dimensione, forma tecnica del rapporto creditizio.

Possiamo individuare i seguenti portafogli ai fini IRB:

- a) Esposizioni creditizie verso amministrazioni centrali e banche centrali;
- b) Esposizioni creditizie verso intermediari vigilati;
- c) Esposizioni creditizie al dettaglio, suddivise in 3 sottoclassi: esposizioni garantite da immobili residenziali, esposizioni rotative qualificate, altre esposizioni;
- d) Esposizioni creditizie verso imprese, tra le quale i finanziamenti specializzati (specialised lending);
- e) Esposizioni in strumenti di capitale;
- f) Posizioni verso cartolarizzazioni
- g) Altre attività

È previsto un approccio semplificato, sotto determinate condizioni, per i crediti commerciali acquistati (crediti commerciali al dettaglio e crediti commerciali verso imprese).

#### *1.7.1 REQUISITI QUANTITATIVI*

L'applicazione ai portafogli regolamentari delle ponderazioni di rischio presuppone il calcolo delle diverse componenti che esprimono la rischiosità delle controparti affidate (PD, LGD, EAD, M).

Tale fase si articola secondo diverse fasi:

- 1) Individuazione dei default
- 2) Quantificazione dei parametri di rischio
- 3) Ruolo che i modelli possono rivestire all'interno dei sistemi di rating interni delle banche
- 4) Prove di stress per la valutazione adeguatezza

Per quanto riguarda il primo aspetto le Disposizioni di Vigilanza basano la definizione di default sulle categorie di crediti anomali:

- Sofferenze
- Incagli
- Crediti ristrutturati
- Crediti scaduti e/o sconfinanti

Nei metodi IRB per i portafogli più rilevanti si applica una deroga ai 90 giorni, consentendo alla banca di classificare come default dopo 180 giorni dal mancato pagamento, tale deroga è prevista anche nel metodo standardizzato, in questo caso però ha natura transitoria sia per i crediti corporate sia per quelli retail e verso gli enti pubblici.

In questo contesto, si è affermata la necessità che gli intermediari, da un lato, e le imprese, dall'altro modifichino i propri comportamenti: le prime esercitando un ruolo più attivo nella gestione delle posizioni, le seconde attraverso una gestione finanziaria più attenta al rispetto dei tempi contrattuali. I crediti "patologici" nel metodo IRB vanno considerati in default, le Disposizioni di vigilanza chiariscono i termini della scelta che le banche sono chiamate a fare circa l'approccio, per controparte o per transazione. Nel caso di approccio per controparte si deve considerare la complessiva posizione del debitore nei confronti

dell'intermediario, se invece si usa un approccio per transazione si considera il comportamento tenuto con riferimento alla singola linea di credito.

La normativa italiana chiarisce che l'approccio per transazione è ammissibile solo per le esposizioni scadute e/o sconfinanti; inoltre, in linea con la regolamentazione internazionale, la possibilità di adottare un approccio per transazione è ammissibile solo per le esposizioni scadute e/o sconfinanti.

Le disposizioni disciplinano anche il trattamento a fini prudenziali delle modifiche originarie delle condizioni contrattuali, quali il riscadenzamento dei prestiti, concessione di proroghe, dilazioni, rinnovi o ampliamenti di linee di credito. Le modifiche delle condizioni contrattuali originarie non determinano un default se non dipendono dal deterioramento delle condizioni economico-finanziarie del debitore e non danno luogo a perdite.

Ricordiamo che nel metodo IRB le banche devono stimare la sola PD, mentre in quello avanzato devono essere stimati internamente anche gli altri parametri contemplati dalla normativa: LGD, EAD e M.

La LGD, come già detto, è la perdita in caso di default espressa in termini percentuali, mentre la maturity rappresenta la media, per una data esposizione, delle durate residue contrattuali dei pagamenti, ciascuna ponderata per il relativo importo.

Per quanto riguarda la stima del primo parametro la PD, si articola in due fasi: assegnazione del rating e quantificazione della PD. Nella prima fase riguardante l'assegnazione a ciascun cliente viene assegnato un rating individuale che esprime una misura ordinale del merito di credito del singolo debitore. La "PD individuale" non è però quella che le banche utilizzano per il calcolo dei requisiti patrimoniali, il debitore viene assegnato a una classe di rating individuata all'interno di una "scala" che riflette il rischio di default del debitore. Le Disposizioni di vigilanza prevedono che tale scala abbia almeno 8 classi, di cui sette riferite a debitori in bonis e una a quelli defaulted. I requisiti vengono calcolati utilizzando la PD associata alla classe di merito creditizio alla quale il cliente è assegnato, così come stimata nella fase di "quantificazione" della PD. Tale fase viene determinata "sulla base di medie di lungo periodo dei tassi di default relativi a un orizzonte temporale annuale".

Per effettuare la quantificazione abbiamo 3 metodologie:

- Metodo esperienziale, ovvero l'utilizzo dei dati storici sulle frequenze di inadempimento osservate tra i debitori assegnati a ciascuna classe di rating;
- Mapping con cui si stabilisce una corrispondenza tra il sistema di rating interni e la scala adottata da un'agenzia di rating e si assegna ai gradi di merito definiti internamente la PD calcolata per le classi definite dall'agenzia;
- Metodo dei "modelli statistici" che consiste nel calcolare la media semplice delle PD stimate per i singoli debitori assegnati a ciascuna classe tramite modelli statici di previsione di default

La metodologia usata dalle banche italiane differisce a seconda dei portafogli. Se si considera un segmento corporate le metodologie più diffuse sono quelle che fanno ricorso a modelli statistici nei quali gli input sono elaborati con funzioni matematiche che generano una categorizzazione, rappresentata da appositi score (ad esempio i modelli "logistici" che danno origine a score compresi tra 0 e 1). Quanto alla fase di quantificazione, nella maggioranza dei casi, il punto di partenza per il calcolo delle PD delle diverse classi di rating è rappresentato dagli score dei modelli utilizzati nella fase precedente.

I sistemi di rating possono essere divisi in sistemi point-in-time (PIT) e sistemi through-the-cycle (TTC) sulla base delle proprietà dinamiche che li caratterizzano. I sistemi PIT mirano a produrre rating validi per un orizzonte temporale breve, che cambiano al mutare delle condizioni economiche. Tale sistema evidenzia tassi di default piuttosto stabili per ciascuna classe di rating.

I sistemi TTC sono formulati in modo da produrre un ranking ordinale dei debitori che rimane valido attraverso le normali fasi del ciclo economico. Tali sistemi denotano maggiore instabilità.

Evidenze empiriche hanno dimostrato che il mutamento dei rating è più accentuato per le imprese non-investment-grade rispetto alle imprese investment-grade.

La seconda componente del rischio di credito, la LGD, esprime la quota di un prestito che non sarà recuperata se questo dovesse andare in default. La sua quantificazione si concretizza in sostanza nella stima del tasso di recupero dell'attività creditizia (o recovery rate); infatti, tale componente può essere vista come complemento del tasso di recupero.

L'accuratezza della stima della LGD riveste una particolare importanza, in quanto, i requisiti patrimoniali calcolati sulla base dei metodi IRB hanno una relazione lineare con tale parametro: una eventuale sottostima si riflette in modo diretto sul livello dei requisiti patrimoniali.

L'obiettivo è quello di identificare i parametri che esprimono la rischiosità di posizioni in bonis assegnando ad esse una determinata percentuale di perdita.

Le Disposizioni di Vigilanza individuano precisi requisiti in merito a: profili metodologici, tipologia di dati utilizzati, ruolo attribuibile ai default per i quali il processo di recupero non si è ancora concluso, definizione di perdita, tasso di attualizzazione dei flussi di cassa, calcolo di una LGD adatta per fasi recessive, determinazione della LGD per le posizioni già defaultate.

Si individuano alcuni principi ai quali le banche devono attenersi quali: gli intermediari sono chiamati a identificare la metodologia più idonea per la stima, anche in relazione all'attività svolta e alla tipologia di portafoglio e a tenere conto nelle stime delle caratteristiche delle esposizioni (dimensione, forma tecnica, garanzie). Devono essere in grado di dimostrare la robustezza teorica dei modelli adottati, i quali, devono essere basati su dati oggettivi, quali i valori di mercato dei titoli emessi da imprese in default (LGD di mercato) o le evidenze interne relative ai recuperi effettivamente ottenuti sulle esposizioni in default (workout LGD).

La workout LGD comprende due fasi:

- 1) Costruzione di una base dati di riferimento rappresentativa del portafoglio dei prestiti in default della banca nella quale, per ciascuna esposizione, vengono indicati i cash flow positivi (le somme recuperate) e quelli negativi. I flussi di cassa vengono quindi attualizzati per pervenire alla costruzione di una LGD ex post
- 2) Assegnazione di una LGD stimata ex ante alle esposizioni in bonis tramite un modello di riferimento che legghi la LGD a una serie di variabili in grado di spiegarne l'entità (risk drivers). Tutto questo avviene mediante l'individuazione di clusters che contengono la misura di LGD media tabulata rispetto ai risk drivers ritenuti più rilevanti oppure tramite approcci stocastici fondati su tecniche di regressione finalizzate a cogliere la relazione esistente tra LGD e i risk drivers.

Nella computazione della LGD devono essere tenuti presenti anche gli interessi di mora esistenti.

Le Disposizioni di vigilanza stabiliscono inoltre che le banche devono utilizzare stime di LGD adatte per una fase recessiva (downturn LGD) se queste sono più prudenti di quelle basate sul lungo periodo.

L'Exposure at Default rappresenta il valore delle attività di rischio, per cassa e fuori bilancio, al momento in cui si verifica lo stato di insolvenza. Tale valore qualora sia sopra la linea corrisponde al valore nominale dell'esposizione mentre per le operazioni sotto la linea viene determinata tramite appositi fattori di conversione creditizia (Credit Conversion Factor, CCF), ovvero il rapporto tra la porzione non utilizzata dalla linea di credito che potrebbe essere utilizzata in caso di default e la parte attualmente non utilizzata.

La normativa italiana consente alle banche di adottare un'estensione progressiva dei metodi IRB sia tra i portafogli sia tra parametri di rischio e, per quanto riguarda il secondo profilo, le stime di CCF possono essere prodotte in un momento successivo al momento di autorizzazione.

Una variante prevista è quella riguardante l'introduzione di modelli esterni, le Disposizioni di Vigilanza stabiliscono che le banche devono rispettare i requisiti previsti in caso di sviluppo dei modelli interni.

#### *1.7.2 I REQUISITI ORGANIZZATIVI*

“L'esperienza mostra che la disponibilità di algoritmi complessi per la valutazione dei rischi è realizzabile con maggiore facilità della revisione in profondità delle strutture organizzative e dei processi operativi, che è necessaria per renderli conformi alle regole.”

Le Disposizioni di vigilanza prevedono 3 categorie di requisiti:

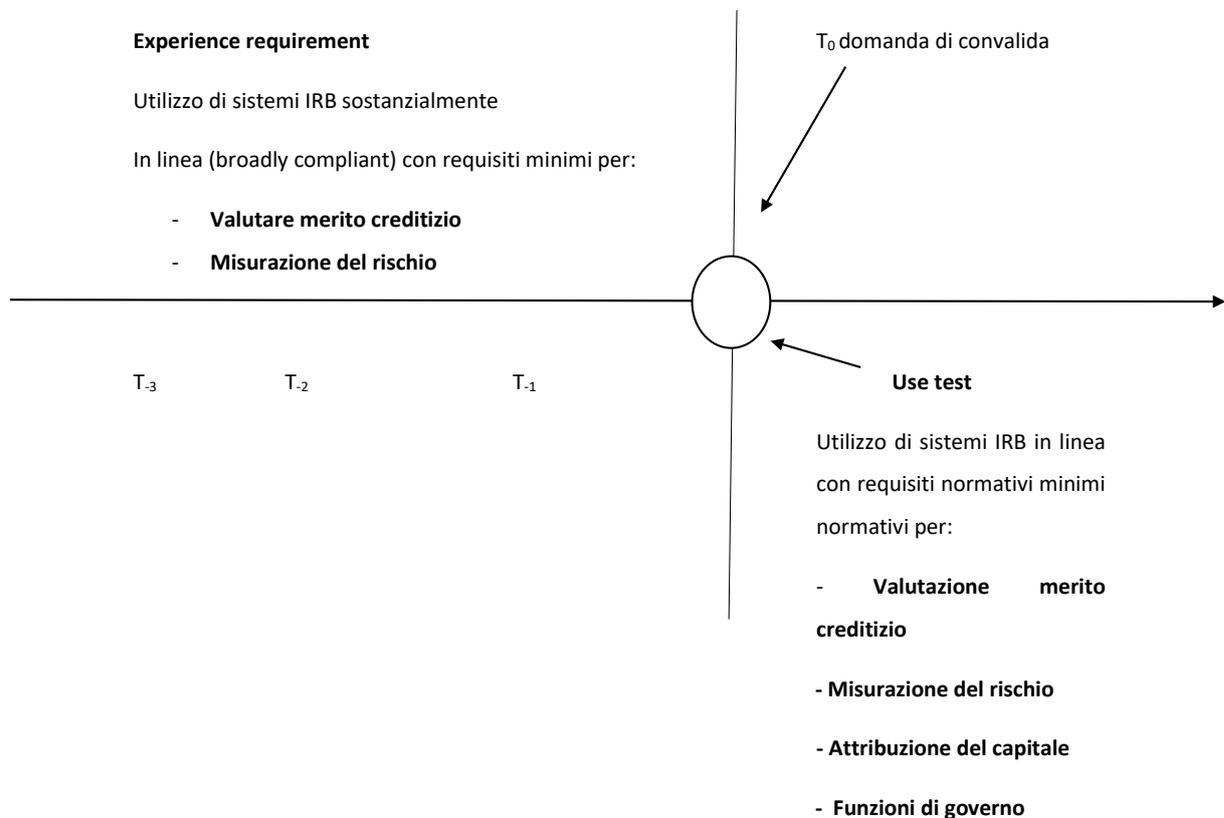
- 1) Caratteristiche principali che un sistema di rating deve avere
- 2) Ruolo che i rating interni rivestono nell'ambito dei processi gestionali della banca
- 3) Attività di controllo da svolgere sui sistemi di rating

Con riferimento alle caratteristiche dei sistemi di rating possiamo individuare diversi requisiti quali:

- Il requisito della documentazione: le banche devono documentare per iscritto la struttura, gli aspetti metodologici degli stessi sistemi nonché le modalità organizzative di assegnazione dei rating
- Il requisito della completezza: gli intermediari devono dotarsi di procedure interne volte ad assicurare la sistematica analisi di tutte le info disponibili e la valutazione della completezza, rilevanza e pertinenza delle informazioni usate e, dall'altro a mantenere traccia di tutte le decisioni nel processo di rating, in modo da consentire di tenere traccia di tutte le decisioni assunte nel processo
- Il requisito di omogeneità: debitori od operazioni con profilo di rischio analogo devono essere assegnati alla medesima classe di rating
- Il requisito dell'univocità: assicurare che a ciascuna controparte verso cui una o più componenti, territoriali o societarie, del gruppo bancario sono esposte sia assegnato un unico rating
- Il requisito dell'integrità: tali rating siano assegnati da soggetti che non traggono alcun beneficio

La Banca d'Italia nel 2006 disciplina in tal modo i rating interni: "Le banche possono essere autorizzate ad adottare il metodo sui rating interni per il calcolo dei requisiti patrimoniali solo se il sistema dei rating riveste una funzione essenziale nella concessione dei crediti, nella gestione del rischio, nell'attribuzione interna del capitale e nelle funzioni di governo della banca" (Banca d'Italia, 2006). Le Disposizioni consentono un'estensione del sistema IRB a tutti gli ambiti operativi realizzata con criteri di gradualità, distinguendo due aspetti ovvero l'experience test e lo use test. Il primo rappresenta un requisito di durata che viene svolto in un determinato arco temporale prima della richiesta dell'autorizzazione, mentre il secondo è definito come "puntuale", riferito alla funzione svolta dagli stessi sistemi al momento della presentazione dell'istanza.

FIGURA 3- Criteri di gradualità: Experience requirement e use test



(Fonte: Cannata, 2007)

Le Disposizioni di Vigilanza Europee disciplinano un'attività di controllo da svolgere sui sistemi di rating su 3 piani o livelli:

- 1) Il primo livello: ha il compito di sviluppare i modelli e disegnare i processi. Il suo scopo di: accertare il corretto svolgimento delle attività propedeutiche all'assegnazione dei rating e di verificare i singoli rating in riguardo alla completezza che per quanto riguarda l'eventuale modifica di rating automatici tramite il processo di override
- 2) Il secondo livello: tale livello è costituito dalla "convalida interna" "costituito da un insieme formalizzato di attività, strumenti e procedure atte a determinare l'adeguatezza delle stime delle parti rilevanti di rischio e a esprimere una valutazione in merito al regolare andamento, alla capacità predittiva e alla performance complessiva del sistema IRB adottato" (Cannata, 2007).

L'attività non si limita agli aspetti quantitativi e modellistici (per esempio: le analisi di performance dei sistemi di rating, la calibrazione dei parametri, il

benchmarking e backtesting ma deve comprendere anche gli aspetti organizzativi, come l'utilizzo del sistema di rating nelle aree gestionali rilevanti (use test) .

Riguardo all'organizzazione, le attività di convalida devono essere indipendenti da quelle di assegnazione del rating e di erogazione del credito. Attività di convalida interna e sviluppo del sistema di rating sul piano funzionale devono essere indipendenti, sul piano organizzativo potrebbero essere fatte dalla stessa unità, se il rispetto dell'indipendenza diventasse particolarmente oneroso.

3) Il terzo livello si rivolge alla revisione interna ovvero al verificare che la convalida “si espliciti in modo indipendente e che consegua pienamente gli obiettivi cui è finalizzata” (Banca d'Italia, 2006). In questo contesto si deve, quindi, controllare la funzionalità dell'assetto complessivo dei controlli. Si guarda il rispetto delle norme e delle procedure che regolano il funzionamento del sistema di rating nel quale si valuta:

- il grado di indipendenza della funzione di convalida
- l'adeguatezza delle attività svolte da quest'ultima, verificandone anche l'adeguatezza dei risultati;
- l'adeguatezza delle attrezzature informatiche;
- il rispetto dei requisiti di utilizzo del sistema di rating; analizza le attività di riconciliazione tra le procedure gestionali e i sistemi di rating.

Secondo la Disposizione di Vigilanza Europea gli intermediari devono detenere un patrimonio pari alla perdita potenziale ricavata da modelli VAR provenienti da uno shock istantaneo simulato all'intervallo di confidenza unilaterale del 99° percentile della distribuzione delle differenze fra i rendimenti trimestrali e un appropriato tasso risk-free.

A tale scopo sono stati individuati dei requisiti specifici:

- Le perdite stimate devono essere in grado di fronteggiare movimenti avversi di mercato riferiti al profilo di rischio a lungo termine degli investimenti della banca
- Il modello deve prendere in considerazione tutti i rischi rilevanti connessi con il portafoglio equity della banca
- Modello deve essere adeguato al profilo di rischio e complessità del portafoglio della banca
- Deve essere fatto un mapping delle singole posizioni con fattori di approssimazione

- Deve essere presente un rigoroso ed esauriente programma di stress test.

Ora vediamo l'aspetto legato all'attenuazione del rischio di credito o CRM<sup>8</sup>.

Per le banche che adottano il metodo IRB avanzato possono godere di un'ampia gamma di garanzie e di una maggiore flessibilità di calcolo, non essendo previsti specifici requisiti di ammissibilità.

Tali tecniche si dividono in due categorie di protezione del credito di tipo reale (funded) e di tipo personale (unfunded). Nella prima rientrano le garanzie reali finanziarie, gli accordi-quadro di compensazione (master netting agreements), la compensazione delle poste di bilancio (on balance sheet netting), le ipoteche immobiliari e le operazioni di leasing immobiliare, altre garanzie utilizzabili per le banche che applicano i metodi IRB; nella seconda sono ricomprese le garanzie reali e i derivati su crediti.

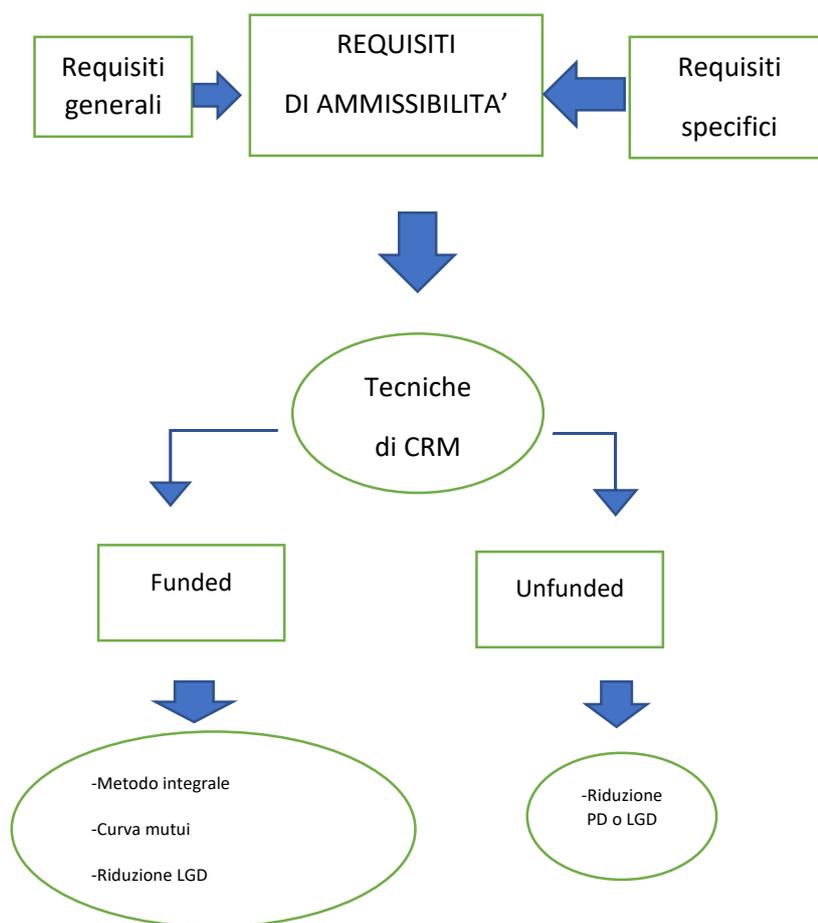
Una volta individuate le tipologie di strumenti che possono consentire una riduzione del requisito patrimoniale, la normativa prevede che diverse modalità di calcolo degli effetti della CRM, che variano in ragione dello strumento utilizzato nonché dal metodo di calcolo dei requisiti patrimoniali adottati. Ci si concentra ora sulle regole relative ai metodi IRB. Per le garanzie reali finanziarie le banche devono applicare il metodo integrale (comprehensive), in base al quale l'importo dell'esposizione viene ridotto per un ammontare corrispondente al valore della garanzia ai fini del calcolo del requisito; mentre le garanzie ipotecarie immobiliari riducono il rischio solo a determinate condizioni. Ad esempio, i mutui ipotecari su immobili residenziali sono soggetti a una forma di ponderazione specifica.

Con riferimento alla protezione del credito di tipo personale, le banche che adottano il metodo IRB di base possono fare ricorso al principio di sostituzione (come avviene per il metodo standardizzato), in base al quale la PD del debito residuo viene sostituita con quella del garante. Esiste un'ulteriore possibilità ovvero quella di tenere conto del double default, ovvero la banca subisce effettivamente una perdita solo in caso di inadempimento sia del debitore principale che del garante. Ciò si fonda su un'ipotesi più attenuata tra i due soggetti, con conseguente riduzione dell'assorbimento patrimoniale.

---

<sup>8</sup> Le tecniche di CRM come definito dalla Gazzetta Ufficiale sono "rappresentate da contratti accessori al credito ovvero da altri strumenti e tecniche che determinano una riduzione del rischio di credito, riconosciuta in sede di calcolo dei requisiti patrimoniali" (Gazzetta Ufficiale, 2012)

FIGURA 4- Schema concettuale delle tecniche CRM nei metodi IRB



( Fonte: Cannata, 2007)

## 1.8 REGOLE DI CALCOLO

Ora affrontiamo come vengono conteggiate le diverse componenti secondo il metodo IRB.

Nei metodi IRB, a differenza di quanto avviene per quello standardizzato, le ponderazioni sono rappresentate su scala continua di valori. L’algoritmo di calcolo, detto anche “funzione regolamentare”, consente di ottenere il requisito patrimoniale basato su un modello teorico sul quale la distribuzione di probabilità delle perdite dipende da un unico fattore di rischio “sistematico”, con la seguente formula:

$$K = LGD * \Phi * \left[ \frac{1}{\sqrt{1-R}} * \Phi^{-1} * PD + \sqrt{\frac{R}{1-R}} * \Phi^{-1} * 0.999 \right] \quad (1.1)$$

con K= requisito patrimoniale

LGD=tasso di perdita al momento del default

PD= probabilità di default

$\Phi(x)$ = funzione di distribuzione cumulata di una variabile casuale normale standardizzata

Un elemento fondamentale da analizzare è la correlazione tra le posizioni in portafoglio che rappresenta un fattore primario nella formula del calcolo dei requisiti IRB, ovvero tanto più le esposizioni sono sensibili al fattore macroeconomico tanto più esse tenderanno ad un default congiunto. Come riportiamo sulla tabella 3 il Comitato di Basilea ha riconosciuto che non tutte le esposizioni hanno la medesima correlazione con il ciclo economico.<sup>9</sup>

TABELLA 3-Le diverse classi di esposizioni con la relativa correlazione

Classe	Correlazione (R )
Esposizioni verso Stati sovrani, banche e imprese	12-24% in funzione della PD e del fatturato
Esposizioni al dettaglio:	
Mutui ipotecari residenziali	15%
Esposizioni rotative qualificate	4%
Altri crediti retail	3-16%, in funzione della PD

( Fonte: Cannata, 2007)

Empiricamente, sulla base della (1.2), possiamo osservare che:

- la Correlazione tra le attività decresce se cresce la PD<sup>10</sup>
- la Correlazione tra le attività cresce con la dimensione dell'impresa

<sup>9</sup> Nella proposta iniziale il Comitato aveva previsto un valore fisso di correlazione pari al 20%. Tale requisito era relativo a imprese prevalentemente quotate.

<sup>10</sup> La spiegazione di tale fenomeno è giustificata dal CAPM, secondo il quale la correlazione tra due attività è data da:  $\rho(u,v) = \frac{\beta_u \beta_v (\sigma^2)_m}{\sigma_u \sigma_v}$  (Varotto S. Credit Risk Capital in Banks and Basel I, II and III, Credit Risk module's lecture notes, 2014).

La correlazione, come stimata nella formula 1.2, ci permette di considerare le dimensioni delle imprese (grandi dimensioni, piccole e medie). Si applica, infatti, una correzione nel portafoglio per le imprese con un fatturato (S) minore di 50 milioni.

La formula della correlazione sarà la seguente:

$$(R) = \frac{0,12 * (1 - EXP(-50 * PD))}{1 - EXP(-50)} + 0,26 * \left[ 1 - \frac{(1 - EXP(-50 * PD))}{1 - EXP(-50)} \right] - 0,04 * \left( 1 - \frac{S-5}{45} \right) \quad (1.2)$$

Dove lo 0,12 rappresenta la correlazione in caso di probabilità massima di default (100%)

$(1 - EXP(-50 * PD)) / (1 - EXP(-50))$  sono i pesi in caso di valori di probabilità di default intermedi all'intervallo [0%,100%]

$0,04 * (1 - \frac{S-5}{45})$  sono l'aggiustamento per la dimensione dell'azienda

Viene applicato un regolamento di favore ai crediti alle imprese di minore dimensione, possono essere trattati come quelli corporate con uno "sconto" rispetto all'assorbimento patrimoniale di questi, ovvero di quelli retail, applicando le ponderazioni previste per la sottoclasse "altro retail".

Un ulteriore completamento della formula del requisito di capitale che mira a cogliere la maggiore rischiosità, a parità di condizioni, dei prestiti che rimangono più a lungo nel portafoglio è rappresentato dalla formula 1.3.

$$\frac{1 + (M - 2.5) * b}{1 - 1.5 * b} \quad (1.3)$$

dove M rappresenta la maturity ovvero la scadenza di cui si deve tenere conto nelle singole esposizioni, mentre il parametro b, ovvero il fattore di aggiustamento per la scadenza, è a sua volta una funzione della PD ed è pari a:

$$b = [0.11852 - 0.05478 * \text{Log}(PD)]^2 \quad (1.4)$$

La formula che ne ricaviamo sarà quindi:

$$K = \left\{ LGD * \Phi * \left[ \frac{1}{\sqrt{1-R}} * \Phi^{-1} PD + \sqrt{\frac{R}{1-R}} * \Phi^{-1} \right] - PD * LGD \right\} * \frac{1 + (M - 2.5) * b}{1 - 1.5 * b} \quad (1.5)$$

In tale formula, il valore ponderato di una esposizione è dato dalla seguente formula 1.6

$$RWA = K * 12.5 * EAD \quad (1.6)$$

dove EAD è l'esposizione al momento del default.

Nel calcolo del requisito patrimoniale le banche possono tenere conto dell'effetto di double default, condizione che può essere utilizzata al ricorrere di specifiche condizioni in termini di garanti ammessi, attività oggetto di copertura, tipologie di garanzie o derivati su crediti ammessi. Il beneficio in termini di minore attivo a rischio ponderato è dato dalla seguente formula:

$$RWAdd = RW * EAD * (0.15 + 160 * PDg) \quad (1.7)$$

Dove RWAdd è l'importo dell'esposizione ponderata per il rischio che tiene conto dell'effetto di double default; R<sub>w</sub> è la ponderazione ottenuta mediante l'applicazione della formula per le esposizioni verso le imprese, considerando la PD del debitore garantito e la LGD di una diretta esposizione comparabile verso il garante, EAD è l'esposizione al momento di default relativa all'oggetto di copertura, PD<sub>g</sub> è la PD del garante.

Basilea 2 ha ripreso lo schema concettuale di Risk Asset Ratio, non modificandone il numeratore ovvero il patrimonio di vigilanza e richiedendo che tale rapporto, comprensivo al denominatore delle attività ponderate per tutte le tipologie di rischio previsto nel Primo Pilastro (credito, controparte, mercato e operativi), non sia inferiore all'8%. Nei metodi IRB tale regola viene integrata con specifiche disposizioni, relative: a) all'impatto della perdita attesa, b) al calcolo del requisito patrimoniale complessivo.

I requisiti patrimoniali sono calibrati per fronteggiare le perdite inattese, mentre quelle attese sono coperte dagli accantonamenti come previsto dal tasso di interesse applicato.

Nella pratica, non sempre l'ammontare degli accantonamenti è allineato con le perdite attese, ciò è dovuto a diversi fattori tra i quali: politiche di provisioning dei diversi intermediari, le politiche fiscali, i valori dei parametri di rischio.

La disciplina tiene conto di tale possibilità, prevedendo che il valore dello scostamento vada a incidere sull'ammontare a disposizione delle banche. Le perdite attese relative alle esposizioni in bonis verso amministrazioni centrali, banche centrali, intermediari vigilati e imprese vengono confrontati con le corrispondenti rettifiche di valore netto specifiche al portafoglio complessivo.

La comparazione tra accantonamenti e perdite attese (expected loss, EL) può dar origine a due risultati:

- 1 le rettifiche di valore nette complessive sono maggiori delle perdite attese. In questo caso, la banca si trova a disposizione un eccesso di accantonamenti rispetto all'ammontare necessarie per coprire la perdita attesa calcolata ai fini IRB, tale differenza è calcolata tra gli elementi positivi del patrimonio di vigilanza supplementare entro il limite dello 0.6% delle attività ponderate per il rischio di credito;
- 2 le rettifiche di valore nette complessive sono inferiori alle perdite attese. In tal caso, gli accantonamenti non sono sufficienti a fronteggiare la perdita attesa, la normativa prevede che la parte non coperta venga utilizzato direttamente il capitale. Pertanto, la differenza tra le due grandezze deve essere dedotta dal patrimonio di vigilanza (50% dal Tier1 e 50% dal Tier2)

Per quanto attiene al calcolo del requisito complessivo, tale calcolo viene realizzato prendendo le diverse tipologie di rischio previste dal Primo Pilastro (credito, controparte, mercato e operativo); per questo, le Disposizioni di vigilanza forniscono specifiche indicazioni in merito a diversi aspetti.

Si prevede, innanzitutto, una riduzione del 25% del requisito complessivo per le banche appartenenti a gruppi bancari, incluse le capogruppo, a condizione che l'ammontare del patrimonio di vigilanza consolidato dal gruppo di appartenenza non sia inferiore al requisito patrimoniale complessivo.

Un secondo aspetto si riferisce al calcolo del requisito patrimoniale complessivo per i gruppi bancari italiani con filiazioni in altri paesi, in tal caso i requisiti individuali sono calcolati mediante le regole vigenti in ogni paese.

Per i rischi di credito e di controparte, il requisito consolidato è dato dalla somma dei requisiti individuali delle entità rientranti nell'area di consolidamento, previa elisione dei rapporti infragruppo; per i rischi di mercato è pari alla somma dei requisiti su base individuale delle banche, delle imprese di investimento e delle società finanziarie rientranti nell'area di consolidamento.

In termini analitici, il requisito patrimoniale è il seguente, a seconda del saldo della differenza tra perdita attesa e rettifiche:

$$K = RWA * 8\% + (EL - RN) \quad \text{se } EL > RN \quad (1.8)$$

$$K = RWA * 8\% - \text{MIN}[(RN - EL); RWA * 0.6\%] \quad \text{se } EL < RN$$

(1.9)

Nel Dicembre 2010 è stato ideato Basilea III in risposta alla grave crisi finanziaria, con il principale scopo di promuovere un settore bancario più sicuro attraverso regole più stringenti per quanto riguarda il capitale globale e le regole di liquidità.

I cambiamenti riguardano 5 temi principali:

1. Requisiti di capitale più elevati
2. Miglioramento della qualità, consistenza e trasparenza del capitale regolamentare
3. Creazione di buffer di capitale con un focus macroprudenziale
4. Un miglior calcolo del rischio per l'esposizione al credito della controparte, non limitato all'addebito sul capitale e alla valutazione del credito (CVA) per potenziali perdite mark-to-market; e
5. Crescita della metrica di rischio per includere i requisiti di leva e liquidità, quali: indice di leva (LR), indice di copertura di liquidità (LCR) e l'indice della banca di resistere a crisi di liquidità (NSFR).

### 1.9 BASILEA 3

Una delle cause fondamentali che ha scatenato la crisi economico/finanziaria è stato l'uso eccessivo della leva finanziaria ovvero l'uso del debito, ossia dei fondi presi in prestito, per aumentare la propria esposizione. Le banche in questo caso acquistano o vendono attività finanziarie per un ammontare superiore al capitale proprio ampliando di conseguenza i propri rendimenti e le proprie potenziali perdite.

Nel periodo di massima recessione, il mercato ha imposto all'industria bancaria la diminuzione della propria leva, favorendo di contro l'aumento delle pressioni al ribasso sui prezzi delle attività e avviando un circolo vizioso tra perdite, riduzione del patrimonio delle banche e contrazione della disponibilità di credito. Al fine di porre un rimedio a questa situazione, il Comitato prevede un indice di leva finanziaria (Leverage Ratio) definito con trasparenza e semplicità, introducendo in tal modo un'ulteriore misura che si differenzia dagli altri requisiti patrimoniali per il fatto di non essere basata sul rischio. In particolare, il Leverage Ratio persegue i seguenti obiettivi:

- Ridurre il grado di leverage degli istituti bancari, contribuendo in tal modo a contenere il rischio di processi di deleveraging destabilizzanti per il sistema finanziario e per l'economia;
- Favorire una maggiore protezione a fronte del rischio di modello e degli errori di misurazione, integrando i coefficienti basati sul rischio con una misura di rischio semplice, trasparente e indipendente.

Un uso eccessivo della leva finanziaria portò a delle perdite sistemiche sulle attività di negoziazione e sui crediti; causando una perdita di fiducia da parte del mercato negli istituti bancari. (Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria. *Schema di regolamentazione per il rafforzamento delle banche e dei sistemi bancari*, Giugno 2011, Banca dei Regolamenti Internazionali. )

Le criticità di tale sistema si sono propagate al sistema finanziario e all'economia reale e si è quindi assistito ad una contrazione della liquidità e della disponibilità del credito. Per attenuare la crisi le banche hanno fatto ricorso a politiche di: aumento di liquidità, a ricapitalizzazioni e a garanzie più rigorose; esponendo tuttavia i contribuenti a perdite rilevanti. (Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria. *Schema di regolamentazione per il rafforzamento delle banche e dei sistemi bancari*, Giugno 2011, Banca dei Regolamenti Internazionali ).

Il Comitato di Basilea è intervenuto per mettere in atto riforme fondamentali dell'assetto regolamentare internazionale. Da un lato si aumenta la regolamentazione microprudenziale, dove gli attori sono le singole banche che ne favoriscono la solidità nei periodi di stress. Si introducono nuove regole con dimensione macroprudenziale; in quest'ottica i rischi sistemici si possono aggregare nel settore bancario così come c'è un ampliamento pro-ciclico di tali rischi nel tempo. Tali politiche di vigilanza congiuntamente riducono il rischio di shock di portata sistemica.

In quest'ottica, il Comitato di Basilea si è indirizzato verso un rafforzamento dello schema di regolamentazione globale in materia di adeguatezza patrimoniale con il rafforzamento dei 3 pilastri di Basilea 2. Si prevede, pertanto, un indice di leva finanziaria (leverage ratio) che permetta di implementare i coefficienti patrimoniali basati sul rischio per contenere l'eccessiva accumulazione di leva nel sistema bancario e contestualmente consentire un controllo incrementale contro il rischio del sistema e i possibili errori di misurazione. In tale ottica, quindi, vengono introdotti un insieme di componenti

microprudenziali che contribuiscano a contenere i rischi sistemici derivanti dal grado di prociclicità e delle interconnessioni fra istituzioni finanziarie.

L'innovazione si concentra in questi quattro punti:

1) Maggiore qualità, coerenza e trasparenza della base patrimoniale

Per giungere a questo fine le banche devono detenere una base patrimoniale di elevata qualità a fronte delle proprie esposizioni di rischio. In quest'ottica il patrimonio di base (Tier1) deve essere costituito in misura preponderante da azioni ordinarie e da riserve di utili non distribuiti (common equity). Tale requisito viene rafforzato con una successione di principi per banche costituite in forma diversa (non-joint-stock companies). Viene inoltre prevista un'armonizzazione congiunta a livello internazionale in materia di deduzioni e requisiti prudenziali. La quota residua del patrimonio di base deve essere composta da strumenti subordinati che corrispondano a dividendi o interessi in modo totalmente discrezionale e non cumulativo, tali che non presentino né una data di scadenza né incentivi al rimborso anticipato. Gli strumenti ibridi innovativi di capitale con un incentivo al rimborso anticipato come clausole di revisione automatica del tasso di remunerazione (clausole di set-up) attualmente computabili entro un limite del 15% del patrimonio di base saranno progressivamente esclusi.

Inoltre, saranno armonizzati gli strumenti computabili nel patrimonio supplementare (TIER2) mentre quelli facenti parte del TIER3 che potevano essere utilizzati a copertura dei rischi di mercato saranno eliminati.

Infine, allo scopo di migliorare la disciplina di mercato, sarà accresciuta la trasparenza del patrimonio di vigilanza, per conseguire tale finalità vengono rese note tutte le componenti e la loro descrizione dettagliata congiuntamente alle poste del bilancio d'esercizio.

2) Migliore copertura dei rischi

Per il conseguimento di questo obiettivo si è affrontata la necessità di consolidare la copertura dei rischi all'interno dello schema patrimoniale. Il Comitato a tal fine innalzerà i requisiti patrimoniali pertinenti alle esposizioni del portafoglio di negoziazione o a cartolarizzazioni. Per perseguire l'esecuzione di queste posizioni è stato validato un requisito di capitale fondato sul valore a rischio in

condizioni di stress acuto (stressed VaR), basato su un periodo ipotetico ininterrotto di 12 mesi di tensioni finanziarie significative.

Inoltre, il Comitato ha inserito requisiti patrimoniali stringenti per le cosiddette ricartolarizzazioni, sia nel portafoglio bancario (che è quello che analizzeremo) che per quanto riguarda quello di negoziazione. Tali variazioni hanno inoltre migliorato gli standard per il processo di controllo prudenziale (secondo pilastro) che per quanto riguarda l'informativa al pubblico (terzo pilastro). In tale contesto, il Comitato introduce le seguenti riforme:

- a) Le banche dovranno determinare il requisito patrimoniale a fronte del rischio di controparte utilizzando input che tengano conto di condizioni di stress;
- b) Le banche sono soggette a un requisito patrimoniale a copertura di potenziali perdite dovute alla variazione dei prezzi di mercato (rischio di rettifiche di valore della componente creditizia, o credit valuation adjustment, CVA) per effetto del deterioramento del merito di credito delle controparti. Il quadro regolamentare di Basilea 2 contempla unicamente il rischio di insolvenza della controparte, ma non quello del CVA, che durante la crisi finanziaria ha provocato perdite maggiori rispetto a quelle relative ai casi di insolvenza;
- c) Le banche dovranno rafforzare i requisiti in materia di gestione delle garanzie reali e di formazione dei margini di garanzia.
- d) per fronteggiare il rischio sistemico derivante dall'interconnessione fra banche e altre istituzioni finanziarie tramite i mercati dei derivati. L'attività del Comitato si incentra, in tale contesto, sui sistemi di pagamento e regolamento (CSPR) e sull'International Organization of Securities Commissions (IOSCO), tali iniziative sono volte a elaborare standard robusti in materia di infrastrutture dei mercati finanziari, incluse le controparti centrali (central counterparties, CCP).

Le garanzie reali e le esposizioni valutate ai prezzi di mercato detenute da una banca verso le CCP che soddisferanno principi più stringenti saranno soggette a un fattore di ponderazione prudenziale basso, proposto al 2%; le esposizioni ai fondi di garanzia (default fund) delle CCP saranno soggette a coefficienti patrimoniali ponderati per il rischio associato. Questi criteri, unitamente al rafforzamento dei requisiti patrimoniali a fronte delle esposizioni in contratti derivati bilaterali OTC, creeranno per le banche forti incentivi a trasferire le esposizioni verso tali CCP.

Inoltre, al fine di contenere il rischio sistemico presente nel settore finanziario, il Comitato innalza i fattori di ponderazione applicati alle esposizioni verso le istituzioni finanziarie rispetto a quelle verso imprese non finanziarie, essendo le prime maggiormente correlate rispetto a quelle non finanziarie con il fattore di rischio sistemico utilizzato per la stima dei requisiti dello schema di Basilea 2;

- e) Si aumentano i requisiti per la gestione del rischio di controparte in diverse aree, compresa la gestione del rischio di correlazione sfavorevole (wrong-way risk), ovvero i casi nei quali l'esposizione aumenta quando la qualità della controparte si deteriora.
- 3) Integrazione dei coefficienti basati sul rischio con un indice di leva finanziaria (leverage ratio): questo secondo aspetto è dovuto all'eccessivo di leva finanziaria che le banche hanno accumulato, tale elemento è sintomatico di una crisi finanziaria. Nella fase critica della crisi finanziaria il comparto bancario è indotto dal mercato a ridurre la propria leva. Questo unito alle perdite, all'erosione del patrimonio e contrazione delle disponibilità del credito non fa altro che amplificare le tensioni al ribasso sui prezzi delle attività.

Il Comitato, pertanto, introduce un indice di leva finanziaria (leverage ratio) con le seguenti finalità:

- “contenere il grado di leva finanziaria nel settore bancario, contribuendo in tal modo a ridurre il rischio di processi di deleveraging destabilizzanti che possono arrecare pregiudizio al sistema finanziario e all'economia;
- introdurre presidi aggiuntivi a fronte del rischio di modello e degli errori di misurazione, integrando i coefficienti basati sul rischio con una misura di rischio semplice, trasparente e indipendente” (Comitato di Basilea, 2011).

Tale coefficiente rappresenta una misura supplementare nei confronti dei requisiti patrimoniali basati sul rischio, con la finalità di trasformarlo in requisito patrimoniale minimo nell'ambito del primo pilastro operando una revisione delle regole di calcolo e del livello di calibrazione.

- 4) Riduzione pro-ciclicità e promozione di buffer anticiclici:

La tendenza degli operatori a comportarsi in modo pro-ciclico è accentuata da una pluralità di canali, tra cui i principi contabili applicati alle attività valutate a valore

di mercato e ai prestiti posseduti fino a scadenza, le prassi di adeguamento dei margini e accumulo e decumulo di leva finanziaria da parte delle istituzioni finanziarie delle imprese e dei consumatori. Quindi includo un elemento di anticiclicità, col quale riconoscono come la loss absorbing capacity di una società finanziaria varia con il ciclo economico, e che nelle congiunture favorevoli dovrebbero essere accantonate dei buffer per essere usati nei periodi peggiori. In modo che si possa perseguire il più ampio obiettivo macroprudenziale di proteggere il settore bancario nelle fasi di eccessiva espansione del credito.

Il Comitato ha passato al vaglio una serie di provvedimenti supplementari che le autorità di vigilanza potrebbero adottare per conseguire un migliore equilibrio tra sensibilità al rischio e stabilità dei requisiti patrimoniali, qualora ciò sia ritenuto necessario. Tutto questo è necessario per conseguire un migliore equilibrio tra sensibilità e stabilità dei requisiti patrimoniali.

Il Comitato ha inoltre condotto uno studio per stabilire in che misura le istituzioni finanziarie sistemiche a livello internazionale dovrebbero avere una capacità aggiuntiva di assorbimento delle perdite e per valutare l'entità di assorbimento delle perdite in ipotesi di continuità aziendale (going concern) offerta dai vari strumenti proposti. (Cannata, 2013)

### *1.9.1 LA NUOVA STRUTTURA DEL CAPITALE REGOLAMENTARE*

La nuova struttura di capitale regolamentare è divisa da due tiers:

- Tier1, composto dal CET1 e Additional Tier1, i quali coprono le perdite su attività correnti e la cui forma deve essere CET1; e
- Tier2 ovvero gli elementi di più scarsa qualità; esso è composto dalle perdite assorbite in continuità aziendale .

La distinzione tra Upper e Lower Tier 2 è rimossa come il rinvio al Tier 3. La precedente riforma di Basilea 2 è dovuta al fatto che, in pratica, molte banche non emettevano Upper Tier2 in largo ammontare, come il costo di distribuzione Tier1 era equivalente ma i benefici normativi maggiori.

La principale innovazione di Basilea 3 è un'armonizzazione definita dal Common Equity Tier1(CET1), la componente di Tier1 composta da strumenti di capitale di più alta qualità. Come la crisi ha mostrato, la mancanza di omogeneità ha rappresentato un elemento di

incertezza, anche con riferimento a istituzioni e paesi. Prima di tale riforma il CET1 era la metrica che i regolatori avevano identificato per stimare la situazione di solvenza delle banche.

Per Basilea III il coefficiente del capitale minimo totale è tenuto all'8% dell'RWAs, il minimo Tier1 è incrementato al 6% ed un esplicito requisito del 4.5% dell'RWAs, è richiesto per il CET1.

Una volta accresciuta la qualità del capitale regolamentare vengono cambiate l'idoneità dei criteri e le deduzioni, in particolare Basilea 3 fornisce:

- 1) l'idoneità dei criteri, ovvero le caratteristiche che uno strumento deve rispettare per essere incluso nel capitale regolamentare (in CET1, Additional Tier1 o Tier2 sono stati completamente rivisitati).
- 2) Il rafforzamento dei criteri del CET1 con una lista di deduzioni più completa. A tale scopo viene adottata la seguente regola: le voci sono dedotte dal CET1, mentre secondo Basilea 2 veniva applicata la regola del 50:50.<sup>11</sup>

Vengono identificati tre requisiti principali per valutare la qualità degli strumenti di capitale per essere idoneo per i propositi regolamentari: copertura delle perdite; flessibilità dei pagamenti; permanenza.

Di seguito si analizzeranno i criteri di ammissibilità per ciascun Tiers:

- 1) Il Common Equity Tier 1<sup>12</sup> è composto dalla somma algebrica dei seguenti elementi:

---

11 Tale regola prevedeva per alcuni strumenti deduzioni del 50% dal Tier 1 e 50% del Tier2

12 CRITERI DI AMMISSIONE AL CET1: 1. Rappresenta lo strumento maggiormente subordinato in caso di liquidazione; 2. Attribuisce sul residuo attivo un diritto proporzionale alla quota del capitale emesso e subordinato al rimborso di tutti i crediti senior in caso di liquidazione (pertanto, il diritto è variabile e illimitato, non fisso o limitato); 3. Il valore nominale è privo di scadenza e non è mai rimborsato eccetto in caso di liquidazione (fatti salvi i riacquisti discrezionali o altri mezzi di riduzione effettiva del capitale in modo discrezionale consentiti dalle leggi vigenti); 4. La banca non adotta comportamenti che creino al momento dell'emissione aspettative di riacquisto, rimborso o cancellazione dello strumento; il regime legale o negoziale deve inoltre essere privo di clausole che possano generare simili aspettative; 5. Le distribuzioni di dividendi sono effettuate attingendo agli elementi distribuibili (includere le riserve di utili). Il livello delle distribuzioni non è legato in alcun modo all'ammontare versato all'emissione e non è soggetto a un limite contrattuale (salvo nella misura in cui la banca non sia in grado di versare distribuzioni che superino il livello degli elementi distribuibili); 6. In nessuna circostanza le distribuzioni sono obbligatorie. Il mancato pagamento non rappresenta pertanto un evento di insolvenza; 7. Le distribuzioni sono effettuate solo dopo l'adempimento di tutti gli obblighi legali e contrattuali e una volta effettuati tutti i pagamenti sugli strumenti di capitale di rango più elevato. Ciò significa che non vi sono distribuzioni preferenziali, incluso in relazione ad altri elementi classificati come patrimonio di massima qualità; 8. È il capitale emesso ad assorbire la prima e proporzionalmente maggiore quota di ogni eventuale perdita sopraggiunta. Nell'ambito del capitale di massima qualità, ciascuno strumento assorbe le perdite in condizioni di continuità d'impresa (going concern) in misura proporzionale e con il medesimo grado di subordinazione di tutti gli altri; 9. L'importo versato è considerato come capitale proprio (e non come passività) ai fini della determinazione dell'insolvenza; 10. L'importo versato è classificato come patrimonio netto secondo i principi contabili pertinenti; 11. È direttamente emesso e versato e la banca non può aver finanziato direttamente o indirettamente l'acquisto dello strumento; 12. L'importo versato non è né garantito né assistito da una garanzia dell'emittente o di un'entità collegata, né è soggetto ad altre disposizioni che ne accrescano legalmente o economicamente il grado di prelazione; 13. È emesso solo con l'approvazione dei proprietari della banca emittente, concessa sia direttamente da questi ultimi sia, se

- a. azioni ordinarie emesse dalla banca (o gli strumenti equivalenti per le banche costituite in forma diversa dalla società per azioni);
- b. sovrapprezzo azioni derivante dall'emissione di strumenti ricompresi nel Common Equity Tier 1;
- c. riserve di utili;
- d. riserve da valutazione e altre riserve palesi;
- e. azioni ordinarie emesse da filiazioni consolidate della banca e detenute da soggetti terzi che soddisfano i criteri di computabilità nel Common Equity Tier 1;
- f. aggiustamenti regolamentari applicati nel calcolo del Common Equity Tier 1.

2) Il Tier 1 aggiuntivo è composto dalla somma algebrica dei seguenti elementi:

- a. strumenti emessi dalla banca che soddisfano i criteri di computabilità nel Tier 1 aggiuntivo (e non ricompresi nel Common Equity Tier 1);
- b. sovrapprezzo azioni derivante dall'emissione di strumenti ricompresi nel Tier 1 aggiuntivo;
- c. strumenti emessi da filiazioni consolidate della banca e detenuti da soggetti terzi che soddisfano i criteri di computabilità nel Tier 1 aggiuntivo e non sono ricompresi nel Common Equity Tier 1;
- d. aggiustamenti regolamentari applicati nel calcolo del Tier 1 aggiuntivo.

3) Il patrimonio supplementare (Tier 2) è composto dalla somma algebrica dei seguenti elementi:

- a. strumenti emessi dalla banca che soddisfano i criteri di computabilità nel patrimonio supplementare (e non ricompresi nel patrimonio di base);
- b. sovrapprezzo azioni derivante dall'emissione di strumenti ricompresi nel patrimonio supplementare;

---

consentito dalla legge applicabile, dal consiglio di amministrazione o da altri soggetti debitamente autorizzati dai proprietari; 14. È indicato in modo chiaro e separato nello stato patrimoniale della banca.

c. strumenti emessi da filiazioni consolidate della banca e detenuti da soggetti terzi che soddisfano i criteri di computabilità nel patrimonio supplementare e non sono ricompresi nel patrimonio di base; d. aggiustamenti regolamentari applicati nel calcolo del patrimonio supplementare.

#### *1.9.1.1 RWA*

Il rischio di credito rappresentato dalle attività a rischio (Risk Weighted Asset) viene ripreso in Basilea 3. Esso è essenziale per la valutazione del capitale che una banca deve detenere, in quanto i regolatori pesano le attività di una banca in base ai rischi assunti. Come abbiamo già detto riguardo a Basilea 2, le attività più liquide (quali la cassa) vengono disaggregate da altre attività (per esempio mutui con altre istituzioni finanziarie), in quanto più rischiose e pertanto devono essere ponderate per un peso maggiore. Il principio è il seguente: più attività rischiose detiene la banca, maggiore sarà sia la probabilità di guadagni che di perdite, se la controparte fosse soggetta ad un downgrading (rischio che il cliente subisca una variazione negativa del rating) o diventi insolvente, ciò ha come risultato la detenzione di un capitale maggiore. Inoltre, le banche devono ponderare oltre che sulle attività di bilancio anche sulle attività fuori bilancio, il rischio su commissioni per prestiti e su carte di credito.

L'RWA pertanto sarà composto sia dalla attività bancaria che da voci fuori bilancio che comportano il rischio sotto tre profili: di credito, di mercato e/o di controparte.

- Rischio di credito: l'RWA riflette la probabilità di una perdita subita a seguito del mancato rispetto da parte di un debitore o di una controparte che non adempie ai propri obblighi finanziari o come il risultato del deterioramento nella qualità del debitore o della controparte
- Rischio di mercato: l'RWA riflette il rischio dovuto alla volatilità del fair value degli strumenti finanziari detenuti nel portafoglio di negoziazione in risposta ai movimenti di mercato. In tale ambito vengono inclusi: cambi di valuta, prezzi degli strumenti finanziari, tassi di interesse, differenziale creditizio e prezzi delle azioni, inerenti sia ad elementi di bilancio che fuori.
- Rischio operativo: l'RWA riflette il rischio di perdita come risultato di processi interni inadeguati o di eventi esterni non contemplati.
- Altri Rischi: l'RWA riflette principalmente i requisiti patrimoniali per le posizioni azionarie al di fuori del portafoglio di negoziazione, di regolamento...

Per quanto riguarda le modalità di calcolo, Basilea 3 applica due approcci per la crescente complessità del calcolo del rischio di credito RWA:

- L'approccio standard è l'approccio base per il rischio di credito. Esso richiede alle banche di usare rating di credito esterni per determinare l'RWA delle controparti quotate, sulla base di una classificazione dettagliata di attività e di tipi di controparti. I contraenti non quotati sono raggruppati in grandi categorie e in ponderazioni del rischio standardizzate.
- L'approccio dei rating interni (IRB) nel calcolo dell'RWA è quello basato su delle stime dell'esposizione al default (EAD), sulla probabilità di default (PD) e sulla perdita in caso di default (LGD). Ciò avviene usando i dati della banca specifici mentre i modelli interni sono approvati dal regolatore. L'approccio IRB viene ulteriormente suddiviso in due applicazioni:
  - IRB avanzato (IRB-A): Nell'IRB avanzato vengono calcolati internamente la PD, la LGD e i fattori di conversione usando i modelli di esposizione al rischio;
  - IRB base (IRB-F): Nell'IRB base viene stimata attraverso calcoli interni, solamente la PD, mentre gli altri parametri quali la LGD e i fattori di conversione del credito (CCR) vengono stimati attraverso parametri standard.

Il rischio di controparte, CCR, è il rischio che una controparte fallisca portando a cascata al default di tutte le altre imprese del mercato di riferimento. Per il calcolo del CCR le banche usano due metodi regolamentari:

- Il metodo a valori di mercato: consiste nella somma dei valori correnti di mercato della posta di bilancio presa in considerazione, più una maggiorazione pari all'esposizione potenziale futura o PFE. Si arriva pertanto ai diversi scenari futuri dell'evoluzione del mercato, anche considerando il caso peggiore ovvero il default della controparte;
- Il metodo dei modelli interni: questo metodo soggetto all'impianto regolamentare, permette l'uso dei modelli interni per calcolare un'effettiva aspettativa di esposizione positiva (EPE), tale posta è pari al valore maggiore tra: 1) la metà della scadenza più lunga all'interno dell'insieme di compensazione del portafoglio in oggetto e 2) la scadenza media, ponderata per il nozionale, di tutte

le transazioni all'interno dell'insieme. Ciò va moltiplicato per un fattore stabilito dal regolatore.

In conclusione, con tale modello si arriva ad un rischio di controparte che dipenderà dalla scadenza delle esposizioni.

Infine, riporto l'interconnessione che riguarda il calcolo dei requisiti di capitale e l'RWA:

$$\text{REQUISITI DI CAPITALE} = 8\% * \text{RWA}$$

$$\text{RWA} = 12.5 * \text{REQUISITI DI CAPITALE}$$

### **1.10 BASILEA 4 E L'IRB 2.0**

Il documento finale proposto dal comitato di Basilea risale al 2017 con il titolo "Basel III: Finalising post-crisis reforms".

Il 7 Giugno 2019 sono stati pubblicati in Gazzetta Ufficiale dell'Unione Europea i provvedimenti in materia di: Fondi Propri, TLAC (Total Loss Absorbing Capacity), Assorbimenti Patrimoniali, Coefficiente di Leva Finanziaria e Indice di Liquidità. Questo sviluppo normativo è il completamento di uno sforzo legislativo che ha portato il 16 Aprile 2019 all'Approvazione della CRR II, CRD V, BRRD II e SRMR II, che costituiscono il nuovo quadro regolamentare denominato "Basilea IV". Questa riforma scaturisce dalla necessità di una maggiore armonizzazione degli assorbimenti patrimoniali (Risk Weighted Asset-RWA) tra le banche.

I requisiti patrimoniali sono così eterogenei che hanno indotto il regolatore alla revisione del "Single Rulebook", ossia quell'insieme di norme che regolano le banche Ue e stabiliscono i criteri che esse stesse devono rispettare, in materia di Capital Requirement (CRR II/CRD V) e Resolution (SRMR II/BRRD II) con l'obiettivo di:

- 1) Attenuare l'applicazione restrittiva dei modelli interni per il rischio di credito per banche, grandi aziende e in parte quelle specializzate nell'attività creditizia
- 2) Revisione sostanziale della metodologia del rischio di credito attraverso la limitazione all'utilizzo dell'IRB per specifiche classi di esposizioni e un maggiore dettaglio informativo nella stima dei parametri di rischio,
- 3) Decidere un capitale minimo basato sul metodo aggregato RWA, calcolato dalla moltiplicazione del totale RWA con il coefficiente di capitale del 72.5%. Questo permette la compensazione degli effetti delle categorie di rischio individuale.

Il Basilea IV<sup>13</sup> ridefinisce 4 profili di rischio (rischio di credito, rischio di aggiustamento della valutazione del credito, rischio di mercato e rischio operativo) modificandoli in questo modo:

Nel Rischio credito:

Rimuove l'opzione dell'uso dell'Approccio IRB avanzato per banche, istituzioni finanziarie non banche (NBFI) e grandi gruppi industriali.

Adotta le soglie (per metriche così come la probabilità di default(PD) e loss-given-default (LGD)) per consentire un livello minimo di conservazione nei modelli parametrici per classi di investimenti dove l'approccio IRB rimane disponibile.

Fornisce una migliore specificazione dei parametri IRB nelle pratiche di stima.

Nel Rischio di rettifiche di valore della componente creditizia ( Credit valuation adjustment, CVA) viene rimosso l'approccio dei modelli interni di gruppo (IMA-CVA) a causa della complessità di modellizzazione e del numero crescente di assunzioni del modello. Si assiste ad una sostituzione degli standard attuali e i modelli avanzati con un approccio base (BA-CVA) e con un approccio standardizzato (SA-CVA).

Nel Rischio di mercato si limita l'uso dei modelli interni e viene reso più complesso attraverso standard più stringenti. I fattori di rischio senza un grande ammontare di dati disponibili per essere modellati sono soggetti ad un alto requisito di capitale.

Nel Rischio operativo il comitato di Basilea ha deciso di procedere ad una netta semplificazione sostituendo i quattro approcci attualmente applicabili con un unico approccio standardizzato. Sulla base di questa procedura semplificata il rischio operativo sarà esclusivamente funzione di due parametri: i) l'ammontare dei ricavi di una banca e ii) una misura storica delle perdite operative.

Con la riduzione della flessibilità dei modelli interni il rischio viene alleggerito dai profitti sul capitale, i requisiti di questi vengono incrementati per le banche che utilizzano i modelli interni.

Consideriamo ora le proposte del Comitato di Basilea, dell'Autorità bancaria europea e della Banca Centrale europea, atte a riformare l'approccio sui rating interni.

---

<sup>13</sup> Le nozioni riportate in questa sezione sono state estratte da :

- Phua Frankie, The evolution of the Basel framework: Are we back to where we started. Singapore, 2019;
- Martin Neisen, Basel IV: IRB 2.0 and interdependencies with the new capital floor. Frankfurt am Main, 2018

Il comitato di Basilea propone sul rating interno (IRB-A), sul metodo avanzato (A-IRB) e su quello di base (F-IRB) di ridurre la flessibilità del quadro normativo e di migliorare la sua comparabilità e di diminuire l'eccessiva variabilità dei requisiti patrimoniali per il rischio di credito.

Collegato al quadro regolamentare di Basilea si sono sviluppate altre proposte di regolamentazione da parte dell'EBA e della BCE.

Per quanto riguarda l'EBA, ovvero l'autorità di vigilanza europea, per migliorare la comparabilità del modello IRB, interviene nell'applicazione di tecniche di mitigazione del credito, nella calibrazione e nella validazione dei parametri di rischio e nel trattamento di posizioni in default.

Con riferimento alla BCE, nell'ambito del meccanismo di vigilanza unica (MVU), vengono poste in atto delle misure atte a:

- Ripristinare la fiducia nei modelli IRB
- Aumentare l'affidabilità e l'adeguatezza dei modelli
- Aumentare la comparabilità e migliorare la qualità dei modelli interni
- Determinare gli standard consistenti e linee guida di supervisione

Il pacchetto di riforme di EBA e BCE è ancora in fase di discussione e la sua approvazione è prevista per il 1 Gennaio 2021.

Altre proposte del Comitato riguardante i parametri dell'IRB (probabilità di default (PD), loss given default (LGD), esposizione al rischio (EAD), scadenza (M), mitigazione del rischio di credito (CRM)) sono ancora in fase di studio.

#### *1.10.1 CAMPO DI APPLICAZIONE DEI MODELLI INTERNI*

L'affidabilità dei modelli interni dipende in gran parte dalla quantità e dalla qualità dei dati sottostanti. Quando i dati sono scarsi potrebbero diventare inutilizzabili le tecniche di sviluppo del modello generale che fanno affidamento all'uso di casi predefiniti. Per il parametro PD, l'approccio di modellazione più comune è scegliere e soppesare i fattori di rischio in modo che si possano differenziare i casi di default e non default. Questo si ottiene in genere mediante la regressione logistica, che si basa su un grande numero di default e non default per ottenere risultati statistici robusti. Per i parametri LGD ed esposizione al rischio (EAD), i dati richiesti sono ancora più stringenti, questi parametri sono stimati non dalla comparazione di default con

non default, ma piuttosto studiando i casi di default. Ciò significa che per stimare i parametri a livello di portafoglio sarebbero necessari centinaia di casi predefiniti. Il BCBS riconoscendo la mancanza di sufficienti dati di default ha ristretto il campo di azione dei modelli interni.

#### *1.10.2 IMPATTO DI BASILEA IV*

L'impatto di Basilea IV può variare in modo significativo a seconda della dimensione della banca, del modello di business e nella misura in cui la banca utilizza i modelli interni per il calcolo dell'RWA.

Soprattutto per i gruppi maggiori delle banche che utilizzano i modelli interni il cambiamento dei requisiti di capitale potrebbe essere la fonte principale di un alto incremento dell'RWA.

Infine, le modifiche all'IRB-A per il rischio di credito non sono così ampie e le banche possono ancora utilizzare l'approccio base per portafogli con basso default.

Tale riforma è ancora in fieri e non sono ancora chiari quali saranno gli impatti sulle banche e se renderà effettivamente il sistema bancario più sicuro.

## **CAPITOLO 2 LE TECNICHE CLASSICHE DI CREDIT SCORING**

### *2.1 INTRODUZIONE AI MODELLI MULTIVARIATI*

I metodi di credit scoring, come abbiamo già precedentemente detto, sono metodologie statistiche che ci permettono di valutare il merito creditizio della controparte che si è in procinto di affidare o che è già stata affidata. Servendomi delle tecniche di credit scoring calcolo dei punteggi, o score, da assegnare ad ogni impresa del campione selezionato. Sulla base di tale punteggio, trovo una soglia, o cut-off, che ci permetterà di minimizzare gli errori possibili sul merito di credito delle imprese oggetto di questo studio. Questi metodi si avvalgono dei modelli multivariati che con una misura di sintesi delle varie variabili ci permettono di valutare il merito creditizio del cliente.

Un contributo fondamentale a tali modelli è stato dato nel '36 da Ronald A. Fisher<sup>14</sup> che propose l'analisi lineare discriminante. L'analisi discriminante parte da un campione  $x$  di una data

---

<sup>14</sup> Le nozioni riportate in questa sezione sono state estratte da:

- Resti A. - Sironi A. *Risk Management and Shareholders Value in Banking: From Risk Measurement Models to Capital Allocation Policies*, Wiley Finance, John Wiley and sons, Ltd, 2007;
- Varetto, *Metodi di previsioni delle insolvenze: Un'analisi comparata*. 1999

dimensione, lo suddivide poi in un numero di sottopopolazioni in base ad una generica caratteristica che le accumuni. Nel nostro caso la caratteristica è basata sulla identificazione delle variabili (gli indicatori economici e finanziari presi dai bilanci d'esercizio delle aziende).

Queste variabili consentono di definire un confine tra imprese sane (appartenenti ad un insieme che chiameremo A) e non sane (appartenenti ad un insieme che identificheremo come B), come illustrato nella Figura 2.1. Il punteggio assegnato, detto score, è quello che massimizza la distanza degli score medi delle due popolazioni.

Lo score assegnato a ciascuna impresa altro non è che il peso assegnato alle variabili considerate che meglio consentono di discriminare la popolazione.

Sia:

$$S_j = a_1 X_{1j} + a_2 X_{2j} + \dots + a_i X_{ij} + \dots + a_n X_{nj} \quad (2.1)$$

dove  $S_j$  è lo score dell'impresa  $j$ -esima,  $a_i$  è il coefficiente della variabile  $X_i$ ,  $X_i$  è la variabile descritta dalla caratteristica  $i$ -esima dell'impresa ( $x_i$  indica il vettore colonna di tali variabili).

Tale processo di discriminazione viene realizzato attraverso l'individuazione delle variabili, identificate da indicatori economico/finanziari, che meglio permettono di identificare la linea di confine tra i diversi gruppi.

I coefficienti  $a_i$  dell'equazione 2.1 vengono scelti grazie ad un particolare algoritmo che garantisce che i valori discriminanti così ottenuti massimizzeranno la differenza complessiva tra i due gruppi di imprese (sane e insolventi). Questi score avranno le seguenti caratteristiche:

- Renderanno massima la distanza tra le medie dei due gruppi
- Massimizzeranno la varianza (dispersione) degli score all'interno dei due gruppi.

Il vettore dei coefficienti è dato dalla formula 2.3:

$$a = (\bar{x}_A - \bar{x}_B) * V^{-1} \quad (2.3)$$

$\bar{x}_A$  è il vettore delle medie del gruppo A (imprese sane);

$\bar{x}_B$  è il vettore delle medie del gruppo B (imprese insolventi);

$V^{-1}$  è la matrice di varianza e covarianza del campione

La regola di classificazione lineare vale quando l'impresa j-esima è attribuita alla popolazione A ovvero quando:

$$|(X_A - X_B)'V^{-1}(X_j - X_A)| < |(X_A - X_B)'V^{-1}(X_j - X_B)| \quad (2.4)$$

Altrimenti l'impresa è attribuita alla popolazione B.

Si osservi che  $(\bar{x}_A - \bar{x}_B)V^{-1}$  rappresenta il vettore dei coefficienti della funzione lineare con cui pesare le variabili X per ottenere il punteggio (score) che sintetizza il profilo delle imprese.

Di conseguenza lo score dell'impresa j-esima è dato da:

$$S_j = (\bar{x}_A - \bar{x}_B)V^{-1}x_j \quad (2.5)$$

Mentre la media degli score della popolazione A ( $\bar{x}_A$ ) è dato da:

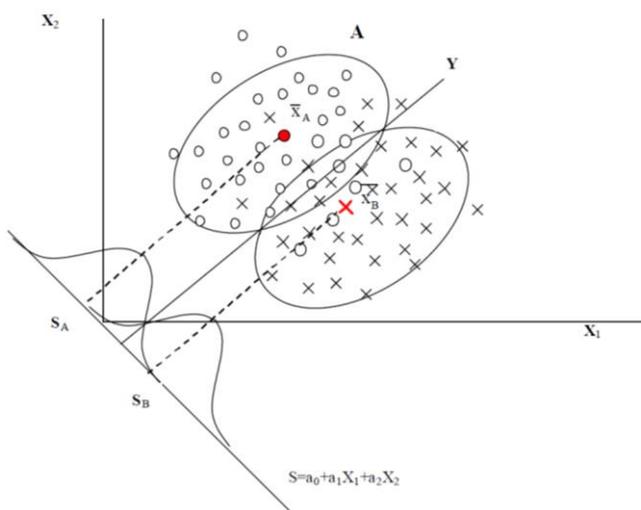
$$S_A = (\bar{x}_A - \bar{x}_B)V^{-1}\bar{x}_A \quad (2.6)$$

Similmente verrà definito anche  $S_B$ .

La regola di classificazione lineare può quindi essere espressa in termini di distanze tra gli score:

- L'impresa j-esima è assegnata ad A se  $|S_j - S_A| < |S_j - S_B|$  ovvero  $S_j < \frac{1}{2} * (S_A + S_B)$  per  $S_A > S_B$ . Altrimenti viene assegnata alla popolazione B.

FIGURA 2.1 Rappresentazione dell'analisi discriminante di due popolazioni A e B



( Fonte: Varetto, 1999)

Tale figura rappresenta l'analisi discriminante secondo il modello di Fisher nel caso più semplice in cui due gruppi di imprese, solventi (A) e insolventi (B), siano identificati da due sole variabili  $X_1$  e  $X_2$ : sull'asse  $Z$  troviamo lo score generato dalla combinazione delle due variabili originarie.

Considerato il campione e le variabili in oggetto, si procede alla costruzione della funzione discriminante, ovvero una media ponderata delle variabili in funzione della capacità predittiva di classificare le imprese.

I coefficienti verranno successivamente scelti sulla base di un algoritmo che garantisce che i valori discriminanti massimizzeranno la differenza complessiva tra i gruppi di aziende.

Gli score assegnati su tali considerazioni:

- Renderanno massima la distanza tra le medie degli score dei due gruppi
- Minimizzeranno la varianza (dispersione) degli score all'interno dei due gruppi.

Una volta ottenuti gli score è necessario determinare una soglia (cut-off point) che ci permetta effettivamente di separare le aziende sane da quelle insolventi. Prendiamo come punto di cut-off il valore a metà delle due medie dello score calcolate per i due gruppi (sane e insolventi).

Indicheremo come  $\bar{z}_c$ ,  $\bar{z}_A$  e  $\bar{z}_B$  rispettivamente lo score medio del gruppo A, lo score medio del gruppo B e il valore soglia. Esso sarà pertanto:  $\bar{z}_c = \frac{(\bar{z}_A + \bar{z}_B)}{2}$ .

Tuttavia, non siamo ancora in grado di associare ad ogni azienda una probabilità di insolvenza. Per fare ciò dobbiamo richiamare l'applicazione del teorema di Bayes.

L'analisi discriminante multivariata è talvolta utilizzata per produrre una stima diretta delle PD associate alle singole aziende analizzate. Può essere dimostrato che se le singole variabili indipendenti sono distribuite secondo una distribuzione normale multivariata, la probabilità che una società sia anomala (in pratica il default avverrà nei prossimi mesi) è data da:

$$PD = P(B|X_i) = \frac{1}{1 + \frac{1 - \pi_B}{\pi_B} e^{Z_i - \alpha}} \quad (2.7)$$

dove  $Z_i$  è lo score e  $\alpha$  è il cutoff, mentre  $\pi_B$  rappresenta la probabilità di default a priori, ovvero una misura della "media" della qualità del portafoglio prestiti della banca, che non dipende dalle caratteristiche del singolo cliente, ma dalle caratteristiche generali del mercato.

Per l'applicazione di tale formula considereremo per semplicità  $\pi_B$  come proporzione di aziende anomale.

Gli errori che si possono commettere sono di due tipi: classificare sana un'impresa in realtà anomala e classificare anomala un'impresa in realtà sana. Il primo tipo di errore è sicuramente il peggiore in quanto si andrà incontro a problemi di insolvenza (o fallimento) e di riscossione di eventuali garanzie mentre nella seconda ipotesi si potranno avere dei costi in termini di mancata opportunità di guadagno,

Il criterio di decisione dovrà pertanto prendere in considerazione questo e cercare di minimizzare il costo atteso degli errori di attribuzione, si attribuirà pertanto l'impresa esaminata alla popolazione A se:

$$\frac{p_A(X)}{p_B(X)} > \frac{q_B C_{BA}}{q_A C_{AB}} \quad (2.8)$$

dove  $p_A(X)$  e  $p_B(X)$  vengono definite come funzioni di densità, mentre  $q_A$  e  $q_B$  le probabilità a priori che una generica impresa osservata provenga dalla popolazione A e dalla popolazione B,  $C_{AB}$  è il costo di classificare nella popolazione B l'impresa proveniente dalla popolazione A e  $C_{BA}$  è il caso opposto.

La grandezze  $q_A$  e  $q_B$  possono essere viste in termini di proporzioni relative delle due popolazioni come la dimensione relativa dei due campioni di società. In tale ambito utilizziamo campioni di pari numerosità di imprese e non vengono esplicitate le probabilità a priori né i costi di errate classificazioni.

Dal 1967 al 1980 l'analisi discriminante multivariata (MDA) è stata una delle principali tecniche utilizzate nell'ambito del credit scoring.

Altman nel 1967<sup>15</sup> fu il primo a implementare questa tecnica su un campione di 66 aziende manifatturiere. L'autore usò un set di indici finanziari ed economici per la previsione del fallimento e mostrò che il 95% di tutte le imprese defaultate fossero classificate correttamente e la stessa percentuale si riscontrò per le sane. Tale tecnica statistica usata per classificare un gruppo a priori di variabili dipendenti sulla base delle caratteristiche individuali.

---

<sup>15</sup> Le nozioni riportate in questa sezione sono state estratte da:

- Altman E., Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, The Journal of Finance, 1968, pp. 589-609.
- Prediction of consumer innovators-application of multiple discriminant analysis, Robertson T. e Kennedy J., 1968, pp. 64-69.

In seguito, applicò tale tecnica per la previsione di fallimento per le aziende di risparmio e prestito e per le banche commerciali.

Le principali limitazioni che affliggono l' "MDA" sono la linearità e l'indipendenza tra variabili.

L'approccio multivariato è in grado di combinare tutti i segnali delle diverse variabili in modo da generarne uno che ne individui in misura sintetica lo stato di salute dal punto di vista dei creditori. L'obiettivo dichiarato è quello di gestire in modo coordinato i trade-off che si instaurano tra le varie componenti del sistema-impresa. Tutto si concentra sulla ponderazione dei diversi indicatori.

Tuttavia, può essere utile per tale approccio una considerazione delle variabili in ottica univariata, ovvero la considerazione dell'andamento dei singoli indicatori.

L'idea del modello di Altman è intuitiva, da un numero di variabili indipendenti di  $G-1$  dimensioni, dove  $G$  rappresenta il numero di gruppi originali a priori, la funzione discriminante di  $Z=v_1x_1+v_2x_2+\dots+v_nx_n$  trasforma le variabili individuali in uno singolo score discriminante o valore  $Z$ .

Questo valore  $Z$  viene poi utilizzato per classificare l'oggetto.

Dove  $v_1, \dots, v_n$  sono i coefficienti discriminanti e  $x_1, \dots, x_n$  sono le variabili indipendenti.

Per l'applicazione usò un campione di 33 imprese fallite nel periodo 1945-1965 e un campione "pareggiato" (per anno, settore e dimensione dell'attivo netto totale) di società sane, estratte dagli elenchi di Moody's e da altre fonti.

Il modello era questo:

$$z_i = 1.2 \cdot x_{i,1} + 1.4 \cdot x_{i,2} + 3.3 \cdot x_{i,3} + 0.6 \cdot x_{i,4} + 1.0 \cdot x_{i,5}$$

(2.9)

La funzione include le parti del sistema economico-finanziario dell'impresa:

$x_1$  = working capital/total assets(capitale circolante/ totale attività)

$x_2$  = retained profits/total assets (utili reinvestiti/totale attività)

$x_3$  = earnings before interest and tax/total assets(EBIT/totale attività)

$x_4$  = market value of equity/book value of total liabilities (Equity/ Debito)

$x_5 = \text{turnover/total assets (Ricavi Netti/Totale attività)}$

Per testare l'abilità discriminante delle variabili si utilizza l'F test. Questo test confronta le differenze tra i valori medi dei rapporti in ciascun gruppo con la variabilità dei rapporti in ciascun gruppo. Tramite tale relazione si perviene ad un valore dell'F test che dovrà essere confrontato con il valore critico dell'F test, qualora il valore dell'F test sia minore dell'F critico si rifiuta l'ipotesi nulla.

Qualora l'ipotesi nulla sia vera ovvero si accetti  $H_0$  il test si distribuisce come una statistica F con  $p-1$  e  $g-1$  gradi di libertà e non c'è evidenza empirica che le due popolazioni (nel nostro caso la popolazione del default con la popolazione di non default) siano diverse.

L'obiettivo dell'MDA è quello di produrre una funzione lineare che distinguerà tra default e non default. I pesi sono assegnati alle variabili in modo da rendere massimo il rapporto tra le medie dei due gruppi e la deviazione standard all'interno di ciascun gruppo.

Una volta determinati i pesi è utile determinare l'indice di importanza, calcolato sulla parte empirica per lo sviluppo di questo modello, proposto da Mosteller e Wallace<sup>16</sup>. L'indice misura il contributo di ciascuna variabile per la differenza nei punti di score medi tra i due gruppi ( $\bar{Z}_A - \bar{Z}_B$ ).

L'importanza dell'MDA di separare i gruppi usando misure multivariate è evidente.

Le medie del gruppo, o centroidi, del campione originale suddiviso in due gruppi possono essere calcolate nel seguente modo:

$$\bar{y}_g = \frac{1}{N_g} \sum_{p=1}^{N_g} y_{pg} \quad (2.10)$$

dove  $N_g$  rappresenta il numero di aziende nel gruppo

Una volta stimati i coefficienti discriminanti, è possibile calcolare gli score per ciascuna osservazione e assegnare le osservazioni ad uno dei gruppi basati su questi score.

Altman nel 1977 ha successivamente sviluppato un ulteriore modello (Zeta) nel quale ha studiato 53 società fallite e 58 sane (5 società anomale non disponevano di dati sufficienti).

Il nuovo modello Zeta quindi è composto da 7 variabili:

---

16 Frederick Mosteller and David L. Wallace, "Inference in an Authorship Problem," Journal of the American Statistical Association, 58 (June 1963), pp. 275-309.

ROA (return on asset), esso esprime la redditività dell'attivo dell'azienda;

Stabilità degli utili, mediante una misura normalizzata dello scarto quadratico medio;

Pagamento dei debiti, ovvero rapporto tra utili (ante interessi e tasse) e oneri totali finanziari totali;

Redditività totale, misurata dal rapporto tra riserve da utili ed Attivo netto;

Liquidità, calcolato come rapporto tra Capitale Circolante e Attività correnti. Esso evidenzia la capacità di far fronte ai debiti a breve termine con la liquidità e con le attività finanziarie ed economiche (scorte);

Capitalizzazione, misurata col rapporto tra il valore di mercato delle azioni ordinarie e la somma di azioni ordinarie, privilegiate e del totale dell'indebitamento;

La dimensione dell'azienda misurata dal logaritmo dell'attivo netto.

Altman ha stimato che mediante una metodologia lineare si perviene ad una corretta classificazione delle aziende per l'anno t-1 del 96,2% delle società fallite e l'89% delle sane, risalendo al t-5 l'accuratezza è del 70% circa.

Nel 1993 Altman introduce il modello che utilizzeremo in questa trattazione, lo Z' Score ovvero un adeguamento alla situazione delle imprese non quotate nei mercati finanziari. Rispetto al modello originale il punto di cut off rimane pari a 2,67 ma la zona di incertezza è compresa tra 1,23 e 2,90. Riportiamo qui di seguito, Tabella 2.3, gli indicatori presi in considerazione nello studio del 1968.

Tabella 2.3 Gli indicatori considerati nelle due versioni originarie dello Z score

<b>Z (1968)</b>	<b>Z' (1993)</b>
$X_1 = \frac{\text{Capitale circolante}}{\text{Totale attività}}$	$X_1 = \frac{\text{Capitale circolante}}{\text{Attività totali}}$
$X_2 = \frac{\text{Utile non distribuito}}{\text{Totale attività}}$	$X_2 = \frac{\text{Risultato netto}}{\text{Attività totali}}$
$X_3 = \frac{\text{Ebit}}{\text{Totale attività}}$	$X_3 = \frac{\text{Risultato operativo}}{\text{Attività totali}}$
$X_4 = \frac{\text{Valore di mercato delle azioni}}{\text{Totale debiti}}$	$X_4 = \frac{\text{Patrimonio netto contabile}}{\text{Totale debiti}}$
$X_5 = \frac{\text{Vendite}}{\text{Attività totali}}$	$X_5 = \frac{\text{Vendite}}{\text{Attività totali}}$

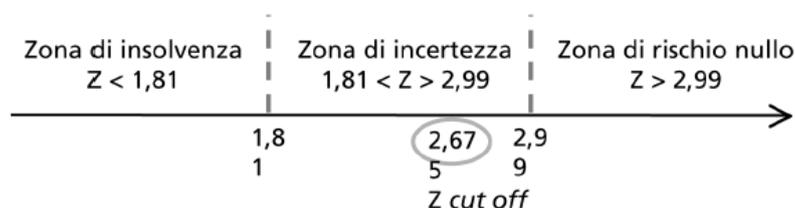
Nei due casi la relazione lineare individuata per dare luogo allo Score è:

$$Z = 1,2X_1 + 1,4X_2 + 3,3X_3 + 0,6X_4 + 0,99X_5 \quad Z' = 0,717X_1 + 0,847X_2 + 3,107X_3 + 0,420X_4 + 0,998X_5$$

(Fonte: Altman, Danovi, Falini, 2013)

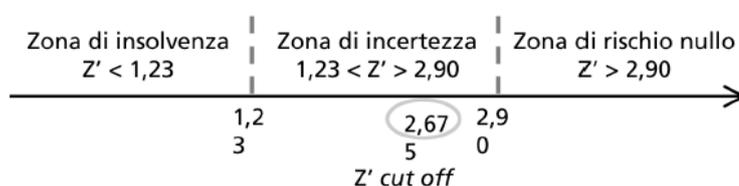
Nella figura 2.4 e 2.5 riportiamo una rappresentazione delle aree di classificazione secondo Altman.

Figura 2.4 Rappresentazione delle aree di classificazione secondo la versione originale



(Fonte: Altman, Danovi, Falini 2013)

Figura 2.5 Rappresentazione delle aree di classificazione secondo lo Z' score



(Fonte: Altman, Danovi, Falini 2013)

Tale modello è stato oggetto di numerose discussioni, fino all'introduzione nel 1995 dello Z'' Score dove la funzione dello Z è stata adattata per aziende operanti nei paesi emergenti. Tale modello, tuttavia, dimostra di ben adattarsi anche alla realtà manifatturiera.

In questa nuova formulazione vengono prese in considerazione le stesse variabili adottate nello Z' Score ad eccezione del rapporto vendite/attività totali ( $X_5$ ) con lo scopo di depurare la funzione dalla possibile distorsione dovuta all'industria di riferimento.

$$Z'' = 6,56 X_1 + 3,26 X_2 + 6,72 X_3 + 1,05 X_4$$

(2.13)

Altman mediante l'inserimento di un coefficiente pari a +3,25 standardizza i risultati delle imprese risultanti non solventi. Mediante tale tecnica viene individuata una corrispondenza tra i punteggi e i rating stabiliti per le obbligazioni dalla società Standard & Poor's.

Figura 2.6. Corrispondenza tra il punteggio Z'' e il rating assegnato da Standard & Poor's

	Rating	Soglie	Rating	Soglie	
Safe Zone	AAA	>8,15	BBB-	5,85	Grey Zone
	AA+	8,15	BB+	5,65	
	AA	7,60	BB	5,25	
	AA-	7,30	BB-	4,95	
	A+	7,00	B+	4,75	Distress Zone
	A	6,85	B	4,50	
	A-	6,65	B-	4,15	
	BBB+	6,40	CCC+	3,75	
	BBB	6,25	CCC	3,20	
			CCC-	2,50	
			D	<1,75	

(Fonte: Altman, Danovi, Falini, 2013)

## 2.2 MODELLO LOGISTICO

La regressione logistica è una tecnica comune usata per lo sviluppo delle scorecards, il quale è uno strumento usato nella gestione strategica dell'impresa che permette di tradurre la strategia in azione, ovvero in obiettivi e misure applicabili a livello operativo. Questo sviluppo è stato utilizzato in molte applicazioni dell'industria finanziaria, dove la variabile predittiva è una variabile binaria.

Il modello logit dà come output uno score compreso tra 0 e 1, il quale convenientemente dà la probabilità di default dei clienti. I coefficienti stimati possono essere interpretati separatamente come l'importanza o significatività di ciascuna delle variabili indipendenti nella spiegazione delle PD stimate.

Sul piano empirico, possiamo definire una variabile binaria Y, dove, con Y=1 si denota l'evento di interesse, nel nostro caso il default e con Y=0 il caso in cui l'azienda rimanga solvente. Spesso una variabile dicotomica può essere studiata dal calcolo di certe proporzioni, quale, la proporzione di default sul totale di clienti o la proporzione di clienti sani sulla popolazione. Un primo tentativo di modellare la risposta potrebbe usare la regressione lineare del modello tale che:

$$E\{Y|X\}=X\beta \quad (2.14)$$

Si denota con X il vettore dei predittori  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ . L'aspettativa di una variabile binaria Y è  $\text{Prob}\{Y=1\}$ ; tale modello per definizione non può adattare i dati all'intero intervallo dei

predittori mediante un modello puramente lineare, in quanto  $E\{Y|X\}=P\{Y=1|X\}=X\beta$  può permettere alla  $\text{Prob}\{Y=1\}$  di eccedere 1 o di essere sotto a 0.

Dato  $X$  che in termini di probabilità di  $Y=1$ , i valori dei predittori saranno:

$$\text{Prob}\{Y=1|X\}=[1+\exp(-X\beta)]^{-1}$$

(2.15)

Dove  $X\beta$ , come detto precedentemente sta per  $\beta_0+\beta_1X_1+\beta_2X_2+\dots+\beta_kX_k$ . I parametri di regressione beta sono poi stimati, dal metodo di massima verosimiglianza<sup>17</sup>.

La funzione  $P=[1+\exp(-x)]^{-1}$ , rappresentante la probabilità, è chiamata funzione logistica.

Tale funzione ha un range illimitato per  $X$  mentre  $P$ , che rappresenta la probabilità dell'evento di interesse, è ristretta tra 0 e 1.

Figura 2.7 Confronto tra il modello lineare e il modello logistico

---

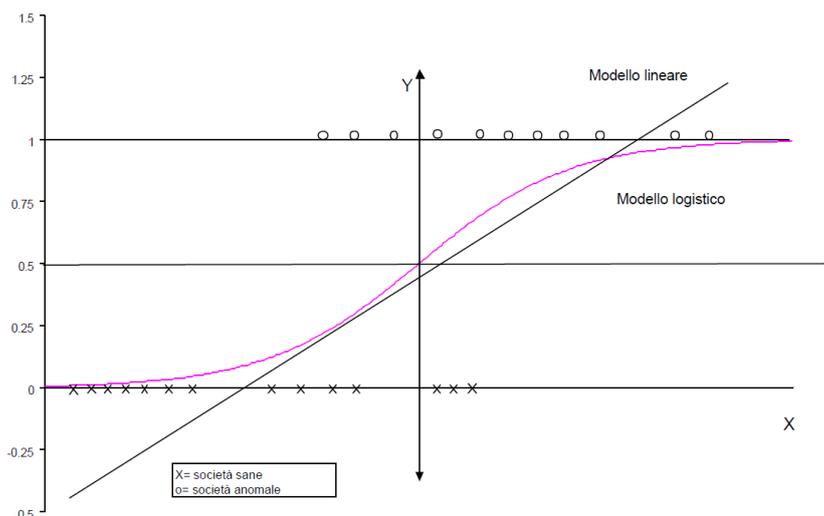
<sup>17</sup> Il metodo di massima verosimiglianza rappresenta un metodo per la ricerca del punto ottimo.

Per esempio, considerando la popolazione bernoulliana descritta dal modello  $f(x;p)=p^x(1-p)^{1-x}$ ,  $x=0,1$

Il metodo consiste nell'assegnare al parametro  $p$  il valore che massimizza la probabilità congiunta del campione osservato. Indicando con  $(x_1,x_2,\dots,x_n)$  il campione osservato, la probabilità congiunta del campione è data da

$$L(p)=(p^{\sum_{i=1}^n x_i})(1-p)^{n - \sum_{i=1}^n x_i}$$

La soluzione del problema di massimo dà come stima la quantità  $\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  che può essere generalizzato  $\hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$



(Fonte: Varetto, 1999)

Tale funzione si ritiene utile trasformarla per P in questo modo:

$$1-P = \exp(-x) / [1 + \exp(-x)] \quad (2.16)$$

In molti studi si è focalizzata l'attenzione su due basilari assunzioni dell'MDA: a) le variabili indipendenti incluse nel modello sono multivariate e normalmente distribuite, b) le matrici di dispersione gruppo( o matrici varianza covarianza) sono ugualmente distribuite sul gruppo fallite/non fallite.

Tali assunzioni vengono spesso violate quando viene applicato ai problemi di predizione di default. Inoltre, nei modelli MDA, i coefficienti standardizzati non possono essere interpretati come la curva di un'equazione di regressione e quindi non indicano l'importanza relativa delle differenti variabili. Considerando questi problemi, Ohlson<sup>18</sup> applicò il modello logit condizionale allo studio della predizione di default. Il beneficio pratico di tale modello risiede nel fatto che non richiede le assunzioni restrittive dell'MDA.

La performance del modello, in termini di accuracy classification, è minore rispetto al MDA. Le ragioni per cui è preferibile il modello logit è che da un punto di vista statistico, sembra quello che stima meglio le caratteristiche dei problemi di predizione di default, dove la variabile dipendente è binaria(default/non default) e con i gruppi di aziende selezionate diventa discreta, non coincidente e identificabile.

<sup>18</sup> Bedin A., Billio M., Costola M., Pellizon L.,  
Securities:  
An Italian Case Study, pp. 1-28.

Si è fatto riferimento anche al modello probit per la predizione di variabili binarie, tuttavia esso prevede un calcolo complicato in quanto si basa sulla distribuzione normale e non c'è un'interpretazione naturale dei suoi parametri di regressione.

### 2.2.1 ASSUNZIONI DEL MODELLO E INTERPRETAZIONE DEI PARAMETRI

Le assunzioni del modello logistico sono intuibili tramite la trasformazione  $\text{Prob}\{Y=1\}$  di rendere un modello che è lineare in  $X\beta$ :

$\text{logit}\{Y = 1|X\} = \text{logit}(P) = \log[P/(1 - P)] = X\beta$ , dove  $P = \text{Prob}\{Y=1|X\}$ . Questo è un modello di regressione nella probabilità logaritmica che  $Y=1$  dove  $\text{logit}(P)$  è una media pesata della somma degli  $X_s$ .

Se tutti gli effetti sono addittivi, il modello assume che per ogni predittore  $X_j$ ,  $\text{logit}\{Y = 1|X\} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_j X_j + \dots + \beta_k X_k = \beta_j X_j + C$  dove se tutti gli altri fattori sono tenuti costanti,  $C$  è una costante data da:

$$C = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_{j-1} X_{j-1} + \beta_{j+1} X_{j+1} + \dots + \beta_k X_k$$

dove  $\beta_j$  rappresenta il cambiamento nella probabilità logaritmica per unità di cambiamento in  $X_j$ ; tale fattore viene rappresentato come un fattore singolo che è lineare e non interagisce con gli altri fattori.

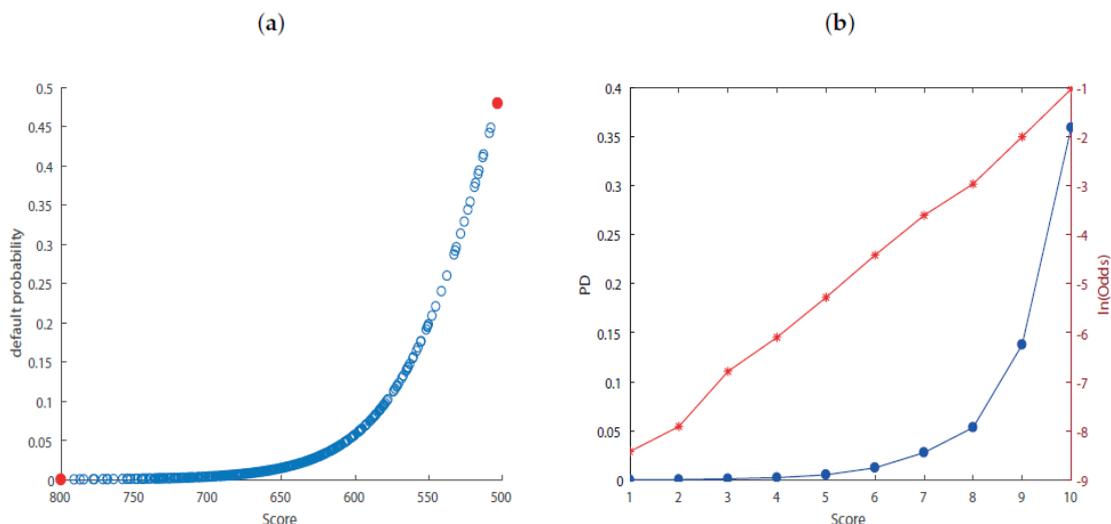
I parametri nel modello di regressione logistica sono poi stimati usando il metodo di massima verosimiglianza dove:

$$P_i = \text{Prob}\{Y_i=1|X_i\} = \frac{1}{1 + \exp(-X_i\beta)}$$

Se consideriamo il LTV, ovvero il rapporto tra la garanzia e il prestito in essere, quando il rapporto tra l'ammontare del prestito in essere e il valore della garanzia aumenta, il tasso di default aumenta e di conseguenza lo score diminuisce.

Dalla figura 7.8 si può vedere la relazione esistente tra score e PD.

FIGURA 7.8 Relazione tra score e PD



(Fonte: Bedin, Billio, Costola e Pellizzon, 2019)

## 2.3 TEST PER LA VALIDAZIONE DEI RISULTATI

Le statistiche di convalida hanno il doppio scopo di misurare:

La potenza predittiva del modello ovvero la capacità di misurare la dipendenza tra le variabili e gli output prodotti

La divergenza dai risultati reali.

Una volta calcolati l'errore di primo tipo, caratterizzato dalla considerazione di un cliente cattivo come buono con conseguenza di costi legati al recupero del credito o la riscossione delle garanzie, e l'errore di secondo tipo, dove un cliente buono viene classificato come cattivo con conseguenza di costi legati alle mancate opportunità.

### 2.3.1 LA CUMULATIVE ACCURACY PROFILE (CAP)

La Cumulative Accuracy Profile, ovvero il profilo di precisione cumulata, rappresenta un metodo raffinato per valutare l'abilità di previsione. Essa dà una rappresentazione grafica dell'abilità di ciascuna misura di rischio di distinguere tra default e non default.

Le curve CAP appartengono alle classi di misure di performance generalmente conosciute come curve doppie, curve di sollevamento o curve di potenza.

Per disegnare le curve CAP le aziende vengono ordinate per score di rischio dalla più rischiosa alla più sicura. Per una data frazione  $x\%$  del numero totale di compagnie ordinate per lo score. Una CAP di primo tipo è costruita dal calcolo della percentuale  $y(x)$  dei default, con lo score di

rischio uguale o minore ad una frazione di  $x$ . Le curve CAP di tipo II sono costruite similmente usando la funzione  $z(x)$  dei non default.

Tecnicamente le curve CAP per gli errori di primo tipo rappresentano la frazione cumulata degli eventi default per differenti percentili della scala di valutazione del rischio e la curva CAP per gli errori di secondo tipo rappresentano il suo complemento.

Un buon modello concentra i default sugli score più rischiosi e così la percentuale dei default identificati aumenta velocemente mentre si sale sul campione ordinato.

Se il modello era non totalmente uniformato ci aspetteremo di trovare una frazione proporzionale di default con ciascun incremento del campione ordinato.

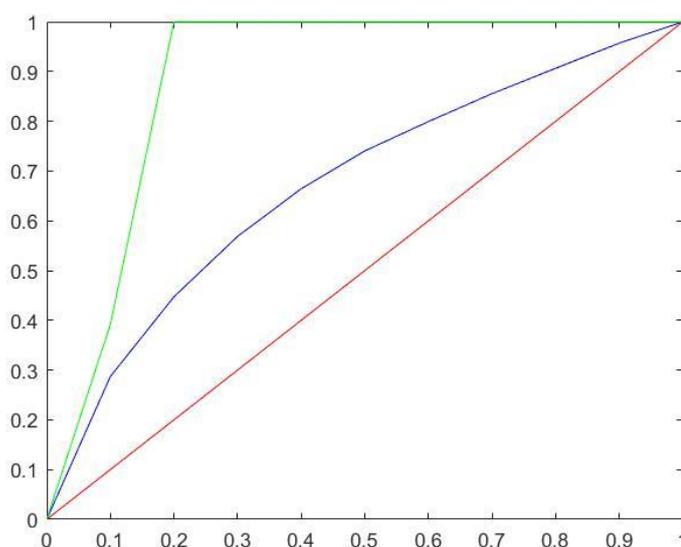
Avremo un  $x\%$  di default sulle prime  $x\%$  osservazioni, generando una linea retta CAP.

Un buon modello concentra i non default al minor rischio. Pertanto, la percentuale di tutti i non default (ovvero la nostra variabile  $z$ ) dovrebbe incrementare lentamente all'inizio.

Una delle principali proprietà della CAP è di rivelare informazioni circa l'accuratezza predittiva del modello su tutti gli score di rischio per un particolare arco temporale.

Nella Figura 7.9 vengono illustrate le curve CAP (ideale, media e casuale).

FIGURA 7.9 LE CURVE CAP DEL MIO MODELLO LOGISTICO



### 2.3.2 ACCURANCY RATIO

Per un modello è conveniente avere un'unica misura predittiva per ciascuna misura di rischio sia per gli errori di Tipo 1 che per quelli di Tipo 2.

Ciò si ottiene comparando le Cap di ciascuna misura di rischio con le CAP ideali e casuali.

$$AR = \frac{1}{1-f} \left( 2 \int_0^1 y(x) dx - 1 \right) = \frac{1}{f} \left( 1 - 2 \int_0^1 z(x) dx \right)$$

$y(x)$  e  $z(x)$  sono gli errori di Tipo 1 e 2 delle Cap curve.

L'AR (Accuracy Ratio) misura la proporzione di default in un campione che può essere identificato per l'incremento dello score di rischio che è stato valutato.

Per ridurre la sensibilità degli AR per outlier e gli eventi di rara natura di default noi eseguiamo test di sensibilità usando il ricampionamento casuale.

### 2.3.3 ALTRE STATISTICHE DI CONVALIDA

Utilizziamo la curva di Kolmogrov-Smirnov e la curva Receiver Operating Carateristic(ROC) per misurare la capacità predittiva del modello.

Kolmogrov Smirnov(KS): La curva di Kolmogrov Smirvon rappresenta la statistica più largamente usata per misurare la potenza predittiva dei sistemi di rating.

La curva Kolmogrov Smirnov disegna la distribuzione cumulata di non default e default sullo score, mostrando la percentuale di default e non default sotto una data soglia score, identificato come il punto di massima divergenza. Tale valore dovrebbe attestarsi in un range del 20-70%; qualora ciò non avvenga ovvero si pervenga a risultati estremamente inferiori al limite inferiore o superiori, la bontà del modello verrà messa in discussione.

La curva di Kolmogrov-Smirnov per una data funzione di distribuzione cumulata  $F(X)$  è:

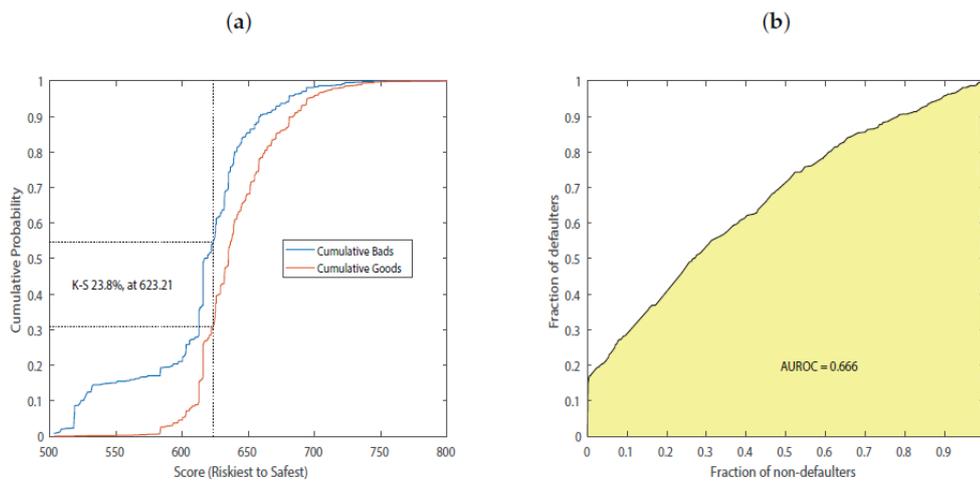
$$Dn = \sup_x |Fn(x) - F(x)|$$

Dove sup rappresenta l'estremo superiore dell'insieme delle distanze, ovvero la differenza massima tra la funzione di distribuzione empirica  $F_n(x)$  e la funzione di ripartizione teorica (ipotizzata come vera).

Curva Lorenz e coefficiente di Gini: Nel credit scoring la curva di Lorenz è usata per analizzare l'abilità del modello di distinguere tra "buoni"(non default) e "cattivi"(default) mostrando la percentuale cumulata di default e non default nelle assi del grafico.

Quando un modello non ha capacità predittiva, c'è perfetta uguaglianza tra buoni e cattivi. Il coefficiente di Gini è derivato dalla curva di Lorenz e calcola l'area tra la curva e la diagonale nella curva di Lorenz.

FIGURA 7.9 Rappresentazione grafica della curva di Kolmogrov Smirnov e curva ROC



La figura a illustra la curva Kolmogrov Smirnov per un esempio di crediti cartolarizzati alla prima data limite. In tale esempio la statistica KS associata allo score di 623.21 è 23.8%.

La figura b mostra la curva ROC e il valore AUROC per la prima data del report.

Il coefficiente di Gini è rappresentato dalla seguente formula:

$$D = 1 - \sum_{i=1}^n ((cpY_i - cpY_{i-1})(cpX_i + cpX_{i-1}))$$

dove cpY è la percentuale cumulata di default e cpX è la percentuale cumulata di non default.

Il risultato è un coefficiente che misura la separazione tra la curva e la diagonale. Il Coefficiente di Gini è una statistica usata per capire quanto bene il modello è capace di distinguere tra "bene" e "male".

Questa misura ha le seguenti limitazioni: può essere incrementata dall'accrescimento del range di indeterminati, quali, chi è né "buono" né "cattivo" ed è sensibile alla definizione delle categorie delle variabili sia in termini di numeri che di tipi.

### 2.3.4 RECEIVER OPERATING CHARACTERISTIC(ROC):

Tale indicatore è una delle misure più note in letteratura insieme al suo indice di riepilogo, noto come area sotto la curva ROC(AUROC).

La curva ROC è creata mediante il confronto tra il vero positivo(TPR) sul falso positivo(FPR) a vari scenari di soglia. Quindi risulta come:

$$X=\Pr[S_{Fp}<_{S}Cut\ off]$$

$$Y=\Pr[S_{Tp}<_{S}Cut\ off]$$

La curva è concava quando la relazione  $\pi_{+}/\pi_{-}$  ha una relazione con l'elemento che viene studiato.

Quando la curva va sotto la diagonale, il modello sta facendo un errore nella predizione sia per falsi positivi che per falsi negativi. Solo un cambiamento del segno può correggerlo.

Un indice importante che rappresenta l'area sotto la curva ROC(AUROC), di direzione opposta della curva può essere rappresentata dalla seguente formula :

$$AUROC\ cP,N=\Pr[S_{Tp}<S_{TN}]+0.5\ \Pr[S_{Tp}=S_{TN}]$$

Una volta testata l'abilità predittiva del modello, è possibile calcolare la probabilità di default per classi di controparti.

## CAPITOLO 3 I MODELLI MULTICRITERIALI

### 3.1 INTRODUZIONE AGLI APPROCCI MULTICRITERIALI

“La metodologia MCDA (Multi Criteria Decision Aid/Analysis) è una procedura di comparazione a criteri multipli che ha come scopo quello di aiutare gli agenti economici nel decision-making” (Corazza, 2019).

Questi approcci multicriteriali<sup>19</sup> rappresentano un'evoluzione importante rispetto ai criteri monocriteriali. Nel contesto di scelta gli approcci monocriteriali possono:

- portare a considerare negligenemente certi aspetti della realtà favorendo decisioni distorte,
- creare incoerenza nei criteri di scelta decisionale,
- proporre come obiettivo quello che in realtà è un sistema di valori.

Al contrario, un approccio multicriteriale contribuisce ad evitare alcuni pericoli tra cui:

- delimitare un ampio raggio di punti di vista per strutturare il processo di decisione nei confronti degli attori coinvolti;
- costruire una famiglia di criteri nel quale preservare, per ciascuno di essi, preservare il significato originale delle valutazioni corrispondenti senza alcuna conversione fittizia;
- facilitare una decisione attraverso l'introduzione di pesi dei criteri, di soglie di veto (ovvero soglie che qualora vengano superate operano una penalizzazione sul criterio in oggetto), di livello di accettazione, di livello di rifiuto. Questa facilitazione potrebbe essere d'aiuto nel prendere decisioni ponderate.

Ricordiamo che un criterio  $g$  è uno strumento costruito per valutare e comparare potenziali azioni in accordo con un punto di vista che deve essere ben definito. Questa valutazione potrebbe tenere conto, per ciascuna azione  $a$ , di tutti gli effetti pertinenti o degli attributi associati ad un punto di vista considerato. Denotiamo con  $g_j(a_i)$  e con  $g_j(a_k)$  rispettivamente la performance dell'alternativa  $a_i$  in riferimento al criterio  $j$  e la performance dell'alternativa  $a_k$  in riferimento al medesimo criterio; avremo:

$g_j(a_i) > g_j(a_k) \iff a_i > a_k$       $a_i$  è preferita ad  $a_k$  in riferimento a  $j$ ;

$g_j(a_i) = g_j(a_k) \iff a_i \approx a_k$       $a_i$  è indifferente ad  $a_k$  in riferimento a  $j$ ;

Frequentemente  $g(a)$  è un numero reale, ma è necessario definire esplicitamente il set  $X_g$  di tutte le possibili alternative che questo criterio può avere. Per permettere le comparazioni, dovrebbe essere possibile definire un ordine completo  $<_g$  su  $X_g$ : ( $<_g, X_g$ ) chiamato scala del criterio  $g$ .

I modelli multicriteriali sono però viziati da 3 tipi di problemi:

- i problemi di scelta: le alternative migliori vengono scelte su un numero piccolo di "buone" azioni in modo che una singola alternativa potrebbe essere scelta, la selezione sarà tra le azioni e comporta l'eliminazione di un gran numero di esse. Il sottoinsieme di

---

<sup>19</sup> Le nozioni riportate per gli approcci multicriteriali sono state estratte da:

- Figueira J., Greco S., Ehrgott M., Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys. Boston, MA, Springer Book Archive. 2002
- Corazza M., MCDA e Murame, pp. 21-40. 2019

- azioni selezionate conterranno tutte le azioni soddisfacenti (non esiste un'alternativa migliore in assoluto ma ce ne sarà una che soddisfa il maggior numero di requisiti);
- il problema di ordinamento: consiste nel problema di dare un ordinamento alle diverse alternative sulla base di caratteristiche scelte;
  - il problema di classificazione: il metodo multicriteriale prevede la costruzione di un preordinamento parziale su  $A$ , ovvero un insieme di azioni potenziali, che può essere considerato come uno strumento appropriato per confrontare coppie di azioni. Questo preordinamento è il risultato di una procedura di classificazione che ci permette di mettere insieme le classi di azioni, alcune possono essere considerate come indifferenti e il problema consiste nella classificazione di queste classi (in quanto alcune di esse potrebbero rimanere non comparabili).

Gli MCDA si propongono di effettuare una valutazione comparata di progetti alternativi prendendo in considerazione più criteri di riferimento, sia di tipo qualitativo che quantitativo, allo scopo di ridurre la complessità in cui il decision maker (DM) è coinvolto.

I modelli multifattoriali vengono raggruppati in 3 grandi categorie:

1. Outranking relation theory
2. Multiple attribute utility theory
3. Interactive models

1. I metodi di outranking, della scuola francese, nascono alla fine degli anni '60. Essi prevedono la costruzione di una relazione di superiorità (relazione di outranking), che rappresenta la preferenza del decisore. Tali metodi usano una relazione di ordinamento binario,  $S$ , definito su un insieme di alternative, nel quale il significato è "almeno tanto buono come". Consideriamo due azioni  $a$  e  $b$ , quattro situazioni possono accadere:

- $aSb$  e non  $bSa$  ovvero  $a$  è strettamente preferibile a  $b$
- $bSa$  e non  $aSb$  ovvero  $b$  è strettamente preferibile ad  $a$
- $aSb$  e  $bSa$  ovvero  $a$  è indifferente a  $b$
- Non  $aSb$  e non  $bSa$ ,  $aRb$  ( $a$  e  $b$  non sono comparabili).

La costruzione di un outranking è basata su due concetti principali:

- **Concordanza:** un ordinamento  $aSb$  per essere considerato concordante deve avere la maggioranza dei criteri che si esprimono in favore di tale asserzione “ $a_i$  è almeno tanto buono quanto  $a_k$ ”;
- **Non discordanza:** quando abbiamo nessun criterio di minoranza supporta l’affermazione che  $aSb$  e conseguentemente nessuno dei criteri vanno in senso contrario contro tale affermazione.

Il secondo criterio, MAUT<sup>20</sup>, si rifà alla teoria dell’utilità applicata al caso multidimensionale. Lo scopo di tale tecnica consiste nella rappresentazione e nella successiva modellazione delle alternative in funzione delle preferenze corrispondenti alla funzione di utilità.

Il terzo criterio, Interactive Methods, che è un gruppo di recente formazione, è fatto di un insieme di momenti di calcolo e momenti di dialogo. Le fasi di dialogo permettono al ricercatore di aggiungere ulteriori informazioni o di modificare le sue preferenze variabili nel tempo, così da ottenere di volta in volta la soluzione migliore.

Nella nostra trattazione questi due ultimi criteri (MAUT e Interactive Methods) non saranno trattati ma ci focalizzeremo sulla macro-classe degli outranking. In particolare, presenteremo le due classi di outranking di maggior rilievo, ovvero i modelli Electre e Promethee.

### **3.2 IL METODO ELECTRE (ELEMNAZIONE E SCELTA DEI CRITERI CHE ESPRIMONO LA REALTA’)**

L’ ELECTRE è l’acronimo francese di Elimation Et Choix Traduisant la Realité, ovvero “Eliminazione e scelta che esprime la realtà”. In questi modelli il decision maker viene identificato come un soggetto irrazionale e incapace di prendere decisioni. L’idea fondante di questi approcci è che i soli assiomi matematici non sono in grado di descrivere una realtà complessa come quella del processo decisionale caratterizzato da molte contraddizioni per cui i modelli Electre aiutano il decision maker riguardo a 3 problematiche: scelte, classificazione e ordinamento.

L’Electre 1 fu sviluppato nel 1965 presso la società di consulenza europea Sema su un problema concreto, con criteri reali riguardanti le decisioni relative allo sviluppo di nuove

---

- <sup>20</sup> Figueira J., Greco S., Ehrgott M., Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys. Boston, MA, Springer Book Archive. 2002

attività nelle aziende. Da allora il metodo si è evoluto e ha dato origine ad una versione non ufficiale, ELECTRE 1v, che ci permette di tenere in considerazione le soglie di veto. Un'ulteriore versione, ELECTRE 1S, appare sequenziale ed era usata per la modellizzazione delle situazioni nelle quali i dati erano imperfetti.

Alla fine degli anni Sessanta nacque una diversa situazione decisionale riguardante la pianificazione dei media, relativa alla definizione di un piano pubblicitario. Ciò ha portato alla nascita dell' ELECTRE II: un metodo nato per affrontare il problema di classificare le azioni dall'opzione migliore alla peggiore. I modelli ELECTRE ci permettono in sostanza di utilizzare le distribuzioni probabilistiche e i criteri di utilità attesa.

Appena pochi anni dopo è stato ideato un nuovo metodo per classificare le azioni: ELECTRE III (Electre three). Le nuove idee principali introdotte da questo metodo sono state l'uso di pseudo-criteri<sup>21</sup> e relazioni casuali binarie di classificazione.

La successiva evoluzione con l'Electre IV (Electre four) affronta i problemi reali, quali la costruzione della rete metropolitana di Parigi, attraverso un sistema di classificazione delle azioni.

Anni dopo, a seguito di studi fatti per facilitare il processo decisionale di una grande società bancaria che si trovava di fronte al problema di accettare o rifiutare i crediti richiesti dalle imprese, fu elaborato un metodo specifico, l'Electre A che fu poi applicato ai 10 settori di attività di interesse.

Il più recente, di cui parleremo diffusamente, è l'Electre Tri, un criterio usato per risolvere i problemi di ordinamento.

I metodi Electre sono rilevanti quando affrontano situazioni decisionali con le seguenti caratteristiche:

1. Il decision maker vuole includere nel modello almeno 3 criteri, tuttavia si è notato come per i modelli Electre siano più performanti quando ne includano più di 5 criteri.

---

<sup>21</sup> Uno pseudo-criterio è una funzione  $g_j$ , associata ad un modello con doppia soglia, nel nostro caso una preferenza e una indifferenza che soddisfi queste relazioni:

- $a_i P a_k$  ( $a_i$  fortemente preferita ad  $a_k$ )
- $a_i Q a_k$  ( $a_i$  è debolmente preferita ad  $a_k$ )
- $a_i I a_k$  ( $a_i$  è indifferente ad  $a_k$ )

Al fine di valutare le soglie di questo modello si costruisce una relazione di superiorità  $S$  (outranking relation).

2. Le azioni devono essere valutate (per ciascun criterio) su una scala ordinata o su una scala debole<sup>22</sup> di intervalli. Queste scale non sono adatte per valutare le differenze. Quindi, è artificiale definire il modello in termini di differenza di preferenza dai rapporti tale che  $\frac{gj(a)-gj(b)}{gj(c)-gj(d)}$ , dove a, b, c e d sono quattro azioni differenti.

3. Una forte eterogeneità relativa alla natura delle valutazioni esistenti tra i criteri (quali duration, distorsione (noise), distanza, garanzie....). rende difficile aggregare tutti i criteri in un'unica e comune scala.

4. La compensazione della perdita su un dato criterio con un guadagno su un altro può non essere accettabile per il DM. Pertanto, tali situazioni richiedono l'uso di un'aggregazione non compensativa.

5. Per almeno un criterio dei sopracitati deve essere vero quanto segue: piccole differenze di valutazioni non sono significative in termini di preferenza, quando si accumulano queste differenze possono essere significative. Questo richiede l'introduzione di soglie di discriminazione che portano alla struttura di preferenza (indifferenza e preferenza).

Una volta definita una relazione di outranking vengono definiti due insiemi di parametri che sono l'importanza dei coefficienti e delle soglie di veto. L'importanza dei coefficienti nei modelli Electre viene riferita ai "pesi" intrinseci; questi riflettono l'importanza assegnata a singoli criteri che permettono una valutazione ponderata delle alternative. A tutti gli indicatori vengono attribuiti dei coefficienti o pesi secondo la maggior o minor rilevanza stabilita a priori, in merito alla loro incidenza sull'oggetto di classificazione scelto.

I metodi Electre danno anche una soglia di preferenza per:

- giustificare la preferenza in favore di una delle due azioni,
- essere compatibile con l'indifferenza tra le due azioni,
- essere interpretata come un dubbio tra scegliere per una preferenza o per l'indifferenza tra due azioni.

---

<sup>22</sup> Una scala debole consiste in una scala ordinale dove l'assegnazione di ciascuna azione ad una categoria tra quelle di una famiglia predefinita viene fatta mediante la differenza tra coppie di oggetti distinti della stessa. Per approfondimento si veda: J. Martel and B. Roy. Analyse de la signifiante de diverses procédures d'agrégation multicritère. Annales du LAMSADE 1, Université Paris-Dauphine, 2002.

Inoltre, i metodi Electre prevedono il coefficiente di veto. Ad ogni azienda attribuiamo un valore secondo degli indici predefiniti che hanno un punteggio diverso di valutazione e non possono essere superiori o inferiori a una data soglia. L'indice di veto determina il declassamento di questa azienda qualora presenti un indice al di sotto o al di sopra della soglia stabilita a seconda se vogliamo massimizzare o minimizzare tale indice.

Un metodo particolarmente applicato nei problemi di scelta è l'ELECTRE TRE.

### 3.3 IL METODO ELECTRE III

Il metodo ELECTRE III fu disegnato per migliorare l'ELECTRE II<sup>23</sup> e quindi affrontare il problema di dati non accurati, incerti o imprecisi. Il proposito fu concretamente raggiunto e l'ELECTRE III fu applicato con successo durante gli ultimi due decenni su un vasto range di casi di vita reale.

La novità di questo metodo è l'introduzione di pseudo-criteri al posto di veri criteri.

Nell'ELECTRE III la relazione di outranking può essere interpretata come una relazione fuzzy<sup>24</sup>. La costruzione di questa relazione richiede la definizione di un indice di credibilità, caratterizzata dall'affermazione "a è superiore a b", "aSb", mettendo  $p(aSb)$ . Esso è definito dall'uso sia da un indice di concordanza,  $c(aSb)$ , e sia da un indice di discordanza per ciascun criterio  $g_j$  in  $F$ , che è,  $d_j(aSb)$ .

La discordanza di un criterio  $g_j$  volto a prendere nel conteggio il fatto che questo criterio sia più o meno discordante con l'affermazione aSb. L'indice di discordanza ricerca il suo massimo valore quando criterio  $g_j$  mette il suo veto sulla relazione di outranking; esso è minimo quando il criterio  $g_j$  è non discordante con questa relazione. Per definire il valore

---

<sup>23</sup> ELECTRE II utilizza veri-criteri, quelli, cioè, in cui qualunque scarto di valutazione indica una preferenza in senso stretto. Le scale possono essere cardinali o ordinali.

Il surclassamento impiegato in questo metodo è definito (certo); ciò implica che la funzione caratteristica associata  $\delta(a, a')$ , definita su  $A \times A$ , assuma valori nell'insieme  $\{0, 1\}$ :

$a S a' \Leftrightarrow \delta(a, a') = 1$  (Surclassamento certo)

$a S/a' \Leftrightarrow \delta(a, a') = 0$  (Non-surclassamento certo).

Il risultato della modellizzazione del surclassamento viene rappresentato mediante un grafo in cui i nodi sono le azioni confrontate e gli archi orientati esprimono le relazioni tra le coppie di nodi. Nel grafo di surclassamento compaiono gli archi da a ad a' per cui  $\delta(a, a')=1$ .

<sup>24</sup> La relazione fuzzy è una relazione che viene applicata ai problemi reali, essa amplia il concetto della logica booleana in cui si può attribuire un grado di verità diverso da 0 e 1 e compreso tra di loro. Dato un set di alternative con una relazione di preferenze binaria viene definito in questo set un problema generale di decision making che può esser formulato come quello di scelta massima tra alternative non dominate. Una relazione di preferenza fuzzy è ottenuta dove per ogni scelta binaria di alternative  $x, y$  un numero dell'intervallo reale  $[0,1]$  è specificato, indicando un grado di preferenza  $x > y$ .

dell'indice di discordanza sulla zona intermedia, noi semplicemente ammettiamo che questo valore aumenta in proporzione alla differenza  $g_j(b) - g_j(a)$ .

$$d_j(aSb) = \begin{cases} 1 & \text{se } g_j(b) > g_j(a) + v_j(g_j(a)) \\ 0 & \text{se } g_j(b) < g_j(a) + p_j(g_j(a)) \\ \frac{g_j(b) - g_j(a) - p_j(g_j(a))}{v_j(g_j(a)) - p_j(g_j(a))} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

L'indice di credibilità è definito come segue nella formula 3.1,

$$p(aSb) = c(aSb) \prod_{\{j \in J : d_j(aSb) > c(aSb)\}} \frac{1 - d_j(aSb)}{1 - c(aSb)} \quad (3.1)$$

Notare che, quando  $d_j(aSb)=1$  implica che  $p(aSb) = 0$ , dato che  $c(aSb)<1$ .

L'Electre III usa 3 soglie di distinzione per incorporare le incertezze che sono inerenti in molti impatti valutativi.

Per un dato criterio, le tre soglie sono così costruite:

- la soglia di indifferenza,  $q$ , sotto la quale il  $dm$  è indifferente alle due opzioni di valutazione dei progetti;
- la soglia di preferenza,  $p$ , sotto la quale il  $dm$  mostra una preferenza stretta di un'opzione di un progetto su un altro, e
- le soglie di veto,  $v$ , dove una differenza 'discordante' in favore di un'opzione più grande, fanno sì che questo valore sarà richiesto al  $dm$  per negare che ogni possibile relazione di outranking indichi degli altri criteri.

Per avere un'interpretazione più significativa delle soglie dove sia  $q$  che  $p$  sono associate ad un margine di errore/incertezza associata al criterio in questione, e  $v$  è naturalmente posta ad un valore notevolmente grande di  $p$ .

### 3.4 L'ELECTRE TRI

L'Electre Tri è progettato per assegnare un set di azioni, oggetti o cose alle categorie; in tale modello le categorie sono ordinate, in una scala che va dalla peggiore( $C_1$ ) alla migliore( $C_k$ ). Ogni categoria deve essere caratterizzata da un profilo superiore e uno inferiore. Per esempio  $C = \{C_1, \dots, C_h, \dots, C_k\}$  denotano l'insieme di categorie. L'assegnazione di una data azione  $a$  per

una certa categoria  $C_h$  risulta dalla comparazione del profilo del limite superiore e quello inferiore di una data categoria; definiamo  $b_h$  come il limite superiore per la categoria  $C_h$  e come il limite inferiore per la categoria  $C_{h+1}$  per tutte le  $h=1\dots k$ . Per ogni categoria limite,  $b_h$ , si individua un'indice di credibilità tale che sia  $aSb_h$  e  $b_hSa$ . Questo indice di credibilità è assegnato come nell' Electre III.

Dopo aver determinato l'indice di credibilità, si introduce  $\lambda$  ovvero un livello di soglia sulla relazione fuzzy in modo da ottenere una relazione di outranking. Questo livello può essere definito come il grado di significatività per la nostra affermazione  $aSb_h$ .

Con  $\succ$  si denota la preferenza, con  $I$  si indica la relazione di indifferenza e con  $R$  si denota la relazione di incomparabilità binaria.

L'azione  $a$  e il profilo  $b_h$  si potrebbe esprimere anche nei seguenti modi:

- $a I b_h$  se  $aSb_h$  e  $b_hSa$
- $a \succ b_h$  se  $aSb_h$  e non  $b_hSa$
- $b_h \succ a$  se  $aSb_h$  e  $b_hSa$
- $aRb_h$  se non  $aSb_h$  e non  $b_hSa$

Tale relazione binaria ha come scopo l'assegnazione di una alternativa di preferenza. Questa può essere espressa secondo due logiche:

1. il connettivo logico, nel quale un'azione può essere assegnata alla categoria quando la sua valutazione per ogni criterio è almeno tanto buona quanto il limite inferiore definito nei criteri per essere in questa categoria. L'azione è quindi assegnata alla più alta categoria che persegue questa condizione.
2. la logica disgiuntiva, nella quale un'azione può essere assegnata alla categoria, se essa ha, al massimo un criterio, una valutazione tanto buona quanto il limite definito nei criteri stabiliti per questa categoria. L'azione è quindi assegnata alla più grande categoria che persegue questa condizione.

L'Electre Tri è una generalizzazione delle due regole sottostanti:

- nella regola congiuntiva: sostituisce la logica "almeno un criterio" con la logica "con una maggioranza sufficiente di criteri e in assenza di veto",

- nella regola disgiuntiva: sostituisce la condizione “almeno un criterio” con “una sufficiente minoranza di criteri e in assenza di veto”.

Il limite  $b_h$  è il primo profilo incontrato così che  $b_h \succ a$ , assegnando a alla categoria  $C_h$ .

### 3.5 IL METODO ELECTRE TRI NC<sup>25</sup>

Tale metodo stabilisce che le categorie possano essere definite o caratterizzate da un set di azioni rappresentative. Queste azioni sono definite in un interazione di processo costruttiva tra l’analista e il decision maker.

Definiamo i seguenti elementi che utilizzeremo per il proseguo della nostra trattazione:

$A = \{a_1 \dots a_n\}$  è l’insieme di azioni potenziali,

$G = \{g_1 \dots g_n\}$  è una famiglia coerente di criteri,

$g_j(a_i)$  è la performance di azioni  $a_i$  sul criterio  $g_j$ ,

$C = \{C_1 \dots C_q\}$  è l’insieme di categorie ordinate,

$B = \{B_1 \dots B_q\}$  è l’insieme di profili di caratteristiche o valori di riferimento che definiscono le caratteristiche in  $C$ ,

$B_h = \{b_{h1}, \dots, b_{hn} | B_h\}$  è l’insieme di riferimenti caratterizzati dalla categoria  $C_h$  per  $h=1, \dots, q$ .

Il criterio ELECTRE TRI NC si caratterizza rispetto al criterio precedente ELECTRE TRI per le ultime due fasi, mediante la procedura di assegnazione crescente e decrescente.

Prima di tali due fasi introduciamo la seguente funzione di selezione:

$$\rho(a, B_h) = \min \{ \delta(a, B_h), \delta(B_h, a) \}. \quad (3.2)$$

#### 3.5.1 LA PROCEDURA DI ASSEGNAZIONE DECRESCENTE

Selezionando una credibilità o un livello cut-off  $\lambda \in [0.5-1]$ . Il decremento  $h$  da  $(q+1)$  fino al suo primo valore,  $t$ , così che  $\delta(a, B_t) \geq \lambda$ .

Quindi, procediamo come segue:

1. Per  $t=q$ , selezioniamo  $C_q$  come una possibile categoria da assegnare all’azione  $a$

---

<sup>25</sup> In questo paragrafo le nozioni riportate sono estratte da:  
A multicriteria outranking approach for modelling corporate credit ratings: An application of the ELECTRE TRI-NC method. Doumpos M., Figueira J, pp. 166-180.

2. Per  $0 < t < q$ , se  $\rho(a, B_t) > \rho(a, B_{t+1})$ , quando selezioniamo  $C_t$  come una possibile categoria da assegnare a, altrimenti, selezioniamo  $C_{t+1}$ .
3. Per  $t=0$ , selezioniamo  $C_1$  come una possibile categoria da assegnare a.

### 3.5.2 LA PROCEDURA DI ASSEGNAZIONE CRESCENTE

Selezioniamo un livello di cut-off  $\lambda \in [0.5-1]$ . Incrementando  $h$  da 0 fino al primo valore  $k$ , così che  $\sigma(B_k, a) > \lambda$ .

La procedura è la seguente:

1. Per  $k=1$ , selezioniamo  $C_1$  come una possibile categoria da assegnare all'azione  $a$ .
2. Per  $1 < k < q+1$ , se  $\rho(a, B_k) > \rho(a, B_{k-1})$ , poi selezioniamo  $C_k$  come una possibile categoria da assegnare ad  $a$ ; altrimenti  $C_{k-1}$ .
3. Per  $k=q+1$ , selezionare  $C_q$  come una possibile categoria da assegnare ad  $a$ .

L'assegnazione decrescente e quella crescente devono essere usate congiuntamente. Quindi noi definiamo un intervallo per l'assegnazione di ciascuna azione invece di fornire al decision maker un'unica categoria; per esempio, esse portano a identificare una categoria più e più alta a cui un'azione può essere assegnata in base all'uso congiunto di queste due fasi.

Si consideri ora il seguente problema di massimizzazione:

$$\text{Max } \{f(a) | a \in K\}, \quad (3.3)$$

con  $K$  si intende un insieme di possibili azioni o soluzioni, con  $f: K \mapsto \mathbb{R}^1$  un criterio differenziale di queste azioni,  $K$  viene considerato finito e di piccola misura.

Il problema provoca sulle azioni  $K$  un preordine totale (ovvero una relazione completa e transitiva).

Il problema multicriteriale:

$$\text{Max } \{f_1(a), f_2(a), \dots, f_h(a), \dots, f_k(a) | a \in K\}, \quad (3.4)$$

si esplica così.

Ponendo  $a$  e  $b$  due azioni di  $K$  così che  $f_h(a) \geq f_h(b)$ ,  $\forall h \in \{1, 2, \dots, k\}$ , almeno una delle disuguaglianze sono strette, così che possiamo dire che  $a$  domina  $b$ . Noi di conseguenza otteniamo su  $K$  un ordine parziale chiamato ordine di dominanza.

Se le azioni di  $K$  sono supposte come i nodi di un grafico, l'arco  $(ab)$  può essere considerato se  $a$  domina  $b$ , otteniamo di conseguenza un grafico di dominanza. L'ordine di dominanza è in generale molto povero anche se sono pochi i criteri considerati. Questo accade frequentemente quando l'ordine di dominanza è vuoto.

La relazione di dominanza associata al problema multicriteriale è basata sull'unanimità dei punti di vista ( $\forall h$ ). Di solito questo requisito è così povero per essere usato per la soluzione dei problemi. Inoltre, alcuni autori hanno proposto i metodi di outranking per arricchire la relazione di dominanza. Questo arricchimento è spesso basato sulla maggioranza di principi.

I metodi di outranking prevedono la costruzione di una relazione sulla base dei criteri di concordanza e in accordo con le funzioni di utilità generate per il modello considerato. Ogni metodo di outranking include due fasi:

- la costruzione di una relazione di outranking,
- lo sfruttamento di questa relazione per assistere il decision maker.

Questi metodi sono complicati in quanto richiedono molti parametri, i valori dei quali sono fissati dal decision maker e l'analista. Alcuni di questi hanno un significato economico reale così che i suoi valori possono essere fissati chiaramente. Tuttavia, alcuni elementi (quali la matrice di discordanza e le soglie di discriminazione) giocano un ruolo essenziale nelle procedure e hanno un carattere prettamente tecnico e la loro influenza sui risultati non è sempre chiara.

Vediamo come tali problema possono essere risolti con i metodi Promethee.

### **3.6 I METODI PROMETHEE**

I metodi PROMETHEE<sup>26</sup> prevedono un'estensione della nozione dei criteri. Quest'estensione dei criteri può essere facilmente costruita dal decision-maker dato che essi rappresentano la naturale nozione di intensità di preferenza, e i parametri possono essere fissati.

Vediamo ora i cardini di questi modello:

---

<sup>26</sup> Le nozioni riportate in questo paragrafo sono state estratte da:  
Brans J.P., Vincke Ph., A preference ranking organisation method. Brussels, pp. 647-656. 1985

## 1 Estensione della Nozione dei criteri

La nozione classica dei criteri implica su  $K$  un “  $\{I,P\}$  struttura di preferenza”.

Infatti, se  $f$  è un criterio, noi abbiamo:

$$a P b \quad \text{se} \quad f(a) > f(b)$$

$$a I b \quad \text{se} \quad f(a) = f(b)$$

dove  $P$  e  $I$  rispettivamente denotano la preferenza e l'indifferenza. Così una modellazione di preferenze del decision maker implica che non c'è distinzione nella preferenza stretta, questa è data differenza tra  $f(a)$  e  $f(b)$ . In più la nozione di indifferenza è necessariamente transitiva.

Tuttavia, questa implicazione in generale non è realistica.

Per queste ragioni, alcuni autori, come Roy<sup>27</sup> hanno introdotto le nozioni di quasi criterio e pseudo criterio. I quasi criteri sono definiti per considerare una grande area di indifferenza e gli pseudo criteri per tenere conto un'area di esitazione tra indifferenza e preferenza.

La principale caratteristica dei metodi PROMETHEE è che ciascuna possibile estensione possa essere chiara e facilmente capibile dal decision maker.

## 2 Valutazione di outranking

Nei metodi PROMETHEE, noi consideriamo una relazione; la relazione proposta è meno sensibile alle piccole modifiche e la sua interpretazione è più facile

## 3 Sfruttamento di relazioni di outranking

Noi consideriamo un particolare sfruttamento della valutazione della relazione di outranking, specialmente per il caso nel quale le azioni sono classificate dalla migliore alla peggiore.

Il PROMETHEE 1 assicura un ordinamento parziale delle azioni. Se necessario, un ordinamento completo può esser ottenuto dal PROMETHEE II

### *3.6.1 ESTENSIONE DELLA NOZIONE DI CRITERIO*

L'estensione è basata sull'introduzione di una funzione di preferenza dando la preferenza del decision maker per un'azione  $a$  rispetto a  $b$ . Questa funzione sarà definita separatamente per ogni criterio; il suo valore sarà tra 0 e 1. Più piccola la funzione, maggiore l'indifferenza del decision

---

<sup>27</sup> Roy, Bernard (1968). “ Classement et choix en presence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE)”. La revue d'Informatique et de Recherche Opèrationelle (RIRO): 57-75.

maker; più il nostro criterio sarà vicino a 1 maggiore sarà la preferenza. In caso di preferenza stretta, la funzione di preferenza sarà 1.

Consideriamo un problema multicriteriale, ogni criterio deve essere massimizzato. Ponendo  $f(-)$  come un criterio particolare con  $a$  e  $b$  due azioni particolari di  $K$ , la funzione associata di preferenza  $P(a, b)$  di  $a$  nei confronti di  $b$  sarà definita come segue:

$$P(a, b) = \begin{cases} 0 & \text{se } f(a) < f(b) \\ p[f(a), f(b)] & \text{se } f(a) > f(b) \end{cases}$$

Per casi concreti, sembra ragionevole di scegliere per  $p(\cdot)$  la funzione del seguente tipo:

$$p[f(a), f(b)] = p[f(a) - f(b)] \quad (3.5)$$

dipendente dalla differenza dei valori  $f(a)$  e  $f(b)$ .

Introduciamo i sei tipi di funzione che copriranno molti dei casi delle applicazioni pratiche. Per ciascun criterio, solo un piccolo numero di parametri (massimo 2) deve essere identificato dal decision-maker.

In modo da indicare chiaramente l'area di indifferenza nelle vicinanze di  $f(b)$  noi scriviamo:

$$x = f(a) - f(b) \quad (3.6)$$

e viene rappresentato graficamente la funzione  $H(x)$  così che:

$$H(x) = \begin{cases} P(a, b) & x > 0 \\ P(b, a) & x < 0 \end{cases}$$

#### Tipo 1: Criterio Consueto

In questo caso:

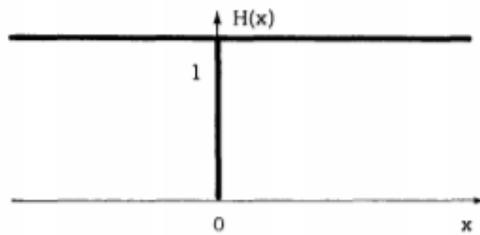
$$p(x) = \begin{cases} 0 & \forall x < 0 \\ 1 & \forall x > 0 \end{cases}$$

Quando  $f(a) = f(b)$  c'è indifferenza tra  $a$  e  $b$ . Il decision maker ha una preferenza stretta per le azioni con valore maggiore non appena si assumano valori diversi.

Quando la funzione di preferenza assume valore pari a 1,  $H(x)$  è descritta dalla figura 3.1.

Questo tipo di funzione dà la possibilità al decisore di usare il criterio nel suo senso usuale quando richiesto.

FIGURA 3.1 RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL CRITERIO CONSUETO



(Fonte: Brans, Vincke, 1985)

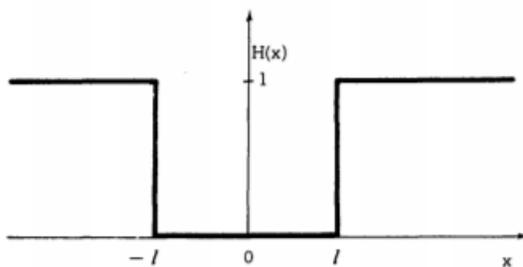
Tipo 2: Quasi-Criterio

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < -l \\ 1 & x > l \end{cases}$$

In questo caso, e per criteri particolari, a e b sono indifferenti nella misura cui la differenza tra  $f(a)$  e  $f(b)$  non eccede  $l$ ; altrimenti la preferenza diventa stretta.

Quando il decisore identifica il criterio  $f(\cdot)$  come appartenente al Tipo II, solo il parametro  $l$  può essere definito.

FIGURA 3.2 RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL QUASI CRITERIO



(Fonte: Brans, Vincke, 1985)

Tipo 3: Criterio con Preferenza Lineare

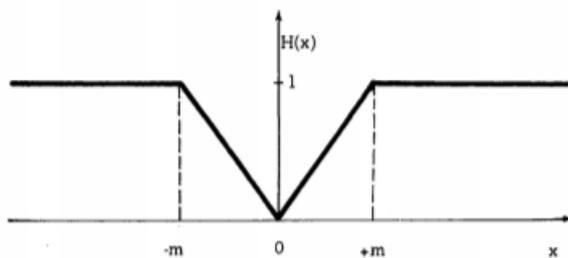
$$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{m} & x < -m \\ 1 & x > -m \end{cases}$$

Tale ampliamento della nozione di criteri permette al decisore di preferire a a b per scarti sempre maggiori tra f(a) e f(b).

L'intensità della preferenza aumenta linearmente fino a che questo scostamento uguaglia m, dopo questo valore la preferenza è stretta. H(x) è data dalla figura

Per il tipo 3 bisogna unicamente definire il valore m dal quale la preferenza stretta è considerata.

FIGURA 3.4 RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL CRITERIO CON PREFERENZA LINEARE



(Fonte: Brans, Vincke, 1985)

Tipo IV Criterio per diversi livelli di preferenza

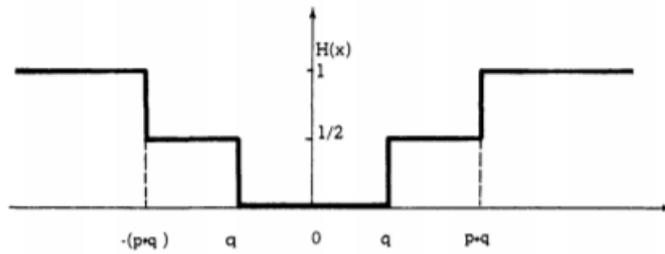
$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < -q \\ \frac{1}{2} & q < x < q + p \\ 1 & x > q + p \end{cases}$$

In questo caso, a e b sono considerati come indifferenti quando la differenza tra f(a) e f(b) non eccede q, tra q e q+p la preferenza è debole (1/2), dopo questo valore la preferenza diventa stretta.

Seguendo questo criterio il decision maker può fissare agevolmente q e p.

I criteri con più di due livelli possono essere considerati per esempio quando alcune norme date sembrano rilevanti.

FIGURA 3.5 RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL CRITERIO PER DIVERSI LIVELLI DI PREFERENZA



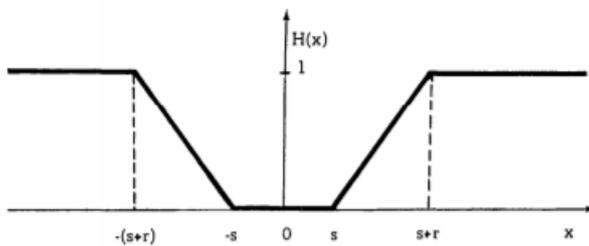
(Fonte: Brans, Vincke, 1985)

Tipo V Criterio con Preferenza Lineare e Area di Indifferenza

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < -s \\ \frac{x-s}{r}, & -s < x < s+r \\ 1, & x > s+r \end{cases}$$

In questo caso a e b sono considerate completamente indifferenti fino a che f(a) e f(b) non eccedono s. Dopo cresce progressivamente fino a eguagliare s+r.

FIGURA 3.6 RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL MODELLO CON PREFERENZA LINEARE E AREA DI INDIFFERENZA



(Fonte: Brans, Vincke, 1985)

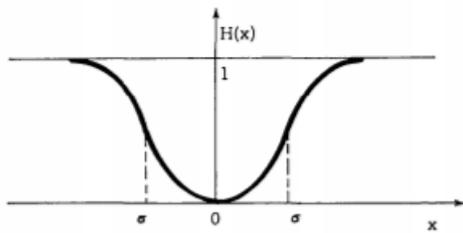
Tipo VI Criterio Gaussiano

$$p(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, & x > 0 \end{cases}$$

Se un criterio particolare è di tipo gaussiano, la preferenza del decisore aumenterà con la differenza  $x$ . Mentre per il valore di  $\sigma$  può essere fissato in accordo con la distribuzione normale.

Troveremo  $H(x)$  simmetrico rispetto a 0.

FIGURA 3.7 RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL MODELLO CON UN CRITERIO DI TIPO GAUSSIANO



(Fonte: Brans, Vincke 1985)

Il valore del grafico di outranking stimato sarà dato da:

a) Indice di preferenza

Per ciascuna coppia di azioni  $a, b \in K$ , prima definiamo un indice di preferenza per  $a$  nei confronti di  $b$  per tutti i criteri. A titolo esemplificativo si pensa che ogni criterio venga raggruppato in uno dei sei criteri rappresentati precedentemente. In tal modo la funzione di preferenza  $Ph(a,b)$  deve essere definita per ogni  $h=1,2,\dots,k$ . Sia:

$$\pi(a, b) = \frac{1}{k} \sum_{h=1}^k Ph(a, b)$$

Identificato come indice di preferenza.

Questo indice dà una misura di preferenza di  $a$  su  $b$  per tutti i criteri: più è vicino a 1, maggiore sarà la preferenza.

b) Grafico Outranking stimato

Il grafico, i cui nodi sono le azioni di  $K$ , così che per tutti gli  $a, b \in K$  l'arco  $(ab)$  ha il valore  $\pi(a, b)$ .

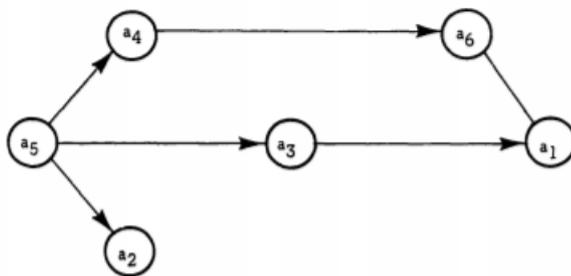
Il grafico della dominanza è stato notevolmente migliorato, non traducendosi in un appesantimento della funzione di utilità, corrispondenti semplicemente al fatto che gli archi sono valutati.

D'altra parte, se  $a$  domina  $b$ ,  $\pi(a, b) = 0$ , ma  $\pi(a, b)$  non è necessariamente uguale a 1 perché  $a$  può essere migliore di  $b$  per ogni criterio senza che la preferenza sia stretta.

Una volta ottenuto il grafico outranking, lo si usa per costruire un preordine totale su  $K$ , o se ciò non fosse possibile a causa di mancanza di dati, un preordine parziale.

Il problema nel nostro caso è rappresentato dal selezionare le azioni migliori in  $k$ , in quanto non c'è un'azione ottima in un problema multicriteriale, quindi sarà necessario determinare un gruppo di buone azioni in  $k$ . A tal fine passeremo in rassegna i due modelli principali del PROMETHEE che ci permettono di risolvere tale problematica.

FIGURA 3.8 RAPPRESENTAZIONE PROMETHEE MEDIANTE I NODI K



(Fonte: Brans, Vincke 1985)

### 3.6.2 IL PROMETHEE I

Tale modello si caratterizza per un ordinamento delle azioni mediante un preordinamento parziale.

Consideriamo il grafico di outranking stimato, e definiamo, per ogni nodo  $a$ , i flussi in uscita:

$$\Phi^+(a) = \sum_{x \in K} \pi(a, x)$$

e i seguenti flussi in entrata:

$$\Phi^-(a) = \sum_{x \in K} \pi(x, a)$$

Più grandi saranno i flussi in uscita, più  $a$  domina le azioni di  $k$ . Conseguentemente, minore sarà il flusso in entrata, meno  $a$  sarà dominata.

Definiamo i due preordini totali  $(P^+, I^+)$  e  $(P^-, I^-)$  così che:

$$a P^+ b \text{ se } \Phi^+(a) > \Phi^+(b)$$

$$a P^- b \text{ se } \Phi^-(a) < \Phi^-(b)$$

$$a I^+ b \text{ se } \Phi^+(a) = \Phi^+(b)$$

$$a I^- b \text{ se } \Phi^-(a) = \Phi^-(b)$$

Si ottengono dei preordini parziali dalla considerazione delle sue intersezioni:

- a supera b,
- a è indifferente a b
- a e b sono incomparabili.

Questo è il PROMETHEE 1, il quale offre al decision maker in un grafico dove alcune azioni sono comparabili, mentre altre no

### 3.6.3 IL PROMETHEE 2

Questo modello è caratterizzato dall'ordinare le azioni con un preordine totale. In tale modello si suppone un preordine totale (classificazione completa senza azioni incomparabili) richiesta dal decision maker.

Si consideri, per ogni azione  $a \in K$ , il flusso netto:

$$\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a)$$

il quale può essere usato agevolmente per l'ordinamento delle azioni

Tutte le azioni di  $K$  ora sono completamente classificate ma questa relazione è povera di informazione e meno realistica a causa dell'effetto di bilanciamento tra flussi in entrata e uscita.

## 3.7 IL MURAME

Il MURAME<sup>28</sup>, acronimo di Multicriteria Ranking Method è una procedura di comparazione a criteri multipli che ha come scopo principale quello di aiutare i soggetti economici a

---

<sup>28</sup> Le nozioni riportate in questo paragrafo sono state estratte da:

- Corazza M., Funari S., Gusso R., Creditworthiness and scoring analysis of the Italian Smes using multiple informative sources during the financial crisis, pp. 57-63. 2012

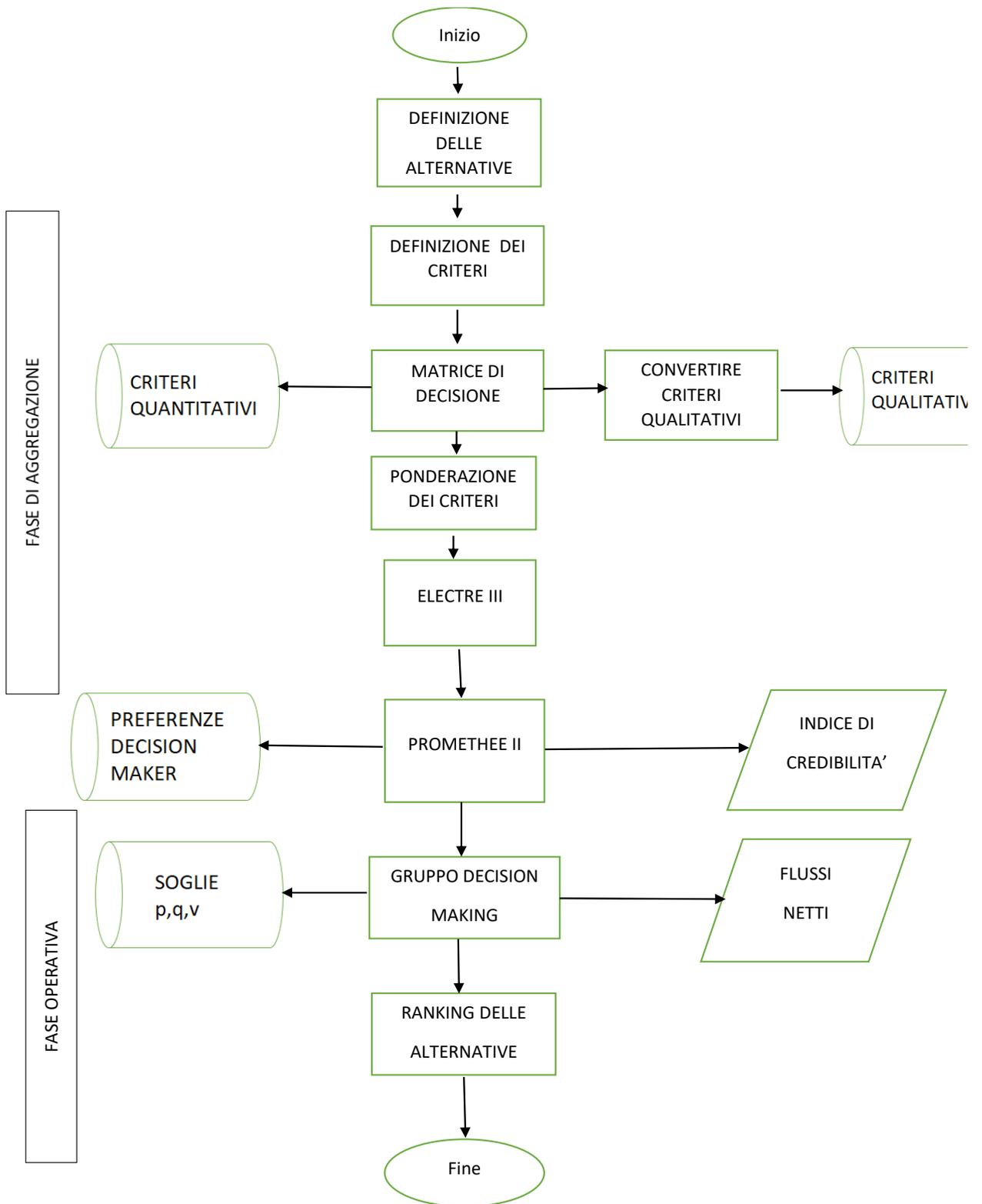
- Corazza M., Funari S., Siviero F., A MURAME-based technology for bank decision support in creditworthiness assessment, pp. 8-14. 2014

- Corazza M., MCDA e MURAME, pp. 21-40. 2019

intraprendere decisioni cruciali. Fu proposto da tre studiosi dell'MCDA, Yorgos Goltsis, Dimitri Th. Askounis e John Psarass. Tale metodologia fu implementata intorno ai primi anni '60 per sviluppare nuovi approcci valutativi e per far fronte ai nuovi problemi valutativi che colpivano numerose sfere della vita.

Il MURAME permette la creazione di un ranking delle alternative dalla migliore alla peggiore. Al fine della nostra trattazione, utilizziamo questo metodo perché ci fornirà una classificazione del merito di credito delle aziende manifatturiere PMI.

Esso rappresenta una fusione dei due criteri presentati precedentemente ovvero l'Electre 3 e il Promethee 2.



(Fonte: Balali, Zahaire ,Roobahani, 2014)

Il MURAME si basa su due fasi:

- Costruzione di un indice di credibilità/superiorità;
- Ordinamento delle azioni alternative.

La costruzione dell'indice di credibilità/superiorità si basa su :

- analisi di concordanza;
- analisi di discordanza;
- aggregazione dei risultati.

Si costruiscono coppie di alternative e si valutano per ognuna di queste  $m(m-1)n$  criteri, dove  $m$  rappresenta l'indice e  $n$  rappresenta il numero di criteri

La concordanza locale va fatta per ogni indice e per ogni criterio, si chiama concordanza in quanto si vuole capire quanto un indice sia concorde per ognuno dei criteri. Quando la concordanza è 1, significa che questi due soggetti sono sostanzialmente simili, viceversa se si ha concordanza uguale a 0.

Si pesa ogni criterio con il peso che il decision maker vuole dargli e vengono sommati tutti; questo valore assumerà il nome di concordanza globale ed esprime la somma pesata di tutte le concordanze di ogni criterio per ogni coppia, in questo modo si elimina l'impatto di  $n$ , e quindi si avranno  $m(m-1)$  confronti.

Si procede poi con l'analisi di discordanza, la discordanza è l'opposto rispetto alla concordanza: data la minoranza dei criteri, che in questo caso non supportano la proposizione «l'azione/alternativa  $i$ -esima è almeno tanto buona quanto l'azione/alternativa  $k$ -esima» nessuno dei criteri dev'essere fortemente contro la proposizione medesima. Il processo di calcolo segue lo stesso metodo della concordanza: prima si calcola discordanza locale e poi si calcola concordanza globale facendo lo stesso numero di confronti fatti per la concordanza.

Infine, si procede all'aggregazione dei risultati, in questa fase si aggregano i risultati derivanti dalle analisi di concordanza e discordanza. Quindi si procede calcolando il saldo tra «forza» globale (concordanza globale) e «debolezza» globale (discordanza globale) di ogni azione alternativa. Chiaramente un'azione/alternativa sarà superiore ad un'altra quando il «saldo» ottenuto sarà maggiore.

## CAPITOLO 4 UN'ANALISI EMPIRICA

In questo studio si prendono in considerazione le piccole e medie imprese manifatturiere italiane, che costituiscono approssimativamente il 90% di tutte le aziende e impiegano circa il 70% di tutta la forza lavoro.

Le PMI sono riconosciute per essere capaci di reagire rapidamente e di trovare soluzioni creative di fronte a situazioni di crisi e ai problemi di competitività, sociale e culturale e anche in tema di innovazione tecnologica. Le PMI sono in grado di fornire prodotti e servizi per i diversi segmenti di mercato che non sono forniti dalle grandi imprese.

La forza di queste imprese è il loro carattere “personale” in tutti gli aspetti della struttura aziendale di base, quindi la proprietà, la gestione e i sistemi operativi. Tutto questo si traduce in flessibilità, velocità e possono velocizzare la presa di decisione dell'azienda.

Il problema è che le PMI a carattere altamente imprenditoriale, solitamente sono altamente specializzate sul settore ma non hanno competenze riguardo agli aspetti collegati alla loro produzione, quali la gestione aziendale, quale il marketing, i sistemi di contabilità e il finanziamento.

Mi sono trovato ad analizzare società sottocapitalizzate nel quale l'accesso al credito a medio e a lungo termine diventa problematico. Di conseguenza le PMI si trovano spesso dipendenti dai prestiti a breve termine. Questi prestiti dovrebbero soddisfare esigenze temporanee ma spesso le PMI ritengono di dover fare affidamento su di essi per impegni finanziari di durata molto più lunga.

Per tali caratteristiche le PMI sono di notevole interesse, in quanto pochissimi studi si sono concentrati su modelli di previsione predefiniti appositamente. Il nostro studio mira a sviluppare e testare modelli di previsione di default per le PMI sulla base di un insieme adeguatamente selezionato di rapporti economico-finanziari. Per farlo, utilizziamo l'analisi discriminante e analisi di regressione logistica come modelli classici mentre come modello innovativo abbiamo utilizzato il Murame, ovvero un metodo sviluppato recentemente attraverso la combinazione di due metodi criteriali l'Electre 3 e il Promethee 2.

La popolazione di ricerca è stata fatta sulla banca dati AIDA per le imprese manifatturiere con un fatturato inferiore a 50 milioni di euro.

Riportiamo nella tabella 4.1 le 9 categorie afferenti al settore manifatturiero.

TABELLA 4.1- CATEGORIE AFFERENTI AL SETTORE MANUFATTURIERO

<b>CATEGORIE</b>	<b>SETTORI</b>
1	CIBO E BEVANDE
2	TESSILE E VESTITI
3	CONCIARIO, PRODOTTI IN PELLE
4	PRODOTTI IN LEGNO, PRODUZIONE CARTA
5	PRODOTTI CHIMICI, SINTETICI E FIBRE ARTIFICIALI, PLASTICHE
6	METALLURGIA E PRODUZIONE METALLO
7	MEZZI MECCANICI E UTENSILI
8	ELETTRICO, ELETTRONICO
9	ALTRE AZIENDE MANUFATTURIERE

(Fonte: Ciampi, Gordini, 2008)

Il nostro training set, ovvero il campione usato per la modellazione previsionale era composto da 20746 aziende, di cui 5313 aziende in default. Si è preso a riferimento il 2011 in quanto il 2012 era l'anno con più default.

La fase di Training Set è basata sul metodo case-control. Questo metodo confronta due gruppi di società (cases/controls). I "cases" presentano il risultato che deve essere ricercato (insolvenza finanziaria) mentre i "controls" sono le altre aziende che non hanno presentato tale risultato.

I cases sono stati raccolti dalla banca dati mediante un campionamento che ci ha permesso di massimizzare la rappresentatività del campione mediante due criteri di stratificazione:

- Settore di business ( il tipo di settore manifatturiero dell'azienda);
- Grandezza (fatturato minore di 2,6 milioni, da 2,6-50 milioni)

La figura 1 e la figura 2 mostrano il gruppo dei cases (società inadempienti) suddivisi per settore manifatturiero e per fatturato annuo. La percentuale più elevata si riscontra nel settore calzaturiero (0,47% dei casi) e nell'abbigliamento (0,44% dei casi). Il fatturato medio dei "casi" è piuttosto modesto: oltre il 50% delle imprese inadempienti nel 2011 aveva un fatturato inferiore ai 15 milioni di euro.

FIGURA 4.1- Percentuale distribuzione insolventi per categoria di aziende manifatturiere

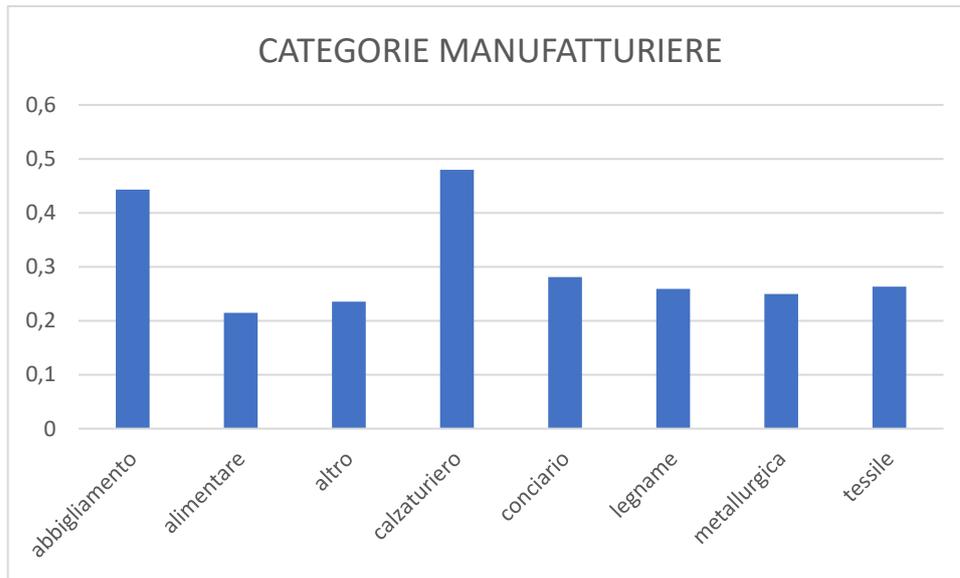
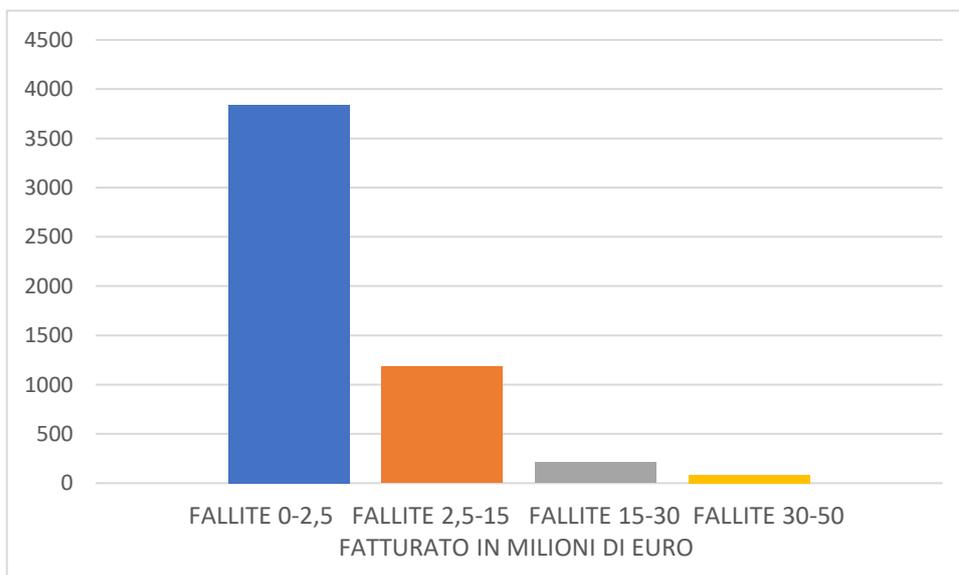


FIGURA 4.2- Aziende insolventi per fatturato



## **4.2 SELEZIONE DELLE VARIABILI**

Per la nostra indagine ho scelto 14 indici finanziari dell'impresa e di questi ne ho selezionati 7 (l'indice di liquidità, l'indice di indipendenza dei terzi, il ROA, l'Acid Test, l'indice di copertura, il ROI e il ROD).

Questi indicatori sono stati scelti sulla base di due criteri di base:

- i) La loro frequenza nella letteratura di ricerca sulla previsione dei default (quali Altman 1968; Altman, Sabato 2007; Corazza, Funari, Gusso 2012)
- ii) La loro capacità di descrivere aspetti essenziali quali: la leva finanziaria, la liquidità, la redditività, la capacità dell'impresa di far fronte alle proprie obbligazioni e la redditività dell'attivo

TABELLA 4.2 I 14 indicatori presi in considerazione

X1	INDICE DI LIQUIDITA' = $\frac{\text{LIQ IMMEDIATE} + \text{LIQ DIFFERITE}}{\text{PASSIVO A BREVE TERMINE}}$
X2	INDIPENDENZA DA TERZI = $\frac{\text{PATRIMONIO NETTO}}{\text{DEBITI}}$
X3	ROA = $\frac{\text{RISULTATO OPERATIVO}}{\text{ATTIVO}}$
X4	ACID TEST = $\frac{\text{ATTIVITA' CORRENTI} - \text{RIMANENZE}}{\text{PASSIVITA' CORRENTI}}$
X5	INDICE DI COPERTURA IMM.NI = $\frac{\text{CAPITALE PERMANENTE}}{\text{IMMOBILIZZAZIONI}}$
X6	ROI = $\frac{\text{RISULTATO OPERATIVO}}{\text{PATRIMONIO NETTO} + \text{DEBITI}}$
X7	ROD = $\frac{\text{ONERI FINANZIARI}}{\text{DEBITI BANCARI}}$
X8	ROE = $\frac{\text{UTILE}}{\text{PATRIMONIO NETTO}}$
X9	$\frac{\text{DEBT}}{\text{EBITDA}}$
X10	$\frac{\text{DEBT}}{\text{EQUITY}}$
X11	RAPPORTO DI INDEBITAMENTO = $\frac{\text{CAPITALE PROPRIO}}{\text{TOT IMMOBILIZZAZIONI}}$
X12	INDICE DI REDDITIVITA' = $\frac{\text{UTILI REINVESTITI}}{\text{TOTALE ATTIVO}}$
X13	TURNOVER = $\frac{\text{RICAVI NETTI}}{\text{TOTALE ATTIVO}}$
X14	ROS = $\frac{\text{RISULTATO OPERATIVO}}{\text{RICAVI VENDITE}}$

Nel seguito di questa trattazione descriverò le variabile utilizzate nei modelli.

X1: parto dal primo indice ovvero l'indice di liquidità, espresso come (liquidità immediate + liquidità differite)/ passivo a breve termine. Questo indice consente di valutare l'attitudine dell'azienda a soddisfare gli impegni di breve periodo attraverso le risorse già liquide o liquidabili. Le liquidità immediate sono rappresentate dai valori di cassa e banca, le liquidità differite, invece, sono rappresentate dai crediti verso clienti. Per questa ragione è uno degli indici

fondamentali per capire se l'azienda riesce a far fronte ai propri impegni finanziari almeno nel breve periodo.

La condizione ottimale per l'azienda si realizza quando questo indice è pari o superiore ad 1. Un indice inferiore ad 1, al contrario, segnala uno stato di insolvibilità.

X5:l'indice di copertura delle immobilizzazioni, dove il capitale permanente viene rapportato con le immobilizzazioni. Il capitale permanente è la somma tra capitale proprio e debiti a medio lungo termine.

L'indice può assumere i seguenti valori:

- Un indice  $> 2$  segnala una situazione ottimale ed un corretto utilizzo delle fonti di finanziamento (tutti gli investimenti a medio/lungo termine: immobilizzazioni sono finanziate con capitale destinato a rimanere vincolato in azienda per periodi medio lunghi: capitale proprio più debiti a lungo);
- un valore superiore a 1,50 indica una situazione equilibrata;
- valori compresi tra 1 e 1,50 indicano una situazione finanziaria da tenere sotto controllo;
- Un indice inferiore a 1 segnala uno squilibrio nella relazione tra investimenti e finanziamenti.

Quest'indice è particolarmente rilevante nelle imprese, come quelle esaminate, che operano nel settore industriale dove gli investimenti nell'attivo immobilizzato, e conseguentemente la loro copertura, rappresenta sicuramente un elemento cruciale per la sopravvivenza dell'impresa stessa e quindi del suo merito creditizio.

X6:il ROI è un indice di bilancio che indica la redditività e l'efficienza economica della gestione caratteristica a prescindere dalle fonti utilizzate: esprime, cioè, quanto rende il capitale investito in quell'azienda. Esso si calcola come rapporto tra reddito operativo su capitale investito netto operativo.

X7:il ROD è il costo capitale di debito, in inglese Return on debt o ROD indica l'onerosità del capitale preso a prestito da terzi esso viene calcolato rapportando gli oneri finanziari sul capitale

di debito. Questo indice evidenzia il costo medio del denaro che l'azienda sostiene per il ricorso a capitale di terzi.

Il ROI e ROD vanno valutati congiuntamente in quanto se il ROI è inferiore al ROD, la remunerazione del capitale di terzi farebbe diminuire il Return on equity (ROE), si avrebbe cioè una leva finanziaria negativa: farsi prestare capitali porterebbe a peggiorare i conti dell'azienda. Viceversa, se il ROI dell'azienda è maggiore del costo del denaro preso a prestito (il debito), farsi prestare denaro e usarlo nell'attività produttiva porterebbe ad aumentare i profitti.

X2:PN/Debito totale questo indice è un indicatore di solidità dello stato patrimoniale dell'azienda. Esso ci permette di osservare se abbiamo una struttura equilibrata in relazione alla composizione delle fonti e degli impieghi.

Per tale indice abbiamo tre soglie: qualora sia inferiore a 0.05 avremo una situazione critica, se è compreso tra 0.05 e 0.10 avremo una situazione solida, con un indice superiore a 0.10 avremo una sostanziale solidità dell'impresa.

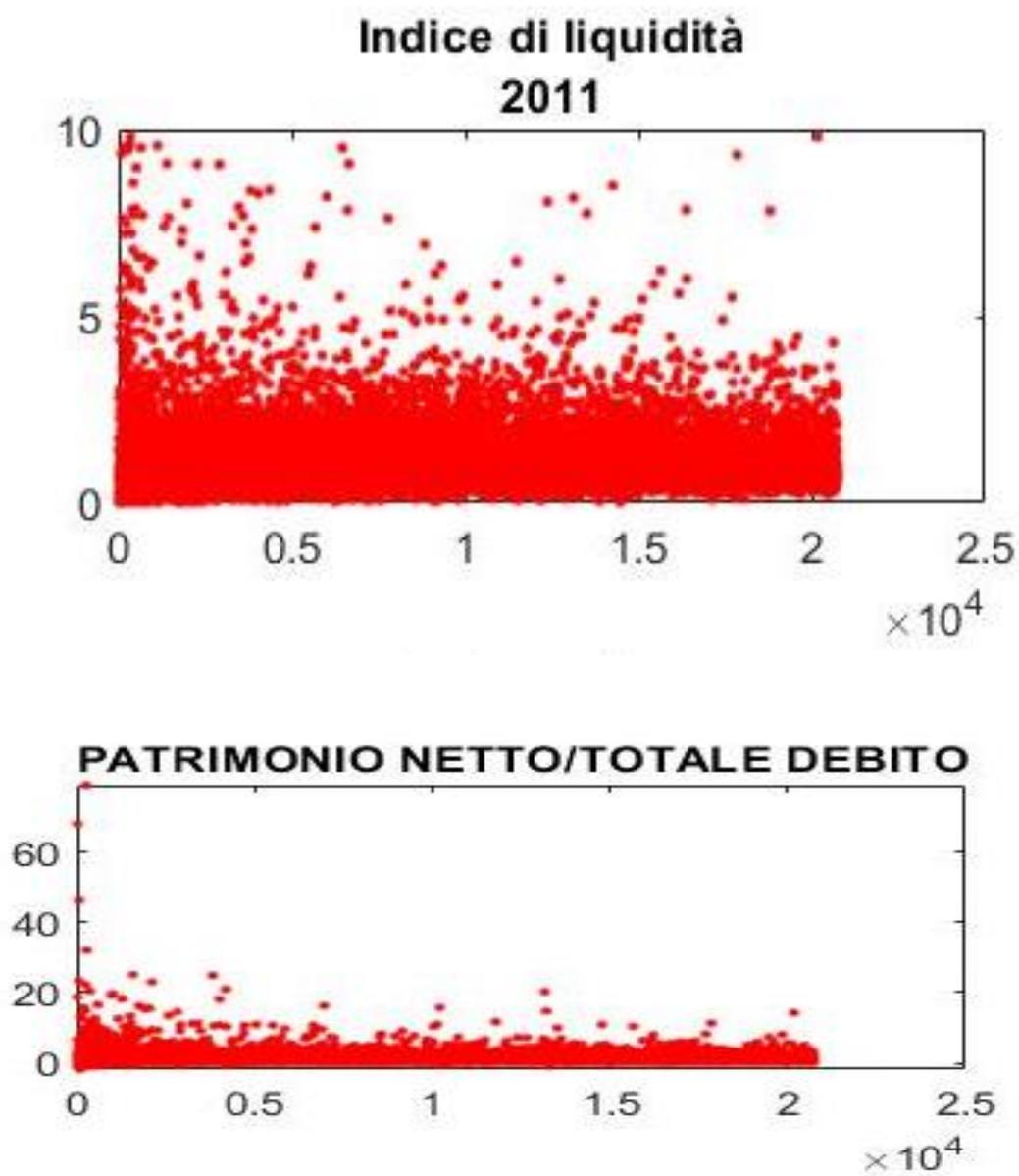
X3:il ROA è l'indice che misura la redditività relativa del capitale investito o dell'attività svolta. Si calcola rapportando il reddito operativo con il totale attivo. Per fornire un giudizio su tale indice si deve confrontarlo con ROE e ROI, e lo si deve confrontare con aziende simili. In particolare, se il ROA è maggiore di zero, conviene aumentare il proprio rapporto di indebitamento, indebitandosi per investire nell'impresa, che ha una redditività operativa positiva

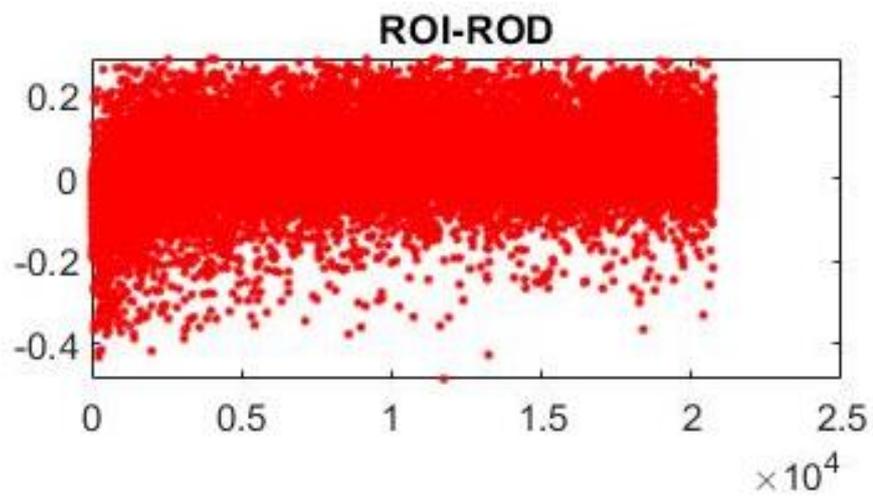
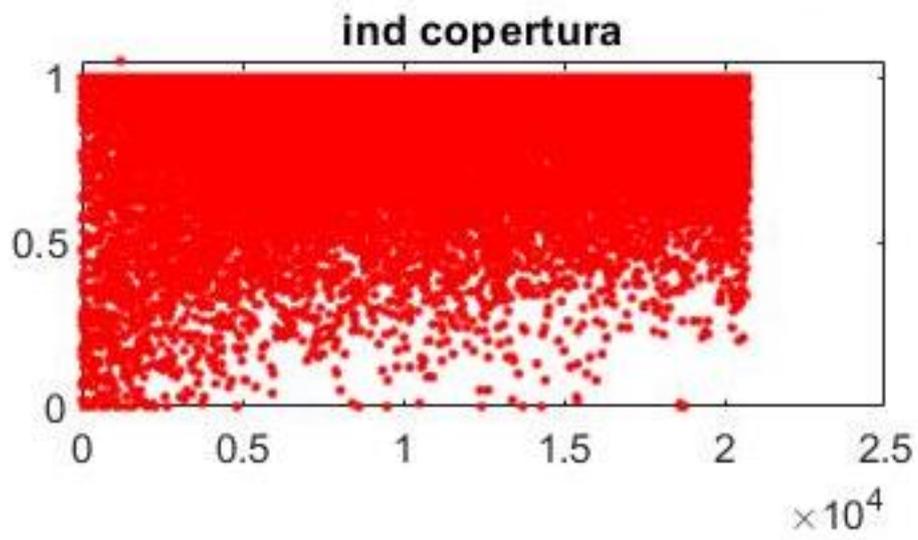
L'acid test rappresenta la capacità dell'impresa di far fronte alle passività correnti. Se l'indice risultante dall'operazione è minore di 1 (soglia di veto) allora l'azienda non dispone di una liquidità sufficiente a onorare i propri debiti correnti. Naturalmente la valutazione dell'indice derivante dall'Acid Test non va mai preso in considerazione in maniera assoluta, ma sempre comparato ad altri fattori. Alcune aziende infatti, come gli esercizi commerciali al dettaglio possono godere di un indicatore di bilancio molto basso, ma questo non significherà necessariamente che l'azienda sia in difficoltà o addirittura in pericolo. Al contrario un'azienda di prodotti tecnologici genera grandi introiti e un acid test può produrre indici pari a 7 o 8.

E' chiaro quindi che l'indice di bilancio può assumere valori differenti a seconda dell'azienda che si sta esaminando. Per avere un'idea più esatta della reale situazione economica dell'azienda si deve paragonare il suo indice di bilancio a quelle di altre aziende dello stesso settore nello stesso momento.

In figura 4 viene rappresentato l'andamento degli indici presi in considerazione per la stima del merito creditizio dell'azienda.

FIGURA 4.1- Andamento degli indici presi in considerazione

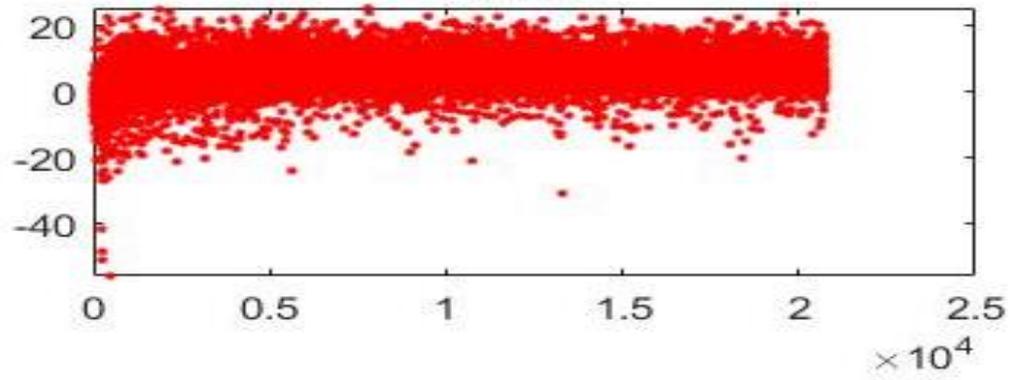




### Redditività del totale attivo (ROA) (%)

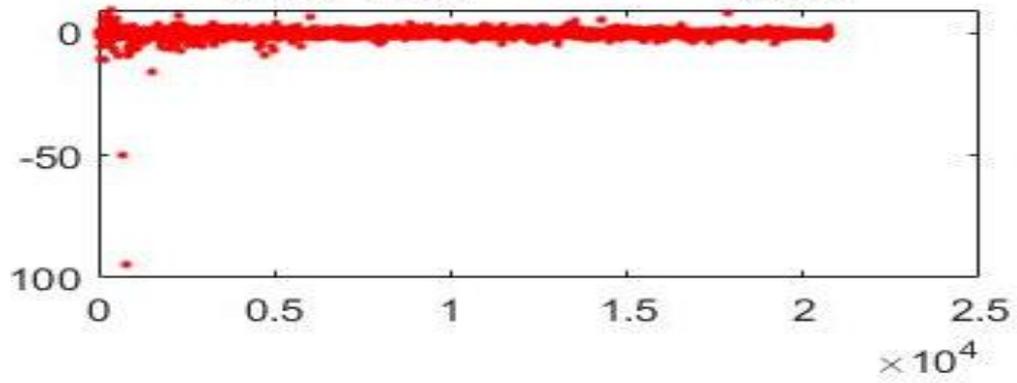
%

2011



### ACID TEST

2011



### 4.3 ANALISI UNIVARIATA

La distribuzione dei valori di ciascun rapporto finanziario è stata un'indicazione iniziale delle relazioni tra i possibili predittori del rischio e lo stato delle PMI (default/non default).

Per quanto riguarda le variabili della leva finanziaria dalla nostra analisi si evince che sia le imprese inadempienti che quelle insolventi hanno un elevato ricorso al debito.

Si evidenziano tre indicazioni fondamentali per la determinazione del default: un ROA quasi doppio per le imprese sane rispetto alle aziende in difficoltà, un ROI quasi doppio rispetto alle imprese in difficoltà e un costo del denaro decisamente migliore per le imprese sane. Un'ulteriore evidenza da porre in evidenza è l'elevata volatilità caratterizzante per aziende in default.

TABELLA 4.1- CONFRONTO TRA AZIENDE SANE E AZIENDE IN DEFAULT

AZIENDE SANE		
<b>Valori</b>		
Media di Indice di liquidità		1,163574807
Dev. standard di Indice di liquidità		0,749983095
Media di ACID TEST	2011	-0,241110554
Dev. standard di ACID TEST	2011	0,69585924
Media di PATRIMONIO NETTO/TOTALE DEBITO		0,864709829
Dev. standard di PATRIMONIO NETTO/TOTALE DEBITO		1,175337279
Media di Redditività del totale attivo (ROA) (%)		5,343274153
Dev. standard di Redditività del totale attivo (ROA) (%)		3,950871542
Media di Redditività di tutto il capitale investito (ROI) (%)		9,311408022
Dev. standard di Redditività di tutto il capitale investito (%)		7,042314938
Media di Costo denaro a prestito (%)		5,224243504
Dev. standard di Costo denaro a prestito (%)		3,425368845
Media di INDICE COPERTURA		0,796287825
Dev. standard di INDICE COPERTURA		0,192234755

AZIENDE IN DEFAULT	
Valori	
Media di Indice di liquidità	0,96115942
Dev. standard di Indice di liquidità	0,8625853
Media di ACID TEST	-0,266196479
Dev. standard di ACID TEST	1,457179006
Media di PATRIMONIO NETTO/TOTALE DEBITO	0,516191608
Dev. standard di PATRIMONIO NETTO/TOTALE DEBITO	2,028003975
Media di Redditività del totale attivo (ROA) (%)	2,349476755
Dev. standard di Redditività del totale attivo (ROA) (%)	5,607863098
Media di Redditività di tutto il capitale investito (ROI) (%)	5,486869942
Dev. standard di Redditività di tutto il capitale investito	10,22491979
Media di Costo denaro a prestito (%)	6,223109354
Dev. standard di Costo denaro a prestito (%)	4,101857284
Media di ind copertura	0,839245248
Dev. standard di ind copertura	0,231942456

TABELLA 4.2 - CATEGORIE DEGLI INDICI SELEZIONATI

VARIABILE SELEZIONATA	CATEGORIA
ACID TEST	LIQUIDITA'
ROA	ATTIVITA'
ROI	REDDITTIVITA'
ROD	REDDITTIVITA'
INDICE DI COPERTURA	COPERTURA
INDICE DI LIQUIDITA'	LIQUIDITA'
INDIPENDENZA DA TERZI	LEVA

### 4.3 ANALISI MULTIVARIATA DISCRIMINANTE

Sulla base di quanto detto in merito al metodo tradizionale introdotto da Altman nel 19638, ho sviluppato un'analisi discriminante multivariata.

Tale analisi discriminante si basa su una tecnica di classificazione del campione per tracciare un confine per dividere le imprese sane da quelle anomale.

La prima fase della mia analisi è costituita dal campione selezionato di 20746 aziende estratte dalla banca dati Aida, di queste ben 5313 risulteranno in situazione di fallimento l'anno successivo.

Una volta individuato il campione e selezionate le variabili di interesse, presentate precedentemente, procediamo alla costituzione dell'analisi discriminante, ovvero una media ponderata delle variabili in grado di classificare le singole imprese in uno dei due gruppi di riferimento (buoni/cattivi)

Avremo pertanto la funzione  $Z=v_1x_1+v_2x_2+\dots+v_nx_n$  che verrà trasformata in uno singolo score discriminante o valore Z.

I coefficienti saranno ottenuti mediante un particolare algoritmo che garantisce la massimizzazione della differenza complessiva tra imprese sane e imprese in default. Tali punteggi sono scelti in modo che:

- Massimizzeranno la distanza tra le medie dei due gruppi
- Minimizzeranno la varianza degli score all'interno dei due gruppi

Per trovare tali coefficienti si è preso il vettore delle medie del gruppo A(imprese sane) e il vettore medio delle imprese B(imprese insolventi). A questi è stato moltiplicato l'inverso della matrice di varianza e covarianza V. Riportiamo la formula 2.3 presentata nel capitolo 2:

Otteniamo pertanto i seguenti coefficienti per le nostre variabili:

	a
LIQUIDITA'	0,1607
PN/TOT	
DEBT	0,1501
ROA	0,0512
ACID TEST	-0,0551
IND COP	-2,9800
ROI-ROD	1,1606

$$V = \begin{bmatrix} 0,61674891 & 0,46664708 & 0,67182130 & 0,16486668 & 0,00205280 & 0,0080835 \\ 0,46664708 & 2,10390000 & 0,05447266 & 0,08333401 & 0,01034061 & 0,0083780 \\ 0,67182130 & 0,05447266 & 21,37100000 & 0,39894964 & 0,03990530 & 0,3274103 \\ 0,16486668 & 0,08333401 & 0,39894964 & 0,90404032 & 0,01427143 & 0,0076055 \\ 0,00210000 & 0,01034061 & 0,03990530 & 0,01427143 & 0,04161687 & 0,0013979 \\ 0,00808359 & 0,00837807 & 0,32741035 & 0,00760555 & 0,00139795 & 0,0073875 \end{bmatrix}$$

Con :

$\bar{X}_A$	$\bar{X}_B$
0,9900	0,78
0,523	0,1745
4	28.300
-0,2115	-0,1874
0,84	0,96
0,0224	0,0016

Come indicato da Mosteller e Wallace ora considereremo l'importanza delle singole variabili, ovvero il contributo di ciascuna variabile per la differenza nei punti di score medi tra i due gruppi ( $\bar{Z}_A - \bar{Z}_B$ ).

Riporto nella tabella 4. 3 i valori dell'importanza assoluta e relativa:

TABELLA 4.3- ANALISI DI IMPORTANZA PER LE VARIABILI

VARIABILI	NON DEFAULT	DEFAULT	PESI	IMPORTANCE	IMPOR1
LIQUIDITA'	0,9900		0,78	0,1607	0,0337
PN/TOT					
DEBT	0,523		0,1745	0,1501	0,0523
ROA	4		28.300	0	0,0743
ACID TEST	-0,2115		-0,1874	0	0,0013
IND COP	0,84		0,96	-3	0,3578
ROI-ROD	0,0224		0,0016	1	0,0241
					0,5435

Successivamente si calcola il valore soglia tra imprese che classificheremo come sane e aziende

in default calcolata come la media delle medie dei due gruppi:  $\bar{Z}_C = \frac{(\bar{Z}_A + \bar{Z}_B)}{2}$ .

Conseguentemente alla soglia si è calcolato la probabilità di default, sulla base della formula 2.7.

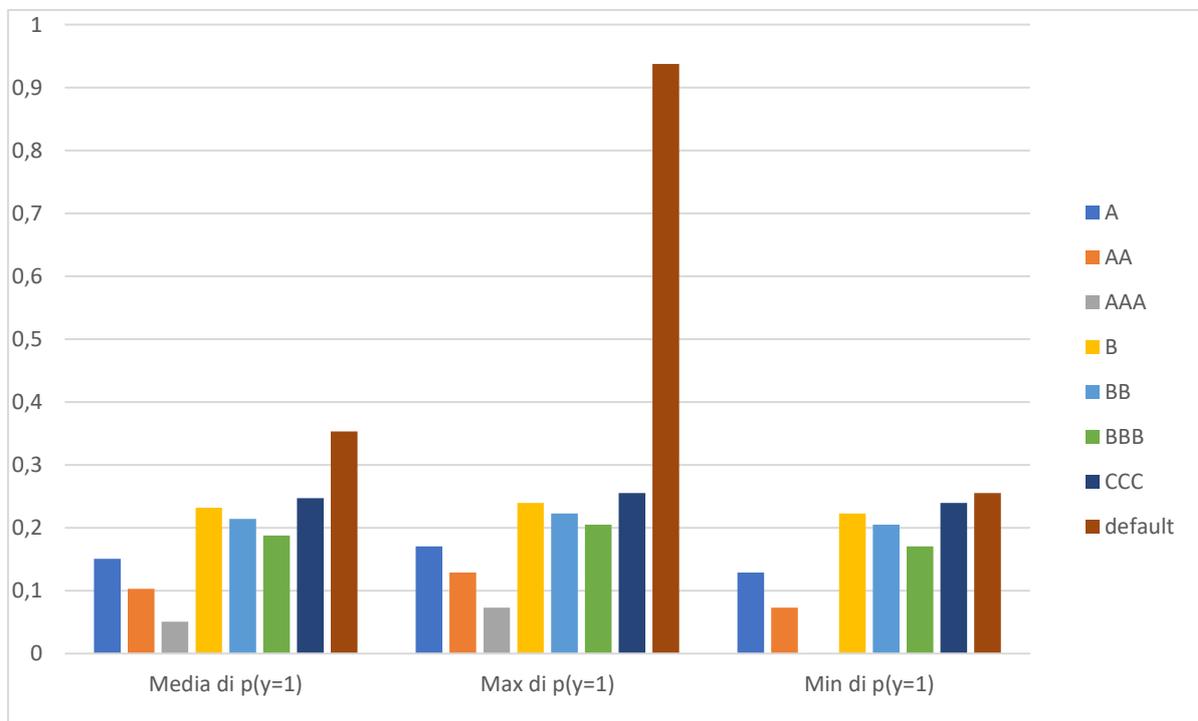
$$PD = P(B|x_i) = \frac{1}{1 + \frac{1 - \pi_B}{\pi_B} e^{Z_i - \alpha}}$$

Contestualmente alla probabilità di default vengono assegnate delle classi fittizie, suddividendo le aziende risultanti sane in questo modo:

- AAA è stata assegnata alle imprese entro 10° percentile;
- AA è stata assegnata alle imprese dal 10° al 30° percentile;
- A è stata assegnata alle imprese dal 30° al 50° percentile;
- BBB è stata assegnata alle imprese dal 50° al 70° percentile;
- BB è stata assegnata alle imprese dal 70° al 80° percentile;
- B è stata assegnata alle imprese dal 80° al 90° percentile.
- CCC è stata assegnata alle imprese dal 90° al 100° percentile.

In figura 4.2 riportiamo i valori medi, massimi e minimi per le diverse classi di merito calcolate.

FIGURA 4.2 ANALISI DISCRIMINANTE PER LE DIVERSE CLASSI DI MERITO



Inoltre, si sono calcolati gli errori di primo e secondo tipo, ovvero la considerazione di considerare buoni i clienti in realtà cattivi nel primo caso e il contrario per il secondo. Arriviamo a risultati in entrambi i casi con un errore del primo tipo del 30.2089% e un errore del secondo tipo del 43.84%.

Infine, per convalidare i dati si suddivide il campione utilizzando la metà dei dati per ricavare la discriminazione e poi applicare la sua funzione ai dati rimanenti dell'altro sottogruppo. Questa procedura può aiutare a isolare l'effetto degli errori di campionamento.

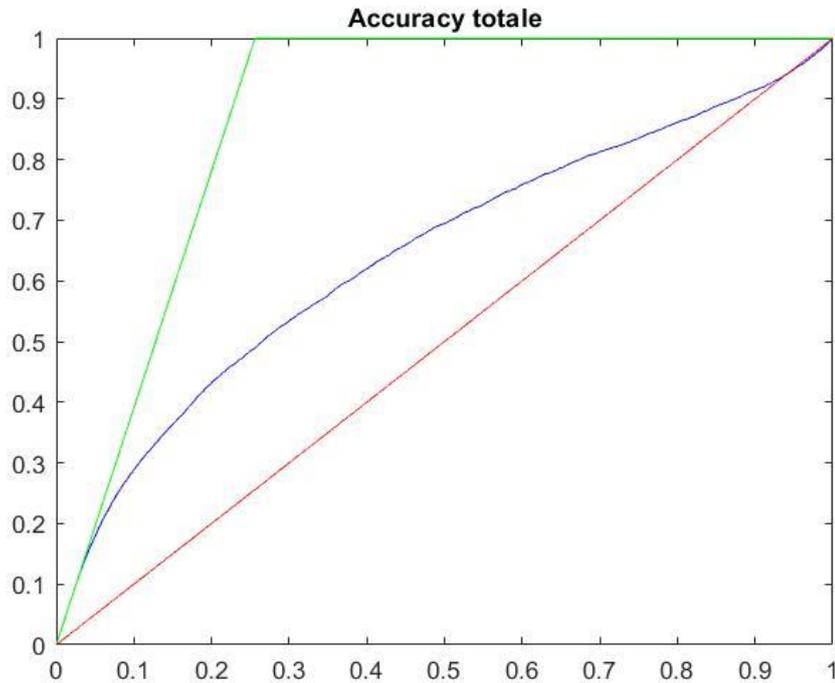
TABELLA 4.4 TEST VALIDAZIONE PER L'ANALISI DISCRIMINANTE

PERCENTUALE DI AZIENDE CORRETTAMENTE CLASSIFICATE	TOTALE	AZIENDE FATTURATO MINORE	
		FATTURATO MINORE	FATTURATO MAGGIORE
	59,65%	62,02%	50,60%
NON DEFAULT	41,78%	35,28%	48,44%
DEFAULT	17,87%	26,73%	9,24%

AZIENDE FATTURATO MAGGIORE	
FATTURATO MAGGIORE	FATTURATO MINORE
59,54%	64,01%
50,08%	35,85%
9,46%	27,35%

Per calcolare l'accuratezza del modello si andrà a calcolare l'accuracy ratio arrivando ad un risultato di 27.88% e ad un chi quadro non soddisfacente di 0.3248. Riporto l'accuracy del modello nella figura seguente:



Come suggerito da Altman 1968<sup>29</sup> si calcola l'F test che non ci dà l'evidenza che le due popolazioni siano diverse, contrariamente a quanto ci aspettavamo.

**Analisi varianza: ad un fattore**

**RIEPILOGO**

<i>Gruppi</i>	<i>Conteggio</i>	<i>Somma</i>	<i>Media</i>	<i>Varianza</i>
NON DEFAULT	6	6,4439	1,073983333	2,680444362
DEFAULT	6	28301,7287	4716,954783	133478405,4

**ANALISI VARIANZA**

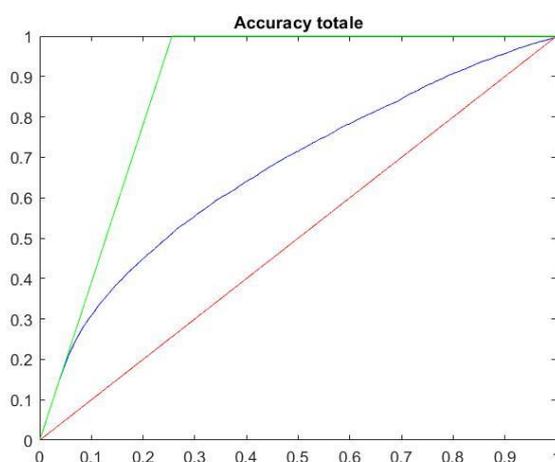
<i>Origine della variazione</i>	<i>SQ</i>	<i>gdl</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>
Tra gruppi	66718595,16	1	66718595,16	0,999691203
In gruppi	667392040,4	10	66739204,04	
Totale	734110635,6	11		

<sup>29</sup> Altman E. I. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, The Journal of Finance, XXIII (4), 1968, pp. 589-609

#### 4.4 ANALISI DELLA REGRESSIONE LOGISTICA

Nonostante l'analisi discriminante sia stata un punto di riferimento, come la letteratura ha dimostrato, se la variabile dipendente è binaria (default/non default), l'analisi logistica si rivela più efficace (come evidenziato per esempio in Altman, Sabato 2006). Tale affermazione può essere facilmente vista dall'accuracy ratio che si attesta al 31.32% contro un accuracy ratio del discriminante pari a 27.88%.

FIGURA 4.4 ACCURACY PER LA REGRESSIONE LOGISTICA



L'analisi di regressione logistica è stata applicata allo stesso campione di imprese, considerando gli stessi indicatori come quelli utilizzati per l'analisi discriminante.

La nostra analisi ha portato alla seguente equazione di regressione logistica:

$$\text{Log} \left( \frac{\text{PND}}{1 - \text{PND}} \right) = -1.233 + 0.0038 * \text{LIQUIDITA}' - 0.5276 * \text{PN/ TOTALE DEFAULT} - 0.1514 * \text{ROA} + 0.0557 * \text{ACID TEST} + 1.39690 * \text{INDICE DI COPERTURA} - 2.01570 * (\text{ROI} - \text{ROD})$$

PND è l'indicazione di probabilità di non default, ovvero la probabilità che la società non fallisca.

TABELLA 4.5 I COEFFICIENTI DELLA REGRESSIONE LOGISTICA

<b>AR</b>				
	31,32%			
<b>VARIABILI</b>	<b>b</b>	<b>P VALUE</b>	<b>Z STATISTICO</b>	<b>CHI QUADRO</b>
COSTANTE	-1,233	5,86E-31	-14,069	ERRORE 1
LIQUIDITA'	0,0038	0,905065	0,1193	ERRORE 2
PN/TOT DEBT	-0,5276	3,19E-51	-17,055	
ROA	-0,1514	2,16E-63	-18,621	
ACID TEST	0,0557	0,123717	1,539	
IND COP	1,39690	1,52E-40	15,553	
	-			
ROI-ROD	2,01570	2,53E+07	2,000	

Dove lo Z statistico rappresenta quanto il valore medio si discosta dalla variabile in oggetto.

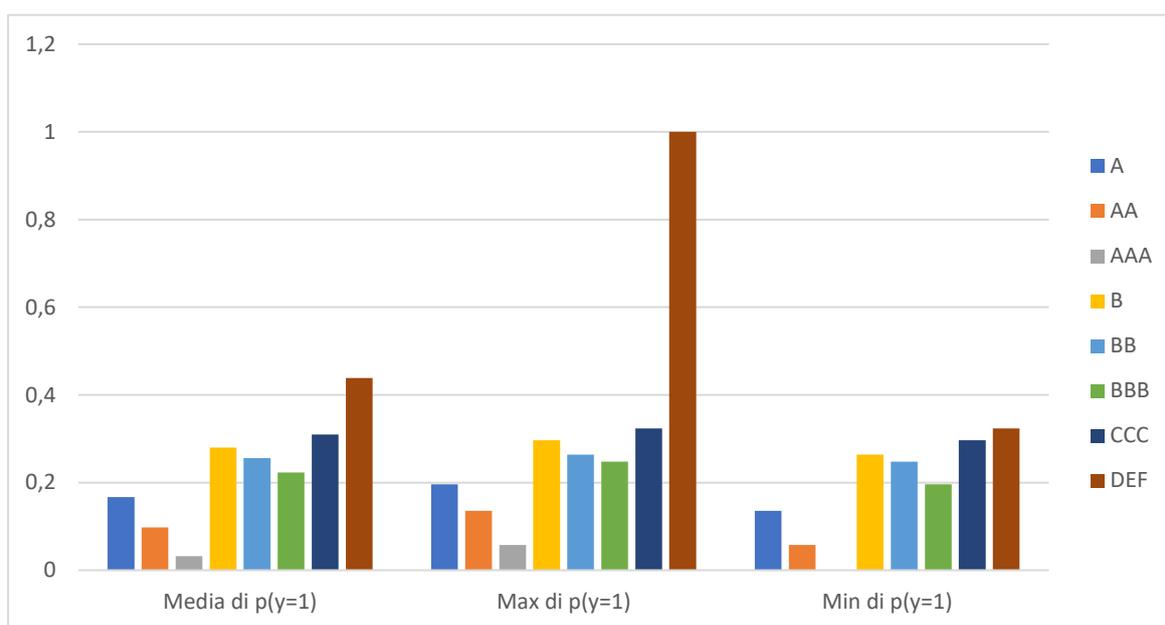
Successivamente ho calcolato il valore soglia per tale distribuzione in modo da minimizzare gli errori di primo e secondo tipo. Per tale valore, che si attesta a 0.3232, l'errore di primo tipo è di 46.6403% mentre l'errore di secondo tipo si attesta al 18.8946%. Nella tabella 4.5 riporto i valori medi, massimi e minimi per le diverse classi calcolate come abbiamo fatto precedentemente per la discriminante<sup>30</sup>.

---

<sup>30</sup> Le classi di merito di credito sono suddivise per decili in questo modo:

- AAA è stata assegnata alle imprese entro 10° percentile;
- AA è stata assegnata alle imprese dal 10° al 30° percentile;
- A è stata assegnata alle imprese dal 30° al 50° percentile;
- BBB è stata assegnata alle imprese dal 50° al 70° percentile;
- BB è stata assegnata alle imprese dal 70° al 80° percentile;
- B è stata assegnata alle imprese dal 80° al 90° percentile.
- CCC è stata assegnata alle imprese dal 90° al 100° percentile.

FIGURA 4.5- ANALISI LOGISTICA PER LE DIVERSE CLASSI DI MERITO



#### 4.5 ANALISI PER IL METODO MURAME

La caratteristica di questo metodo è quella di costruire un modello che è in grado di recepire il sistema di preferenze dei decision maker, per quanto riguarda l'analisi del merito di credito, in costante confronto con la politica della banca che concede il credito. Questo approccio risulterà il più idoneo per lo sviluppo di modelli interni per il rischio di credito.

Per applicare il Murame sono state opportunamente suddivise, in base al fatturato, le imprese del campione in due sottogruppi. La suddivisione è stata fatta perché la complessità di calcolo di tale modello non permette la modellazione di un numero elevato di imprese e questo a mio avviso rappresenta un grosso limite del modello.

Il Murame si basa su tre fasi:

1. Costruzione di un indice di credibilità/superiorità;
2. Determinazione dello score di ogni richiedente;
3. Ordinamento delle azioni alternative.

Nella prima fase si determina quanto ogni richiedente il credito, nell'ottica del confronto con gli altri, sia il migliore o il peggiore secondo tutti gli indicatori, si dà una valutazione. Questo giudizio con un range che va da 0 (minimo) a 1 (massimo) si definisce "concordanza locale".

Ottenuto tale valore, in presenza di  $m$  richiedenti e  $n$  indicatori, si associano in modo ponderato e prudenziale le concordanze locali conseguite in corrispondenza di ogni indicatore. Alla conclusione di ogni confronto si perverrà a  $m-1$  valutazioni definite come “concordanze globali”.

Dopo aver applicato le soglie di preferenza<sup>31</sup>, indifferenza<sup>32</sup> e veto<sup>33</sup> come definito nel Capitolo 3 si perviene ad un indice di outranking che varia da 0 (minimo) a  $n$  (massimo).

Nella seconda fase si determina lo score di una controparte definito come la differenza tra la “forza” globale (o flusso in entrata) e la “debolezza” globale (o flusso in uscita) rispetto ai richiedenti.

Nell’ultima fase definita exploitation phase, si crea un ordinamento delle alternative data dall’aggregazione dei risultati.

Nel presente lavoro successivo all’exploitation phase si attribuisce un ordinamento delle classi di merito<sup>34</sup>, mediante l’aggregazione per decili, come già fatto precedentemente per i metodi classici.

Si presentano ora i risultati ottenuti mediante l’applicazione di questo modello.

E’ interessante osservare dalla 4.6 e 4.7 i dati relativi al massimo, minimo, media e deviazione standard per i diversi indicatori relativi alle classi rating assegnati.

---

<sup>31</sup> Si definisce indice di preferenza come l’indice sotto il quale il dm mostra una preferenza stretta di un’opzione di un progetto su un altro

<sup>32</sup> Si definisce soglia di indifferenza,  $q$ , sotto la quale il decision maker è indifferente alle due opzioni di valutazione dei progetti;

<sup>33</sup> Si definisce soglia di veto  $v$ , dove una differenza ‘discordante’ in favore di un’opzione più grande, fanno sì che questo valore sarà richiesto al dm per negare che ogni possibile relazione di outranking indichi degli altri criteri.

<sup>34</sup> Le classi di merito di credito sono suddivise per decili in questo modo:

- AAA è stata assegnata alle imprese entro 10° percentile;
- AA è stata assegnata alle imprese dal 10° al 30° percentile;
- A è stata assegnata alle imprese dal 30° al 50° percentile;
- BBB è stata assegnata alle imprese dal 50° al 70° percentile;
- BB è stata assegnata alle imprese dal 70° al 80° percentile;
- B è stata assegnata alle imprese dal 80° al 90° percentile.
- CCC è stata assegnata alle imprese dal 90° al 100° percentile.

FIGURA 4.6 ANALISI MURAME PER LE AZIENDE CON FATTURATO MAGGIORE PER LE DIVERSE CLASSI DI MERITO

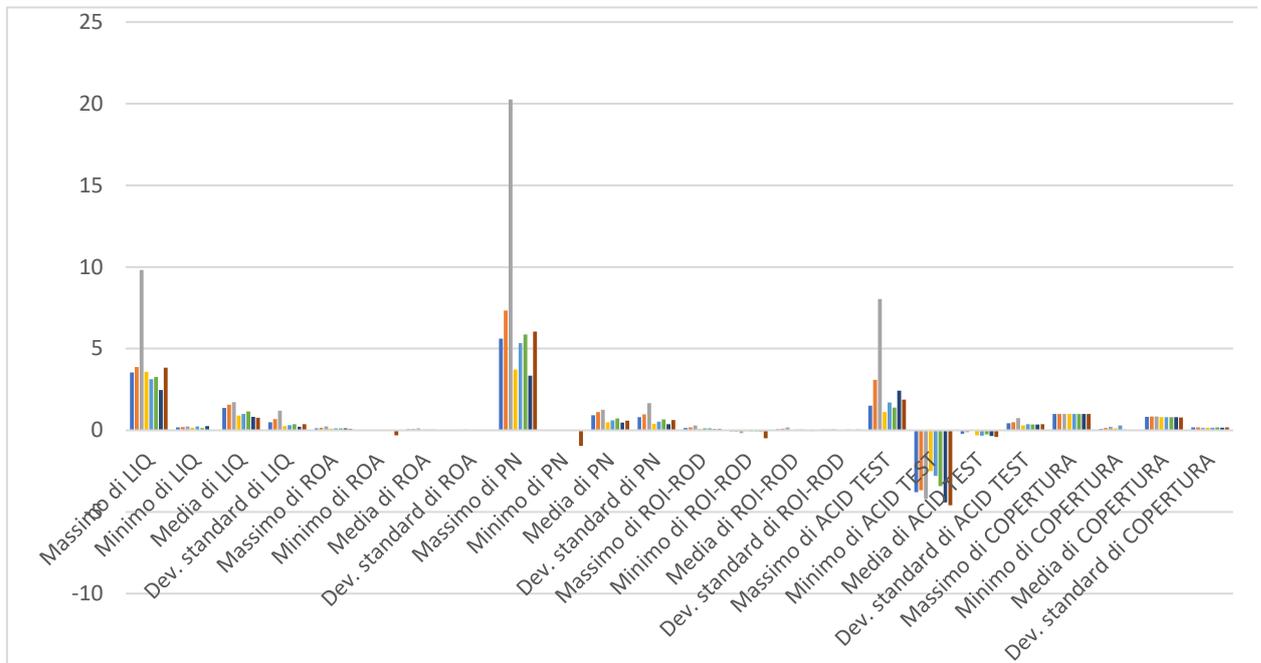
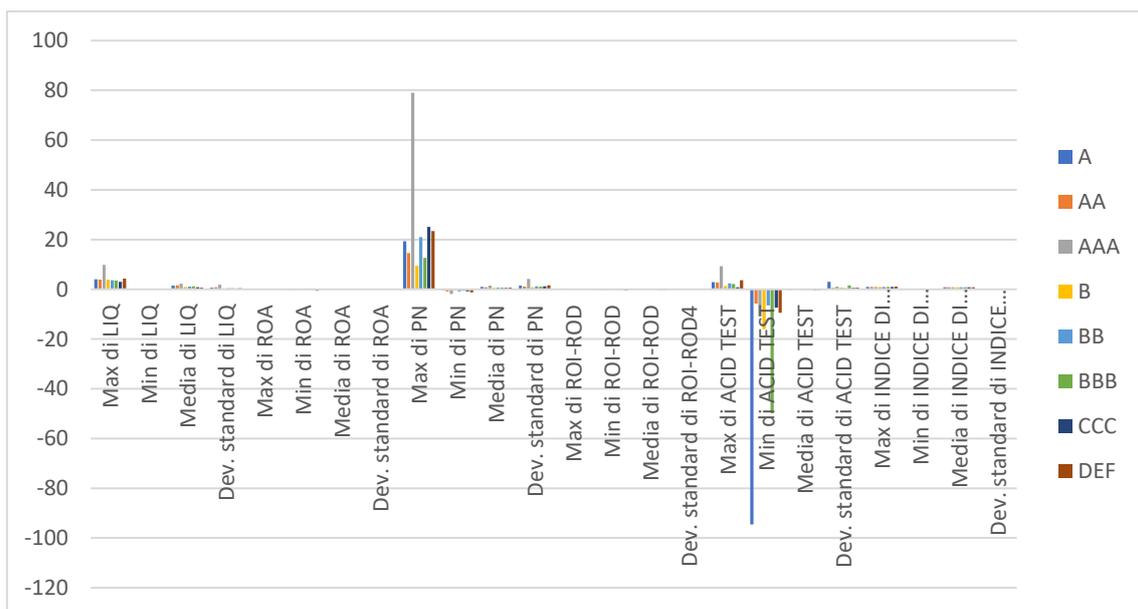


FIGURA 4.6 ANALISI MURAME PER LE AZIENDE CON FATTURATO MINORE PER LE DIVERSE CLASSI DI MERITO



Da tali grafici si può evidenziare come vengano premiate le aziende con un elevato indice di liquidità di indipendenza finanziaria. Tuttavia, questa valutazione per alcune aziende ci porta ad una valutazione errata in quanto alcuni indici non sono molto performanti (quali l'Acid Test e l'indice di copertura).

Questa caratteristica la si evidenzia anche quando si va a ricercare i default dell'anno successivo per le diverse classi di rating arrivando ai risultati della tabella 4.6, dove la classe con rating maggiore presenta più default rispetto alle successive due classi di rating, sia per quanto riguarda le imprese con fatturato maggiore sia per le imprese con fatturato minore.

#### GRAFICO 4.6 AZIENDE IN DEFAULT NEL 2012 PER CLASSI DI RATING

##### AZIENDE CON FATTURATO MINORE TOTALE AZIENDE IN DEFAULT

2012		3523
AAA	236	6,70%
AA	229	6,50%
A	229	6,50%
BBB	249	7,07%
BB	302	8,57%
B	317	9,00%
CCC	320	9,08%

##### AZIENDE CON FATTURATO MAGGIORE TOTALE AZIENDE IN DEFAULT 2012

AAA	45	4,983%
AA	27	2,990%
A	38	9,291%
BBB	46	5,094%
BB	51	5,648%
B	79	8,749%
CCC	76	8,416%

## CONCLUSIONI

Il nostro sforzo è stato quello di catalogare i clienti in buoni e cattivi, cercando di minimizzare, in particolare l'errore di primo tipo che come già evidenziato ci porta a considerare buono un cliente in realtà cattivo comportando problemi relativi all'insolvenza del cliente e di riscossione di eventuali garanzie.

Nello stesso tempo si è cercato di prevedere quali clienti pur buoni fossero a rischio di default. Nella mia analisi posso dire di aver raggiunto una buona performance di efficacia nonostante alcuni outlier.

Problematiche relative alla ulteriore perfettibilità dei metodi sopra adottati sono tuttora presenti e sono dovute ad alcuni limiti presenti nella banca dati, con dati non sempre attendibili, all'evoluzione digitale e del mercato che mutano velocemente e creano nuove condizioni di posizionamento dei clienti con necessità di revisione dei parametri.

## BIBLIOGRAFIA

Altman E. I. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, *The Journal of Finance*, XXIII (4), 1968, pp. 589-609

Altman E. I., Haldeman R. G., Narayanan P., Zeta Analysis . A new method to identify bankruptcy risk of corporations, pp. 29-54. 1977

Altman E. I. ,Sabato G., *Modelling Credit Risk for SMEs: Evidence from the U.S Market*. Sidney, 2007

Altman E. I., Danovi A., Falini A., *Z-Score Model's application to Italian companies subject to extraordinary administration*. 2013

Banca d'Italia, *Nuove disposizioni di vigilanza prudenziale per le banche*, Circolare n.263, 27 dicembre. 2006

Banca d'Italia, *Metodo dei rating interni per il calcolo dei requisiti patrimoniali a fronte del Rischio di credito*. 2006

Basel Committee on Banking Supervision, "Basel III: a Global regulatory framework for more resilient banks and banking systems". 2010

Bedin A., Billio M., Costola M., Pellizon L., *Credit Scoring in SME Asset-Backed Securities: An Italian Case Study*, pp. 1-28. 2019

Brans J.P., Vincke Ph., *A preference ranking organisation method*. Brussels, pp. 647-656.1985

Cannata F., *Il metodo dei rating interni : Basilea 2 e il rischio di credito: le nuove regole e la loro attuazione in Italia*. Roma, Bancaria Editrice. 2009

Cannata F., Quagliariello M., *Basel 3. and beyond : a guide to banking regulation after the crisis* .London, Bertforts Group Ltd. 2011

Caruso A., Palmucci F., *Scelte di finanziamento della crescita: Un'indagine sulle pmi italiane*, pp. 453-475. 2008

Corazza M., Funari S., Gusso R., *Creditworthiness and scoring analysis of the Italian Smes using multiple informative sources during the financial crisis*, pp. 57-63. 2012

- Corazza M., Funari S., Siviero F., A MURAME-based technology for bank decision support in creditworthiness assessment, pp. 8-14. 2014
- Corazza M., MCDA e Murame, pp. 21-40. 2019
- Dias L., Mousseau V., Inferring Electre's veto related parameters from outranking examples, pp. 173-191. 2004
- Doumpos M., Figueira J. R., A multicriteria outranking approach for modelling corporate credit ratings: An application of the ELECTRE TRI-NC method, pp. 166-180. 2018
- ElBannan M., The Financial Crisis, Basel Accords and Bank Regulations: An Overview. New Cairo, 2017
- European Banking Authority, "Capital Requirements Regulation". 2013
- Figueira J., Greco S., Ehrgott M., Multiple criteria decision analysis : state of the art surveys. Boston, MA, Springer Book Archive. 2002
- Gazzetta Ufficiale, Nuove disposizioni di vigilanza prudenziale per le banche. 2012
- Harrell, Frank E. Regression Modeling Strategies: With Applications to Linear Models, Logistic Regression, and Survival Analysis. New York: Springer, 2001.
- Hull J., Risk management e istituzioni finanziarie. 2008
- Keenan S.C. , Sobehart J.R Performance Measures for Credit Risk Models. New York. 1999
- Mosteller F. and Wallace D., "Inference in an Authorship Problem," Journal of the American Statistical Association, 58 , 275-309. 1963
- Neisen M., Basel IV:IRB 2.0 and interdependencies with the new capital floor. Frankfurt am Main. 2018
- Orlovsky S.A., Decision-Making with a fuzzy relation, pp. 155-167. 1977
- Phua F., The evolution of the Basel framework: Are we back to where we started?. Singapore. 2019
- Ramirez J, Handbook of Basel III Capital. London, Wiley & Sons, Incorporated. 2017

Resti A., Sironi A., Risk Management and Shareholders Value in Banking: From Risk Measurement Models to Capital Allocation Policies, Wiley Finance, John Wiley and sons, Ltd. 2007

Robertson Kennedy, prediction of consumer innovators application of multiple discriminant analysis, 1968

Stanghellini E., Introduzione ai metodi statistici per il credit scoring. Milano, Springer-Verlag Italia. 2009

Varetto, Metodi di previsioni delle insolvenze: Un'analisi comparata. 1999

Sitografia

<https://www.bis.org/>

## APPENDICE

```
%%
clear all
close all
clc

[tabella,nomi]=xlsread('2011_aziende_riv.xls','Risultati');
nomi=["numero",nomi(1,:)];

%% 2011
isDefault=tabella(:,32);
% tabella=tabella(:,[8,9,12:18,20,21,23,24,26,27,29:31]); %47% e 0.6%logist 29.9% e 38.68%lindisc
% tabella=tabella(:,[8,13,15,17,20,23,26,29:31]); %56% e 0.06%logist 31.3% e 47.74%lindisc
% tabella=tabella(:,[9,14,16,18,21,24,27,29:31]); %47.9% e 0.6%logist 30.49% e 39.26%lindisc
tabella=tabella(:,[8:31,33]); %47% e 0.6%logist 29.9% e 38.68%lindisc
nomi=nomi([8:31,33]);
tabella_full=tabella;
nomi_full=nomi;
st=size(tabella);
% tabella=real(log(tabella+0.00001));

%% 2017
% Selezionare uno dei 3 casi seguenti
% tengo i dati 2017
% non_utilizzabili([1,4,7,8,9,11,14,15,17,18,20,21,23,24,26,27,29,30,32,33,34,35])=1; % 22% e 8.5%
% tengo dati ultimo anno
% non_utilizzabili([2,5,7,8,9,12,14,16,17,19,20,22,23,25,26,28,29,31,32,33,34,35])=1; % 44% e 1.18%
% tolgo i dati guardando i grafici
% non_utilizzabili([8,10,11,13,15,17,18,20,21,23,24,26,27])=1; %33% e 5%
%%
figure
hold on
subplot(6,6,1)
plot(tabella(:,1),'b.')
for i=2:st(2)
    subplot(6,6,i)
    plot(tabella(:,i),'b.')
end
hold off

%% fine tuning
% tabella(isnan(tabella(:,7)),7)=100;
X1=mean(tabella(isDefault==0,:));
X2=mean(tabella(isDefault~=0,:));
```

```

non_utilizzabili=isnan(X1)|isnan(X2);% to!go quelle con NaN
tabella=tabella(:,~non_utilizzabili);
nomi=nomi(~non_utilizzabili);
% importance=table([coef.*X1]);
%%
% tabella=tabella(:,[1,3:6,8,10,12,14:17]);%47.4793% e 0.6336%logit 29.2889% e 35.8699% lindisc warning!
tabella=tabella(:,[1,4,6,2,14,17]);%47.6486% e 0.3962%logit
tab1=tabella(1:10373,:);
tab2=tabella(10374:20746,:);
% tabella=tabella(:,[1,5,6,8,10,15:16]);%49.1159% e 0.3491%logit
nomi=nomi([1,4,6,2,14,17]);
%%
s=size(tabella);
%%
figure
hold on
subplot(4,4,1)
plot(tabella(:,1),'r.')
title(nomi(1))
for i=2:s(2)
    subplot(4,4,i)
    plot(tabella(:,i),'r.')
    title(nomi(i));
end
hold off
%%

%% Logistic regression
isDef1=isDefault(1:10373);
isDef2=isDefault(10374:20746);
st1=size(tab1);
st2=size(tab2);
% [b,dev,stats]=glmfit(tabella,categorical(isDefault),'binomial','link','logit');
% [b1,dev1,stats1]=glmfit(tab1,categorical(isDef1),'binomial','link','logit');
% [b2,dev2,stats2]=glmfit(tab2,categorical(isDef2),'binomial','link','logit');
% b=b';
% b1=b1';
% b2=b2';
% zscore=ones(st(1),1)*b(1)+(b(2:(length(b))))*tabella');
%
% zscore1=ones(st1(1),1)*b1(1)+(b1(2:(length(b1))))*tab1';
% zscore2=ones(st2(1),1)*b2(1)+(b2(2:(length(b2))))*tab2';
%
% zscore = (1 ./ (1 + exp(-zscore)));
% zscore1 = (1 ./ (1 + exp(-zscore1)));

```

```

% zscore2 = (1 ./ (1 + exp(-zscore2)));
% figure
% plot(zscore,'b.')
% zc=0.5;
% guessDefault=zscore>zc;
% guessDefault1=zscore1>zc;
% guessDefault2=zscore2>zc;
% Linear Discriminant
X1=median(tabella(isDefault==0,:));
X2=median(tabella(isDefault~=0,:));
Xdiff=X1-X2;
S=cov(tabella);
a=((X1-X2)*pinv(S));
zscore=(tabella*a);
%%
importance=(Xdiff).*a;
%%
X3=median(tab1(isDef1==0,:));
X4=median(tab1(isDef1~=0,:));
Xdiff1=X3-X4;
S1=cov(tab1);
a1=((X3-X4)*pinv(S1));
zscore1=(tab1*a1);
importance1=(Xdiff1).*a1;
X5=median(tab2(isDef2==0,:));
X6=median(tab2(isDef2~=0,:));
Xdiff2=X5-X6;
S2=cov(tab2);
a2=((X5-X6)*pinv(S2));
zscore2=(tab2*a2);
importance2=(Xdiff2).*a2;
zscore12=(tab2*a1);
zscore21=(tab1*a2);
% res=fitcdiscr(tabella,categorical(isDefault));
% coefs=res.DeltaPredictor;
% res=fitcdiscr(tabella,categorical(isDefault));
% coefs=res.DeltaPredictor;
% zscore=coefs*tabella';
zc=(mean(zscore(isDefault==0))+mean(zscore(isDefault==1)))/2;
guessDefault=zscore<zc;
zc1=(mean(zscore1(isDef1==0))+mean(zscore1(isDef1==1)))/2;
guessDefault1=zscore1<zc1;
zc2=(mean(zscore2(isDef2==0))+mean(zscore2(isDef2==1)))/2;
guessDefault2=zscore2<zc2;
zc12=(mean(zscore12(isDef2==0))+mean(zscore12(isDef2==1)))/2;

```

```

guessDefault12=zscore12<z12;
zc21=(mean(zscore21(isDef1==0))+mean(zscore21(isDef1==1)))/2;
guessDefault21=zscore21<zc21;
%% Errori I e II tipo
errore_sui_default=(sum(guessDefault((isDefault==1))==0)/sum(isDefault==1))*100
errore_sui_non_default=(sum(guessDefault((isDefault==0))==1)/sum(isDefault==0))*100

errore_sui_default1=(sum(guessDefault1((isDef1==1))==0)/sum(isDef1==1))*100
errore_sui_non_default1=(sum(guessDefault1((isDef1==0))==1)/sum(isDef1==0))*100

errore_sui_default2=(sum(guessDefault2((isDef2==1))==0)/sum(isDef2==1))*100
errore_sui_non_default2=(sum(guessDefault2((isDef2==0))==1)/sum(isDef2==0))*100
true_neg=sum(guessDefault((isDefault==1))==1)/length(isDefault)
true_pos=sum(guessDefault((isDefault==0))==0)/length(isDefault)
false_neg=sum(guessDefault((isDefault==0))==1)/length(isDefault)
false_pos=sum(guessDefault((isDefault==1))==0)/length(isDefault)
true_neg11=sum(guessDefault1((isDef1==1))==1)/length(isDef1)
true_pos11=sum(guessDefault1((isDef1==0))==0)/length(isDef1)
true_neg22=sum(guessDefault2((isDef2==1))==1)/length(isDef2)
true_pos22=sum(guessDefault2((isDef2==0))==0)/length(isDef2)
true_neg12=sum(guessDefault12((isDef2==1))==1)/length(isDef2)
true_pos12=sum(guessDefault12((isDef2==0))==0)/length(isDef2)
true_neg21=sum(guessDefault21((isDef1==1))==1)/length(isDef1)
true_pos21=sum(guessDefault21((isDef1==0))==0)/length(isDef1)
true=(sum(guessDefault((isDefault==1))==1)+sum(guessDefault((isDefault==0))==0))/length(isDefault)
true11=(sum(guessDefault1((isDef1==1))==1)+sum(guessDefault1((isDef1==0))==0))/length(isDef1)
true22=(sum(guessDefault2((isDef2==1))==1)+sum(guessDefault2((isDef2==0))==0))/length(isDef2)
true12=(sum(guessDefault12((isDef2==1))==1)+sum(guessDefault((isDef2==0))==0))/length(isDef2)
true21=(sum(guessDefault21((isDef1==1))==1)+sum(guessDefault((isDef1==0))==0))/length(isDef1)
%% Accuracy Ratio
total_default=sum(isDefault);
total_default1=sum(isDef1);
total_default2=sum(isDef2);
tabella_AR=table(zscore',isDefault);
tabella_AR1=table(zscore1',isDef1);
tabella_AR2=table(zscore2',isDef2);
tabella_AR=sortrows(tabella_AR,1); %linear discriminant
tabella_AR1=sortrows(tabella_AR1,1); %linear discriminant
tabella_AR2=sortrows(tabella_AR2,1); %linear discriminant
% tabella_AR=sortrows(tabella_AR,1,'descend'); %logistic
% tabella_AR1=sortrows(tabella_AR1,1,'descend'); %logistic
% tabella_AR2=sortrows(tabella_AR2,1,'descend'); %logistic
% decili=zeros(1,10);
% inizio=1;
% fine=2081;

```

```

% for i=1:10
%   decili(i)=sum(table2array(tabella_AR(inizio:fine,2)));
%   inizio=fine+1;
%   fine=fine+2078;
% end
%
% perc_default_decile=decili./total_default;
%
% cumulative_perc_default_decile=zeros(1,length(decili));
% cumulative_perc_default_decile(1)=perc_default_decile(1);
% for i=2:length(decili)
%   cumulative_perc_default_decile(i)=cumulative_perc_default_decile(i-1)+perc_default_decile(i);
% end

cumulative_better=zeros(1,length(zscore));
cumulative_better1=zeros(1,length(zscore1));
cumulative_better2=zeros(1,length(zscore2));
for i=1:length(zscore)
    cumulative_better(i)=sum(table2array(tabella_AR(1:i,2)))/total_default;
end
for i=1:length(zscore1)
    cumulative_better1(i)=sum(table2array(tabella_AR1(1:i,2)))/total_default1;
end
for i=1:length(zscore2)
    cumulative_better2(i)=sum(table2array(tabella_AR2(1:i,2)))/total_default2;
end
t=linspace(0,1,length(zscore));
t1=linspace(0,1,length(zscore1));
t2=linspace(0,1,length(zscore2));
perfect_cap=[ones(1,length(t))];
perfect_cap(1:sum(isDefault))=[1:sum(isDefault)]./sum(isDefault);
random_cap=t;
figure
plot(t,cumulative_better,'b',t,perfect_cap,'g',t,random_cap,'r')
title('Accuracy totale')
perfect_cap1=[ones(1,length(t1))];
perfect_cap1(1:sum(isDef1))=[1:sum(isDef1)]./sum(isDef1);
random_cap1=t1;
figure

plot(t1,cumulative_better1,'b',t1,perfect_cap1,'g',t1,random_cap1,'r')
title('Accuracy 1')
perfect_cap2=[ones(1,length(t2))];
perfect_cap2(1:sum(isDef2))=[1:sum(isDef2)]./sum(isDef2);
random_cap2=t2;

```

figure

```
% plot(t,cumulative_better,'b',t,perfect_cap,'g',t,random_cap,'r')
% plot(t1,cumulative_better1,'b',t1,perfect_cap1,'g',t1,random_cap1,'r')
plot(t2,cumulative_better2,'b',t2,perfect_cap2,'g',t2,random_cap2,'r')
title('Accuracy 2')
%%
% B=trapz(0:0.1:1,[0,cumulative_perc_default_decile])-0.5;
% A=trapz(0:0.1:1,perfect_cap)-0.5;
B=trapz(t,cumulative_better)-0.5;
A=trapz(t,perfect_cap)-0.5;
AR=B/(A+B)
B1=trapz(t1,cumulative_better1)-0.5;
A1=trapz(t1,perfect_cap1)-0.5;
AR1=B1/(A+B1)
B2=trapz(t2,cumulative_better2)-0.5;
A2=trapz(t2,perfect_cap2)-0.5;
AR2=B2/(A2+B2)
%%
chi_quadro=((sum(zscore<z_c)/length(isDefault))-(sum(isDefault)/length(isDefault)))^2/(sum(isDefault)/length(isDefault))+...
    (((sum(zscore>z_c)/length(isDefault))-(sum(isDefault==0)/length(isDefault)))^2)/(sum(isDefault==0)/length(isDefault));
chi_quadro1=((sum(zscore1<z_c)/length(isDef1))-(sum(isDef1)/length(isDef1)))^2/(sum(isDef1)/length(isDef1))+...
    (((sum(zscore1>z_c)/length(isDef1))-(sum(isDef1==0)/length(isDef1)))^2)/(sum(isDef1==0)/length(isDef1));
chi_quadro2=((sum(zscore2<z_c)/length(isDef2))-(sum(isDef2)/length(isDef2)))^2/(sum(isDef2)/length(isDef2))+...
    (((sum(zscore2>z_c)/length(isDef2))-(sum(isDef2==0)/length(isDef2)))^2)/(sum(isDef2==0)/length(isDef2));
xlswrite('zscore.xls',zscore);
xlswrite('zscore1.xls',zscore1);
xlswrite('zscore2.xls',zscore2);

%%
clear all
close all
clc

[tabella,nomi]=xlsread('2011_aziende_riv.xls','Risultati');
nomi=["numero",nomi(1,:)];

%% 2011
isDefault=tabella(:,32);
% tabella=tabella(:,[8,9,12:18,20,21,23,24,26,27,29:31]); %47% e 0.6%logist 29.9% e 38.68%lindisc
% tabella=tabella(:,[8,13,15,17,20,23,26,29:31]); %56% e 0.06%logist 31.3% e 47.74%lindisc
% tabella=tabella(:,[9,14,16,18,21,24,27,29:31]); %47.9% e 0.6%logist 30.49% e 39.26%lindisc
tabella=tabella(:,[8:31,33]); %47% e 0.6%logist 29.9% e 38.68%lindisc
nomi=nomi([8:31,33]);
tabella_full=tabella;
```

```

nomi_full=nomi;
st=size(tabella);
% tabella=real(log(tabella+0.00001));

%% 2017
% Selezionare uno dei 3 casi seguenti
% tengo i dati 2017
% non_utilizzabili([1,4,7,8,9,11,14,15,17,18,20,21,23,24,26,27,29,30,32,33,34,35])=1; % 22% e 8.5%
% tengo dati ultimo anno
% non_utilizzabili([2,5,7,8,9,12,14,16,17,19,20,22,23,25,26,28,29,31,32,33,34,35])=1; % 44% e 1.18%
% tolgo i dati guardando i grafici
% non_utilizzabili([8,10,11,13,15,17,18,20,21,23,24,26,27])=1; % 33% e 5%
%%
figure
hold on
subplot(6,6,1)
plot(tabella(:,1),'b.')
for i=2:st(2)
    subplot(6,6,i)
    plot(tabella(:,i),'b.')
end
hold off

%% fine tuning
% tabella(isnan(tabella(:,7)),7)=100;
X1=mean(tabella(isDefault==0,:));
X2=mean(tabella(isDefault~=0,:));
non_utilizzabili=isnan(X1)|isnan(X2);% tolgo quelle con NaN
tabella=tabella(:,~non_utilizzabili);
nomi=nomi(~non_utilizzabili);
%%
% tabella=tabella(:,[1,3:6,8,10,12,14:17]);%47.4793% e 0.6336% logit 29.2889% e 35.8699% lindisc warning!
% tabella=tabella(:,[1,4,6,2,14,17]);%47.6486% e 0.3962% logit
tab1=tabella(1:10373,:);
tab2=tabella(10374:20746,:);
% tabella=tabella(:,[1,5,6,8,10,15:16]);%49.1159% e 0.3491% logit
nomi=nomi([1,4,6,2,14,17]);
%%
s=size(tabella);
%%
figure
hold on
subplot(4,4,1)
plot(tabella(:,1),'r.')
title(nomi(1))

```

```

for i=2:s(2)
    subplot(4,4,i)
    plot(tabella(:,i),'r.')
    title(nomi(i));
end
hold off
%%

%% Logistic regression
isDef1=isDefault(1:10373);
isDef2=isDefault(10374:20746);
st1=size(tab1);
st2=size(tab2);
[b,dev,stats]=glmfit(tabella,categorical(isDefault),'binomial','link','logit');
[b1,dev1,stats1]=glmfit(tab1,categorical(isDef1),'binomial','link','logit');
[b2,dev2,stats2]=glmfit(tab2,categorical(isDef2),'binomial','link','logit');
b=b';
b1=b1';
b2=b2';
zscore=ones(st(1),1)*b(1)+(b(2:(length(b)))*tabella)';
%
zscore1=ones(st1(1),1)*b1(1)+(b1(2:(length(b1)))*tab1)';
zscore2=ones(st2(1),1)*b2(1)+(b2(2:(length(b2)))*tab2)';

zscore = (1 ./ (1 + exp(-zscore)))';
zscore1 = (1 ./ (1 + exp(-zscore1)))';
zscore2 = (1 ./ (1 + exp(-zscore2)))';
figure
plot(zscore,'b.')
%%
soglie=linspace(0,1,100);
for k=1:100
    zc=soglie(k);
    guessDefault=zscore>zc;
    guessDefault1=zscore1>zc;
    guessDefault2=zscore2>zc;
    % Linear Discriminant
    % X1=median(tabella(isDefault==0,:));
    % X2=median(tabella(isDefault~=0,:));
    % Xdiff=X1-X2;
    % S=cov(tabella);
    % a=((X1-X2)*pinv(S))';
    % zscore=(tabella*a)';
    % res=fitcdiscr(tabella,categorical(isDefault));
    % coefs=res.DeltaPredictor;

```

```

% res=fitcdiscr(tabella,categorical(isDefault));
% coefs=res.DeltaPredictor;
% zscore=coefs*tabella';

erroriI(k)=(sum(guessDefault((isDefault==1))==0)/sum(isDefault==1))*100;
erroriII(k)=(sum(guessDefault((isDefault==0))==1)/sum(isDefault==0))*100;
erroriI1(k)=(sum(guessDefault1((isDef1==1))==0)/sum(isDef1==1))*100;
erroriII1(k)=(sum(guessDefault1((isDef1==0))==1)/sum(isDef1==0))*100;
erroriI2(k)=(sum(guessDefault2((isDef2==1))==0)/sum(isDef2==1))*100;
erroriII2(k)=(sum(guessDefault2((isDef2==0))==1)/sum(isDef2==0))*100;

% Errori I e II tipo
% errore_sui_default=(sum(guessDefault((isDefault==1))==0)/sum(isDefault==1))*100
% errore_sui_non_default=(sum(guessDefault((isDefault==0))==1)/sum(isDefault==0))*100
%
% errore_sui_default1=(sum(guessDefault1((isDef1==1))==0)/sum(isDef1==1))*100
% errore_sui_non_default1=(sum(guessDefault1((isDef1==0))==1)/sum(isDef1==0))*100
%
% errore_sui_default2=(sum(guessDefault2((isDef2==1))==0)/sum(isDef2==1))*100
% errore_sui_non_default2=(sum(guessDefault2((isDef2==0))==1)/sum(isDef2==0))*100
end
%%
somma_errori=erroriI+erroriII;
[minimo,indice]=min(somma_errori);
erroriI=erroriI(indice)
erroriII=erroriII(indice)
zc=soglie(indice);
somma_errori1=erroriI1+erroriII1;
[minimo1,indice1]=min(somma_errori1);
zc1=soglie(indice1);
erroriI1=erroriI1(indice1)
erroriII1=erroriII1(indice1)
somma_errori2=erroriI2+erroriII2;
[minimo2,indice2]=min(somma_errori2);
zc2=soglie(indice2);
erroriI2=erroriI2(indice2)
erroriII2=erroriII2(indice2)
guessDefault=zscore>zc;
guessDefault1=zscore1>zc;
guessDefault2=zscore2>zc;
true_neg=sum(guessDefault((isDefault==1))==1)/length(isDefault)
true_pos=sum(guessDefault((isDefault==0))==0)/length(isDefault)
false_neg=sum(guessDefault((isDefault==0))==1)/length(isDefault)

```

```

false_pos=sum(guessDefault((isDefault==1))==0)/length(isDefault)
%%
%% Accuracy Ratio
total_default=sum(isDefault);
total_default1=sum(isDef1);
total_default2=sum(isDef2);
tabella_AR=table(zscore',isDefault);
tabella_AR1=table(zscore1',isDef1);
tabella_AR2=table(zscore2',isDef2);
% tabella_AR=sortrows(tabella_AR,1); %linear discriminant
tabella_AR=sortrows(tabella_AR,1,'descend'); %logistic
tabella_AR1=sortrows(tabella_AR1,1,'descend'); %logistic
tabella_AR2=sortrows(tabella_AR2,1,'descend'); %logistic
% decili=zeros(1,10);
% inizio=1;
% fine=2081;
% for i=1:10
%   decili(i)=sum(table2array(tabella_AR(inizio:fine,2)));
%   inizio=fine+1;
%   fine=fine+2078;
% end
%
% perc_default_decile=decili./total_default;
%
% cumulative_perc_default_decile=zeros(1,length(decili));
% cumulative_perc_default_decile(1)=perc_default_decile(1);
% for i=2:length(decili)
%   cumulative_perc_default_decile(i)=cumulative_perc_default_decile(i-1)+perc_default_decile(i);
% end

cumulative_better=zeros(1,length(zscore));
cumulative_better1=zeros(1,length(zscore1));
cumulative_better2=zeros(1,length(zscore2));
for i=1:length(zscore)
    cumulative_better(i)=sum(table2array(tabella_AR(1:i,2)))/total_default;
end
for i=1:length(zscore1)
    cumulative_better1(i)=sum(table2array(tabella_AR1(1:i,2)))/total_default1;
end
for i=1:length(zscore2)
    cumulative_better2(i)=sum(table2array(tabella_AR2(1:i,2)))/total_default2;
end
t=linspace(0,1,length(zscore));
t1=linspace(0,1,length(zscore1));
t2=linspace(0,1,length(zscore2));

```

```

perfect_cap=[ones(1,length(t));
perfect_cap(1:sum(isDefault))=[1:sum(isDefault)]./sum(isDefault);
random_cap=t;
figure
plot(t,cumulative_better,'b',t,perfect_cap,'g',t,random_cap,'r')
title('Accuracy totale')
perfect_cap1=[ones(1,length(t1));
perfect_cap1(1:sum(isDef1))=[1:sum(isDef1)]./sum(isDef1);
random_cap1=t1;
figure
plot(t1,cumulative_better1,'b',t1,perfect_cap1,'g',t1,random_cap1,'r')
title('Accuracy 1')
perfect_cap2=[ones(1,length(t2));
perfect_cap2(1:sum(isDef2))=[1:sum(isDef2)]./sum(isDef2);
random_cap2=t2;
figure
plot(t2,cumulative_better2,'b',t2,perfect_cap2,'g',t2,random_cap2,'r')
title('Accuracy 2')
% plot(t1,cumulative_better1,'b',t1,perfect_cap1,'g',t1,random_cap1,'r')
% plot(t2,cumulative_better2,'b',t2,perfect_cap2,'g',t2,random_cap2,'r')
%%
%B=trapz(0:0.1:1,[0,cumulative_perc_default_decile])-0.5;
%A=trapz(0:0.1:1,perfect_cap)-0.5;
B=trapz(t,cumulative_better)-0.5;
A=trapz(t,perfect_cap)-0.5;
AR=B/(A+B)
B1=trapz(t1,cumulative_better1)-0.5;
A1=trapz(t1,perfect_cap1)-0.5;
AR1=B1/(A+B1)
B2=trapz(t2,cumulative_better2)-0.5;
A2=trapz(t2,perfect_cap2)-0.5;
AR2=B2/(A2+B2)
%%
chi_quadro=((sum(zscore<zc)/length(isDefault))-(sum(isDefault)/length(isDefault)))^2/(sum(isDefault)/length(isDefault))+...
((sum(zscore>zc)/length(isDefault))-(sum(isDefault==0)/length(isDefault)))^2/(sum(isDefault==0)/length(isDefault));
chi_quadro1=(((sum(zscore1<zc)/length(isDef1))-(sum(isDef1)/length(isDef1)))^2/(sum(isDef1)/length(isDef1))+...
((sum(zscore1>zc)/length(isDef1))-(sum(isDef1==0)/length(isDef1)))^2/(sum(isDef1==0)/length(isDef1)));
chi_quadro2=(((sum(zscore2<zc)/length(isDef2))-(sum(isDef2)/length(isDef2)))^2/(sum(isDef2)/length(isDef2))+...
((sum(zscore2>zc)/length(isDef2))-(sum(isDef2==0)/length(isDef2)))^2/(sum(isDef2==0)/length(isDef2)));
xlswrite('logistic.xls', zscore');
xlswrite('logistic1.xls', zscore1');
xlswrite('logistic2.xls', zscore2');

clc
close all

```

```
clear all
```

```
% dati e parametri
```

```
g = xlsread('criteri.xlsx');
```

```
[alt,cr] = size(g);
```

```
recr = [0, 0,0, 0,0,0]; % 0: da massimizzare; 1: da minimizzare
```

```
q = zeros(cr,1);% Vettore delle soglie di indifferenza
```

```
q = [3.27,0.269, 0.9895, 0.24,13.33,0.7];
```

```
p = zeros(cr,1); % Vettore delle soglie di preferenza
```

```
p=[6.54,0.5398,1.97,0.48,3.33,0.175] ;
```

```
v = zeros(cr,1); % Vettore delle soglie di veto
```

```
v=[1,0,1,0.61,1,0.875] ;
```

```
w = zeros(cr,1); % Vettore dei pesi
```

```
w = ones(cr,1);
```

```
% Controlli sui rapporti tra le soglie
```

```
qp = zeros(cr,1);
```

```
pv = zeros(cr,1);
```

```
for i=1:cr
```

```
if q(i) >= p(i)
```

```
qp(i) = 1;
```

```
end
```

```
if p(i) >= v(i)
```

```
pv(i) = 1;
```

```
end
```

```
end
```

```
if sum(qp) ~= 0
```

```

    "E' violato il vincolo q < p";
    qp;
    "-----";
end

if sum(pv) ~= 0
    "E' violato il vincolo p diverso da v";
    pv;
    "-----";
end

if (sum(qp) ~= 0) | (sum(pv) ~= 0)
    " "
    "Uscita forzata dal programma!";
    "-----";
    "-----";
end

for i = 1:cr
    if recr(i) == 1
        g(:,i) = -g(:,i);
    end
end

c10 = zeros(cr*alt,alt); % Inizializzazione della matrice di concordanza locale
c = zeros(alt,cr); % Inizializzazione della matrice di concordanza globale
d0 = zeros(cr*alt,alt); % Inizializzazione della matrice di discordanza locale
out = zeros(alt,alt); % Inizializzazione della matrice di outranking
f_out = zeros(alt,1); % Inizializzazione del vettore del flusso d'uscita
f_in = zeros(alt,1); % Inizializzazione del vettore del flusso d'entrata
f_net = zeros(alt,1); % Inizializzazione del vettore del flusso netto

% Determinazione delle matrici di concordanza locale
for j = 1:cr
    for i = 1:alt
        for k = 1:alt
            if g(i,j) + p(j) <= g(k,j)
                c10((j-1)*alt+i,k) = 0;
            elseif g(i,j) + q(j) >= g(k,j)
                c10((j-1)*alt+i,k) = 1;
            else
                qf = (p(j) + g(i,j) - g(k,j))/(p(j) - q(j));
                c10((j-1)*alt+i,k) = qf;
            end
        end
    end
end

```

```
end
end
```

```
% Determinazione della matrice di concordanza globale
```

```
c = zeros(alt,alt);
```

```
for j = 1:cr
```

```
    c = c + w(j,1)*c10((j-1)*alt+1:j*alt,:);
```

```
end
```

```
c = c/sum(w); % Matrice di concordanza globale normalizzata
```

```
% Determinazione delle matrici di discordanza
```

```
for j = 1:cr
```

```
    for i = 1:alt
```

```
        for k = 1:alt
```

```
            if g(i,j) + p(j) >= g(k,j)
```

```
                d0((j-1)*alt+i,k) = 0;
```

```
            elseif g(i,j) + v(j) <= g(k,j)
```

```
                d0((j-1)*alt+i,k) = 1;
```

```
            else
```

```
                qf = (- p(j) - g(i,j) + g(k,j))/(v(j) - p(j));
```

```
                d0((j-1)*alt+i,k) = qf;
```

```
            end
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
% Determinazione della matrice di outranking
```

```
for i = 1:alt
```

```
    for k = 1:alt
```

```
        cnt = 0;
```

```
        serv = 1;
```

```
        for j = 1:cr
```

```

out(i,k) = c(i,k);
if d0((j-1)*alt+i,k) > c(i,k)
    cnt = 1;
    serv = serv*(1-d0((j-1)*alt+i,k))/(1-c(i,k));
end
end
if cnt == 1
    out(i,k) = c(i,k)*serv;
end
end
end

```

% Determinazione dei vettori di flusso

```

progr = linspace(1,alt,alt);
progr = progr';

```

```

for i = 1:alt
    for k = 1:alt
        if i ~= k
            f_out(i,1) = f_out(i,1) + out(i,k);
        end
    end
end
end

```

```

f_out = [10*f_out/(alt-1) g];
fo = sortrows([progr f_out],2,'descend');

```

```

for i = 1:alt
    for k = 1:alt
        if k ~= i
            f_in(i,1) = f_in(i,1) + out(k,i);
        end
    end
end
end

```

```

f_in = [10*f_in/(alt-1) g];
fi = sortrows([progr f_in],2,'descend');

```

```

f_net = [f_out(:,1) - f_in(:,1) g];
fne = sortrows([progr f_net],2,'descend');
%%

```

```
x1=fne(:,1);
x2=fne(:,2);
x3=fne(:,3);
x4=fne(:,4);
x5=fne(:,5);
x6=fne(:,6);
x7=fne(:,7);
xlswrite('a1.xlsx',x1);
xlswrite('x2.xlsx',x2);
xlswrite('x3.xlsx',x3);
xlswrite('x4.xlsx',x4);
xlswrite('x5.xlsx',x5);
xlswrite('x6.xlsx',x6);
xlswrite('x7.xlsx',x7);
```

